F1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLI NUMĂRUL 1 ANUL 1979
IANUARIE—MARTIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu ;* Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu ;* Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan ;* Prof. dr. ing. *Nicolae Geru ;* Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu ;* Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan ;* Prof. ing. *Jean Moncea ;* Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu ;* Prof. dr. ing. *Aurel Oprean ;* Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu ;* Prof. dr. ing. *Ion Popescu ;* Prof. dr. ing. *Marin Rădoi ;* Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu;* Prof. dr. ing. *Călin Sergiu* (secretar științific) Prof. dr. *Octavian Stănășilă ;* Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu ;* Prof. dr. docent *Rodica Vilcu.*

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this rewspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1979 OKT 17

Sumar

MATEMATICA

M. N. Roşculeţ

Algèbres avec radical, associées aux systèmes d'équations aux dérivées partielles, ltérés 3

P. Balea

Un sistem de aşteptare pentru sisteme de calcul cu multiprogramare cu mai multe clase de utilizatori 13

MECANICA

E. Deciu

Utilizarea funcţiei de curent în analogia hidrodinamică a laminării 19

Eliza Haşeganu-Zamfirescu

Algoritm şi program pentru calculul deformaţiilor barelor solicitate la încovoiere . 29

MECANICA FINĂ

Tr. Demian, V. Banu

Aspecte noi privind calculul şi construcţia motoarelor pneumatice pas cu pas trifazate 47

TERMOTEHNICA

S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ştefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu

Studiul şi realizarea unui concentrator cilindro-parabolic pentru instalaţii termoenergetice solare 55

Carmen Papadopol

Aplicaţiile metodei hodografului la curgerea prin ajutaje şi palete 61

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Borilă

Un model de distribuire a combustibilului în spaţiul de ardere al motorului Diesel cu injecţie directă şi cu impact controlat al jeturilor cu pereţii 69

Al. Manea

Model fizico-matematic pentru cercetarea procesului de injecţie a combustibilului lichid 69

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

V. Tache, A. Vlase

Contribuţii la stabilirea unui indicator global de apreciere a prelucrabilităţii oţelurilor inoxidabile 91

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu, C. Radu, Zoe Atanasiu

Asupra comportării la rupere ductilă a aliajelor de aluminiu 97

HIDROTEHNICA

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici

Asupra spectrului hidrodinamic indus de aeratorul mecanic de suprafață cu aplicație la determinarea debitului vehiculat 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

MATEMATICĂ

C.Z.: 519.4
512.8

ALGÈBRES AVEC RADICAL, ASSOCIÉES AUX SYSTÈMES D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES, ITÉRÉS

MARCEL N. ROȘCULEȚ *

On définit un système itéré à un système d'équations aux derivées partielles, donné. À la suite, à un système d'équations aux dérivées partielles qui exprime les conditions de monogénéité dans une algèbre à base finie, associative et commutative, itéré, on associe une algèbre avec radical. On obtient les conditions de monogénéité dans cette algèbre.

À l'équation de Laplace en trois variables itérée on construit une algèbre à base infinie et on montre que les composantes d'une fonction monogène sont des fonctions polyharmoniques.

1. Soit

$$E_k\left(\frac{\partial}{\partial x_0}, \frac{\partial}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_m}\right)\Phi = 0, \quad k - 0, 1, \ldots, m, \tag{1}$$

un système de $m + 1$-équations aux dérivées partielles avec une seul fonction inconnue Φ, defini dans $\mathscr{D} \subset R^{m+1}$.

Définition 1.1. Le système d'équations aux dérivées partielles

$$E_k(E_0, E_1, \ldots, E_m)\Phi = 0, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, m, \tag{2}$$

défini dans $D \subset \mathscr{D}$ s'appelle l'itéré du système (1).

2. Soit $\mathfrak{A}_{n+1}$ l'algèbre associative et commutative aux éléments de la base

$$1, \ \theta_1, \theta_2, \ \ldots, \ \theta_n,$$

liés par les rélations

$$\begin{aligned}
\theta_1\theta_1 &= a_{110} + a_{111}\,\theta_1 + \ldots + a_{11n}\theta_n, \\
\theta_1\theta_2 &= \theta_2\theta_1 = a_{120} + a_{121}\,\theta_1 + \ldots + a_{12n}\theta_n, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\theta_1\theta_n &= \theta_n\theta_1 = a_{1n0} + a_{1n1}\,\theta_1 + \ldots + a_{1nn}\theta_n,
\end{aligned} \tag{3}$$

Ouvrage reçu à la rédaction le 6 mars 1978
* Prof. ing. dr. docent Chaire de mathematique III

où $a_{ijk} \in R$, relations qui determinent completement l'algèbre $\mathfrak{A}_{n+1}$ [2].

Une fonction définie dans l'algèbre $\mathfrak{A}_{n+1}$

$$f(\omega) = U_0 + \theta_1 U_1 + \ldots + \theta_n U_n, \tag{4}$$

monogène par rapport à la variable ω

$$\omega = \omega_0 + \theta_1 x_1 + \ldots + \theta_n x_n, \tag{5}$$

dans D avec $f'(\omega)$ egalement monogène dans D est une solution du système

$$E_k(\Phi) = -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1 \partial x} + a_{1k0}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + a_{1k1}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0 \partial x_1} + \ldots$$
$$\ldots + a_{1kn}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0 \partial x_n} = 0, \tag{6}$$

$k = 1, 2, \ldots, n$. De cette propriété jouissent toutes les fonctions réelles U_k.

Inversement, si on cherche pour le système (6) une solution $f(\omega)$ avec ω donnée par (5) on obtient les relations (3). De (3) on deduit aussi

$$\theta_i\theta_j = \theta_j\theta_i = a_{ij0} + a_{ij1}\,\theta_1 + \ldots + a_{ijn}\theta_n, \tag{7}$$

où a_{ijk} s'expriment à l'aide de a_{1jk}, donc $f(\omega)$ est egalement une solution des équations

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_i \partial x_j} = a_{ij0}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0^2} + a_{ij1}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0 \partial x_1} + \ldots + a_{ijn}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0 \partial x_n} \tag{8}$$

où $i = 2, 3, \ldots, n$. Si on prend pour $E_1, E_2, \ldots, E_n$ les opérateurs definis par (6) et pour E_0 un opérateur defini par (8), avec i, j fixés, et utilisant le même procédé on a

$$E_1E_k(\Phi) = a_{1k0}\,E_0E_0(\Phi) + \ldots + a_{1kn}E_0E_n(\Phi), \quad k = 1, 2, \ldots, n$$
$$E_iE_j(\Phi) = a_{ij0}\,E_0E_0(\Phi) + \ldots + a_{ijn}E_0E(\Phi), \tag{9}$$

qui est le système itéré du système (6) et (7).

3. Considérons la variable hypercomplexe $\tau = \omega + \varepsilon\omega^*$ où

$$\omega = x_0 + \theta_1 x_1 + \ldots + \theta_n x_n,$$
$$\omega^* = b_0 x_0 + \theta_1 b_1 x_1 + \ldots + \theta_n b_n x_n, \tag{10}$$

avec b_i, $i = 0, 1, 2, \ldots, n$, nombres réels et ε un élément nilpotent d'index deux, $\varepsilon^2 = 0$. Soit $f(\tau)$ une fonction monogène avec ces premières quatre dérivées monogènes dans $D \subset R^{n+1}$. On dit que $f \in C^{(4)}$ dans D.

Theoreme 3.1. Si $f(\tau) \in C^4$ dans D alors f est une solution du système (9) dans D.

Démonstration. f étant monogène par rapport à τ on a

$$\frac{1}{1+\varepsilon b_0}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_0} = \frac{1}{\theta_1}\frac{1}{1+\varepsilon b_1}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_1} = \ldots = \frac{1}{\theta_n}\frac{1}{1+\varepsilon b_n}\cdot\frac{\partial f}{\partial x_n} = \frac{df}{d\tau}$$

donc

$$\frac{\partial f}{\partial x_0} = (1+\varepsilon b_0)\frac{df}{d\tau}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} = (1+\varepsilon b_0)^2\frac{d^2 f}{d\tau^2}, \tag{11}$$

et

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = (1+\varepsilon b_i)(1+\varepsilon b_j)\frac{d^2 f}{d\tau^2}$$

ou

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} = (1+2\varepsilon b_0)\frac{d^2 f}{d\tau^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} = [1+\varepsilon(b_i+b_j)]\,\theta_i\theta_j\frac{d^2 f}{d\tau^2},$$

donc

$$E_k(f) = \varepsilon\beta_k\frac{d^2 f}{d\tau^2}$$

avec

$$\varepsilon\beta_k = -(1+\varepsilon(b_1+b_k))\,\theta_1\theta_k + \sum_0^n a_{1kp}(1+\varepsilon(b_0+b_p)\theta_p) =$$

$$= \varepsilon[(b_1+b_k)\theta_1\theta_k + \sum_0^n (b_0+b_p)\theta_p].$$

À la suite on déduit

$$E_h E_k(f) = (\varepsilon\beta_h)(\varepsilon\beta_k)\frac{d^4 f}{d\tau^4} = 0$$

parce que $\varepsilon^2 = 0$; q.e.d.
On a

$$f(\tau) = U_0 + \theta_1 U_1 + \ldots + \theta_n U_n + \varepsilon[V_0 + \theta_1 V_1 + \ldots + \theta_n V_n]$$

et si $U_k, V_k \in C^4$ dans $D \subset R^{n+1}$ le théorème 3.1. prouve que les composantes U_k, V_k sont egalement des solutions du système (9) parce que $1, \theta_1, \ldots$ $\ldots \theta_n, \varepsilon, \varepsilon\theta_1, \ldots, \varepsilon\theta_n$ forme une base dans l'algère $\mathfrak{A}_{2n+2}$ dans laquelle $f(\tau)$ prend les valeurs.

4. Si on écrit

$$f(\tau) = f_0(\omega, \omega^*) + \varepsilon f_1(\omega, \omega^*), \tag{12}$$

ou f_0, f_1 sont monogènes par rapport à ω et ω^* on a

$$df(\tau) = df_0(\omega, \omega^*) + \varepsilon df_1(\omega, \omega^*)$$

et

$$df_i(\omega, \omega^*) = \frac{\partial f_i}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial f_i}{\partial \omega^*} d\omega^*, \quad i = 0, 1. \tag{13}$$

Théorème 4.1. Si $f(\tau)$ est monogène par rapport à τ alors f_0, f_1 sont des solutions du système

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f_0(\omega, \omega^*)}{\partial \omega^*} = 0, \\ \dfrac{\partial f_0(\omega, \omega^*)}{\partial \omega} = \dfrac{\partial f_1(\omega, \omega^*)}{\partial \omega^*}. \end{cases} \tag{14}$$

Demonstration. On doit avoir

$$d[f(\tau)d\tau] = 0,$$

ou

$$df_0(\omega, \omega^*)\,(d\omega + \varepsilon d\omega^*) + \varepsilon df_1(\omega, \omega^*)\,(d\omega + \varepsilon d\omega^*) = 0$$

parce que $dd\omega = 0$, $dd\omega^* = 0$. Utilisant (13) il en resulte (14); q.e.d. Une conséquence immediate de ce théorème est que $f(\tau)$ a la forme

$$f(\tau) = f_0(\omega) + \varepsilon\omega^* f_0'(\omega) = \varepsilon f_1(\omega) \tag{15}$$

avec f_0, f_1 monogènes et $b_0, b_1, \ldots, b_n$ arbitraires dans R.

5. Pour une fonction monogène de la variable ω

$$\omega = x + \theta y + \theta^2 z, \quad \theta^3 = 1,$$

$$f(\omega) = P(x, y, z) + \theta Q(x, y, z) + \theta^2 R(x, y, z),$$

les fonctions conjuguées P, Q, R, satisfont le système du premier ordre

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = \dfrac{\partial Q}{\partial y} = \dfrac{\partial R}{\partial z}, \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial Q}{\partial z} = \dfrac{\partial R}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = \dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial R}{\partial y} \end{cases} \tag{16}$$

et le système du second ordre

$$\begin{cases} E_0(\Phi) \equiv \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial z} = 0, \\ E_1(\Phi) \equiv \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial x} = 0, \\ E_2(\Phi) \equiv \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \dfrac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = 0. \end{cases} \tag{17}$$

Utilisant le théorème 3.1. et (15) on a

Théorème 5.1. Si P, Q, R est une solution du système (16) alors

$$\begin{cases} P(x, y, z) = b_0 xP + b_1 yR + b_2 zQ, \\ Q(x, y, z) = b_0 xQ + b_1 yP + b_2 zR, \\ R(x, y, z) = b_0 xR + b_1 yQ + b_2 zP, \end{cases} \tag{18}$$

sont trois solutions du système

$$\begin{cases} E_0^2(\Phi) - E_1 E_2(\Phi) = 0, \\ E_1^2(\Phi) - E_2 E_0(\Phi) = 0, \\ E_2^2(\Phi) - E_0 E_1(\Phi) = 0, \end{cases} \tag{19}$$

l'itéré du (17) dans D.

Théorème 5.2. Dans les mêmes conditions du théorème 5.1 les fonctions

$$\begin{aligned} P^*(x, y, z) &= b_0(x^2 - yz)P + b_1(y^2 - zx)Q + b_2(z^2 - xy)R, \\ Q(x, y, z) &= b_0(x^2 - yz)Q + b_1(y^2 - zx)R + b_2(z^2 - xy)P, \\ R^*(x, y, z) &= b_0(x^2 - yz)R + b_1(y^2 - zx)P + b_2(z^2 - xy)Q, \end{aligned} \tag{20}$$

sont trois solutions du système (19) si $b_0 + b_1 + b_2 = 0$.

6. Soient l'équation de Laplace à trois variables

$$\Delta(\Phi) \equiv \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0, \tag{21}$$

et $\mathfrak{A}_3$ l'algèbre associative et commutative aux éléments de la base

$$\varphi^n,\ \theta\varphi^n,\quad n = 0, -1, +1, -2, +2, \ldots \tag{22}$$

et équation caractéristique

$$1 + \theta^2 + \varphi^2 = 0. \tag{23}$$

Dans l'algèbre une fonction f de la variable ω

$$\omega = x + \theta y + \varphi z, \tag{24}$$

a une infinité de composantes

$$f(\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} [U_n(x, y, z) + \theta V_n(x, y, z)]\varphi^n \tag{25}$$

et si f est monogène dans $D \subset R^3$, alors les fonctions U_k, $V_k \in C^{(4)}$ satisfont dans D le système d'équations aux dérivées partielles

$$\begin{gathered}\frac{\partial U_n}{\partial x} = \frac{\partial U_{n+1}}{\partial z} = \frac{\partial V_n}{\partial y},\ \frac{\partial V_n}{\partial z} = \frac{\partial V_{n-1}}{\partial x},\\ \frac{\partial U_n}{\partial y} + \frac{\partial V_n}{\partial x} + \frac{\partial V_{n-2}}{\partial x} = 0,\quad n = 0, -1, +1, \ldots\end{gathered} \tag{26}$$

Les fonctions U_n, $V_n \in C^{(2)}$ dans D sont hormoniques [3].

7. Considérons la variable hypercomplexe

$$\tau = \omega + \varepsilon\omega^*,\ \varepsilon^{p+1} = 0,$$

où

$$\omega^* = ax + b\theta y + c\varphi z,\quad a, b, c \in R. \tag{27}$$

Théorème 7.1. Si $f^{(s)}(\tau)$, $s = 0, 1, 2, \ldots, 2p + 1$ sont monogènes dans $D \subset R^3$, alors $f(\tau)$ est une solutions de l'équation de Laplace itérée $p + 1$ fois.

Demonstration. Si f est τ-monogène dans D on a

$$\frac{1}{1+\varepsilon a}\cdot\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{1}{1+\varepsilon b}\,\frac{1}{\theta}\,\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{1}{1+\varepsilon c}\,\frac{1}{\varphi}\,\frac{\partial f}{\partial z}=\frac{df}{d\tau},$$

donc

$$\frac{\partial f}{\partial x}=(1+\varepsilon a)\frac{df}{d\tau},\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=(1+\varepsilon a)^2\frac{d^2f}{d\tau^2},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=(1+\varepsilon b)\theta\frac{df}{d\tau},\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=(1+\varepsilon b)^2\theta^2\frac{d^2f}{d\tau^2},$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}=(1+\varepsilon c)\varphi\frac{df}{d\tau},\quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}=(1+\varepsilon c)^2\varphi^2\frac{d^2f}{d\tau^2}.$$

mais

$$(1+\varepsilon a)^2=1+2\varepsilon a,\ (1+\varepsilon b)^2=1+2\varepsilon b,\ldots$$

d'où on obtient

$$\Delta f(\tau)=\varepsilon\beta\frac{d^2f}{d\tau^2},\quad \beta=2(a+\theta^2 b+\varphi^2 c);$$

par recurrence on déduit

$$\Delta^{p+1}f(\tau)=\beta^{p+1}\varepsilon^{p+1}\frac{d^{2p+2}f}{d\tau^{2p+2}}=0;\ \text{q.e.d.}$$

8. Si on pose

$$f(\omega+\varepsilon\omega^*)=f_0(\omega,\omega^*)+\varepsilon f_1(\omega,\omega^*)+\ldots\varepsilon^p f_p(\omega,\omega^*),\qquad(28)$$

avec f_i monogènes par rapport aux ω, ω^*, on a le

Théorème 8.1. Si $f(\tau)$, $\tau=\omega+\varepsilon\omega^*$ est monogène dans $D\subset R^3$ et $f(\tau)$ admet la representation (28) avec f_i monogènes par rapport aux ω, ω^* alors f_i satisfont le suivant système d'équations aux dérivées partielles

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f_0(\omega,\omega^*)}{\partial\omega^*}=0,\\[2ex] \dfrac{\partial f_i(\omega,\omega^*)}{\partial\omega}=\dfrac{\partial f_{i+1}(\omega,\omega^*)}{\partial\omega^*},\quad i=0,1,\ldots,p-1\end{cases}\qquad(29)$$

Demonstration. Résulte de $df \wedge d\tau = 0$; q.e.d.
De (29) on a

$$f_0(\omega, \omega^*) = \psi_0(\omega),$$

$$f_1(\omega, \omega^*) = \frac{\omega^*}{1}\psi_0'(\omega) + \psi_1(\omega),$$

$$f_2(\omega, \omega^*) = \frac{\omega^{*2}}{2!}\psi_0''(\omega) + \frac{\omega^*}{1!}\psi_1'(\omega) + \psi_2(\omega),$$

. . . . . .

$$f_x(\omega, \omega^*) = \frac{\omega^{*p}}{p!}\psi_0^{(p)}(\omega) + \ldots + \frac{\omega^*}{1!}\psi_{p-1}'(\omega) + \psi(\omega),$$

avec $\psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_p$ monogènes dans D. Si on pose

$$\Phi(\omega) = \psi_0(\omega) + \varepsilon\psi_1(\omega) + \ldots + \varepsilon^p\psi_p(\omega) \tag{31}$$

de (30) on déduit

$$f(\tau) = \Phi(\omega) = \varepsilon\frac{\omega^*}{1!}\Phi'(\omega) + \ldots + \varepsilon^p\frac{\omega^{*p}}{p!}\Phi^{(p)}(\omega)$$

on observe que $f(\tau)$ prend les valeurs dans l'algèbre $\mathfrak{A}_{3,p}^*$ aux éléments de la base

$$\varepsilon^m\varphi^n,\ \varepsilon^m\theta\varphi^n,\ n = 0, -1, +1, \ldots, m = 0, 1, \ldots, p \tag{33}$$

donc les composantes de $f(\tau)$ sont des fonctions polyharmoniques d'ordre $p + 1$.

9. Dans l'algèbre $\mathfrak{A}_{3,p}^*$ avec p = 1, soient

$$\zeta = x + \theta y + \varphi z + \varepsilon\rho,\quad \rho = x^2 + y^2 + t^2,\quad \varepsilon^2 = 0 \tag{34}$$

et

$$f(\zeta) = \sum_{-\infty}^{+\infty}(P_n + \theta\Phi_n)\varphi^n + \varepsilon\sum_{-\infty}^{+\infty}(U_n + \theta V_n)\varphi^n, \tag{35}$$

une fonction qui prend les valeurs dans cette algèbre, avec P_n, Q_n, U_n, $V_n \in C^1$ dans $D \subset R^3$. Supposons que f est monogène par rapport à ζ. On doit avoir

$$d[f(\zeta)d\zeta] = 0 \text{ ou } df(\zeta)\wedge d\zeta = 0 \tag{36}$$

parce que $dd\zeta = 0$. La rélation (36) conduit au système

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_n}{\partial x} = \dfrac{\partial Q_n}{\partial y} = \dfrac{\partial P_{n+1}}{\partial z}, \quad \dfrac{\partial Q_n}{\partial z} = \dfrac{\partial Q_{n-1}}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial P_n}{\partial y} + \dfrac{\partial Q_n}{\partial x} + \dfrac{\partial Q_{n-2}}{\partial x} = 0, \end{cases} \tag{37}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_n}{\partial y} + \dfrac{\partial V_n}{\partial x} + \dfrac{\partial V_{n-2}}{\partial x} + 2x\dfrac{\partial P_n}{\partial y} - 2y\dfrac{\partial P_n}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{\partial U_{n-1}}{\partial y} + \dfrac{\partial V_n}{\partial z} + \dfrac{\partial V_{n-2}}{\partial z} + 2z\dfrac{\partial P_n}{\partial y} - 2y\dfrac{\partial P_n}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial U_n}{\partial z} - \dfrac{\partial U_{n-1}}{\partial x} + 2x\dfrac{\partial P_n}{\partial z} - 2z\dfrac{\partial P_n}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_n}{\partial x} - \dfrac{\partial V_n}{\partial y} - 2x\dfrac{\partial Q_n}{\partial y} + 2y\dfrac{\partial Q_n}{\partial x} = 0, \\ \dfrac{\partial U_n}{\partial z} - \dfrac{\partial V_{n-1}}{\partial y} - 2z\dfrac{\partial Q_n}{\partial y} + 2y\dfrac{\partial Q_n}{\partial z} = 0, \\ \dfrac{\partial V_n}{\partial z} - \dfrac{\partial V_{n-1}}{\partial x} + 2x\dfrac{\partial Q_n}{\partial z} - 2z\dfrac{\partial Q_n}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Les conditions (37) prouvent que $P_n, Q_n \in C^{(2)}$ sont des fonctions harmoniques.

Théorème 9.1. Les fonctions $U_n, V_n \in C^{(4)}$ dans D sont des fonctions biharmoniques.

Demonstration. On a

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U_n}{\partial x} - \frac{\partial V_n}{\partial y} - 2x\frac{\partial Q_n}{\partial y} + 2y\frac{\partial Q_n}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U_n}{\partial y} + \frac{\partial V_n}{\partial x} + \frac{\partial V_{n-2}}{\partial x} + 2x\frac{\partial P_n}{\partial y} - 2y\frac{\partial P_n}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial U_n}{\partial z} - \frac{\partial V_{n-1}}{\partial y} - 2z\frac{\partial Q_n}{\partial y} + 2y\frac{\partial Q_n}{\partial z}\right) = 0$$

ou, utilisant (37)

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_n}{\partial z^2} = 6\frac{\partial Q_n}{\partial y},$$

mais Q_n est harmonique, donc $\Delta\Delta U = 0$; q.e.d.

10. Si on pose

$$f(\tau) = f_0(\omega, \rho) + \varepsilon f_1(\omega, \rho),$$

avec f_i monogènes par rapport à ω et derivables par rapport à ρ, le fait que $f(\tau)$ est monogène s'ecrit

$$(df_0 + \varepsilon df_1) \wedge (d\omega + \varepsilon d\rho) = 0$$

ou

$$\frac{\partial f_0}{\partial \rho} = 0, \quad \frac{\partial f_0}{\partial \omega} = \frac{\partial f_1}{\partial \rho}$$

qui donnent

$$f_0(\omega, \rho) = \psi(\omega), \quad f_1(\omega, \rho) = \rho\psi'(\omega) + \psi^*(\omega)$$

avec ψ_1, ψ^* monogènes. On a donc

$$f(\tau) = \psi(\omega) + \varepsilon(\rho\psi'(\omega) + \psi^*(\omega))$$

d'où on déduit que si U, $V \in C^{(4)}$, sont harmoniques en $D \subset R^3$ alors la fonction $U + \rho V$ est biharmonique. On voit qu'en utilisant la monogénéité dans le sens de V. S. Feodorov [1] on retrouve une propriété fondamentale de fonctions biharmoniques.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Fedorov V. S.*, Monoghenosti; Matemat. Sbornik, 1946, t. 18, nr. 3, pag. 353.
2. *Roşculeţ N. M.*, Funcţii monogene pe algebre comutative; Ed. Academiei Republicii Socialiste România, 1975.
3. *Roşculeţ N. M.*, Algebre infinite asociate la ecuaţii cu derivate parţiale, liniare şi omogene cu coeficienţi constanţi de ordin oarecare; Studii şi Cercetări Matematice; t. VI, nr. 3—4, 1955, pag. 567.

Algebre cu radical asociate la sisteme de ecuaţii cu derivate parţiale iterate.

Se defineşte un sistem iterat al unui sistem de ecuatii cu derivate parţiale dat. În continuare, la sistemul de ecuaţii cu derivate parţiale care exprimă condiţiile de monogeneitate într-o algebră cu baza finită, as iativă şi comutativă, iterat, se asociază o algebră cu radical. Se scriu coociţiile de monogenitate în această algebră. La ecuaţia lui Laplace în trei variabile, iterată. se asociază o algebră cu baza infinită şi se arată că componentele unei funcţii monogene sînt funcţii poliarmonice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICA
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 519.2

UN SISTEM DE AŞTEPTARE PENTRU SISTEME DE CALCUL CU MULTIPROGRAMARE CU MAI MULTE CLASE DE UTILIZATORI

PARASCHIV BALEA*

Rezultatele obţinute în această lucrare generalizează pe cele găsite de We-Min-Chow ([2]) pentru probleme cu una sau două clase de utilizatori la probleme cu mai multe clase de utilizatori. Unui sistem de calcul cu multiprogramare cu mai multe clase de utilizatori i se ataşează un sistem de aşteptare pentru care se determină principalele caracteristici : durata medie a timpului cît sistemul se află într-o anumită stare, probabilitatea timpului mediu în care în sistem sînt un număr de utilizatori de un anumit tip, timpul mediu dintre ieşiri, probabilitatea ca staţia să fie neocupată.

Considerăm un sistem de calcul care, pe baza multiprogramării, poate servi mai mulţi beneficiari, deci poate lucra simultan cu mai multe clase de utilizatori. Ataşăm acestui sistem un model de aşteptare cu o staţie de servire, în care utilizatorii (reprezentaţi prin jobul lor) sînt clienţii, disciplina cozii fiind : primul venit, primul servit.

Fie populaţia ([1]) :

$$M = \{x_i \in \overset{M^i}{\mathrm{M}} / i = 1,\ 2,\ \ldots,\ p;\ M^i,\ \mathrm{p} \in N\} \tag{1}$$

care reprezintă capacitatea maximă a sistemului de aşteptare, $M^i (1 \leqslant i \leqslant p)$ fiind numărul total de joburi de tip i.

Notăm :

λ_j^i = rata de intrare a unui utilizator de tip i, cînd în sistem sînt deja j utilizatori de tip i

x_n^i = numărul utilizatorilor de tip i, rămaşi în sistem cînd are loc a n-a ieşire a unui utilizator de tip i,

$x_n = (x_n^1,\ x_n^2, \ldots, x_n^p)$,

S_i = timpul de servire a unui utilizator de tip i

S_n = al n-lea timp de servire

$G^i(t/j_1,\ j_2,\ \ldots,\ j_p) = P\ (S^i \leqslant t / X_n = (j_1,\ j_2\ \ldots,\ j_p))$

$d^i(X_n) = P(S_{n+1} = S^i / X_n)$

$T^i(u/j) = al\ (u - j)$-lea timp al unei intrări de tip i, ştiind că în sistem sînt j utilizatori de tipul i la $t = 0$,

$T(u_1, u_2, \cdots, u_p / j_1, j_2, \cdots, j_p)$ = primul timp de trecere la starea $(u_1, \cdots, u_p)$ ştiind că $X_n = (j_1, j_2, \cdots, j_p)$ la momentul ultimei ieşiri,

Manuscris predat redacţiei la data de 5 mai 1978
* Lector Catedra de Matematici III

$F_{u_i}(t/j_i) = P(T^i(u, j) \leqslant t)$

$F_{u_1u_2\ldots u_p}(t_1, j_2, \cdots, j_p) = P(T(u_1, u_2, \cdots, u_p/j_1, j_2, \cdots, j_p) \leqslant t)$

$A_{j_1j_2\ldots j_3} = P(X_\infty = (j_1, j_2, \cdots, j_p)) =$ probabilitatea timpului mediu de ieșire din starea $(j_1, j_2, \cdots, j_p)$

$D =$ timpul mediu dintre ieșiri,

$P_{j_1j_2\ldots j_p} =$ probabilitatea timpului mediu cît sistemul este în starea $(j_1, j_2, \cdots, j_p)$

Sistemul trece de la starea $(j_1, j_2, \ldots, j_p)$ la starea $(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ dacă și numai dacă :

$$\begin{cases} T^i(u_i/j_i) \leqslant T^k(u_k + 1/j_k) \\ T^k(u_k/j_k) \leqslant T^i(u_i + 1/j_i) \end{cases} \tag{2}$$

pentru orice $i, k \in \{1, 2, \ldots, p\}$; $i \neq k$.

Rezultă că :

$$F_{u_1u_2\ldots u_p}(t/j_1, j_2, \ldots, j_p) = P(T^i(u_i/v_i) \leqslant t, \ \forall i = 1, 2, \ldots, p) -$$

$$- \sum_{\substack{k=1 \\ (k\neq i)}}^{p} \sum_{i=1}^{p} P(T^i(u_i + 1/ji) \leqslant T^k(u_k/j_k) \leqslant t) = \tag{3}$$

$$= \prod_{i=1}^{p} Fu_i(t/j_i) - \sum_{\substack{k=1 \\ (k\neq i)}}^{p} \sum_{i=1}^{p} F_{u_i+1}(s/j_i)\, dF_{u_k}(s/j_k)$$

Notăm :

$\theta_{u_1u_2\ldots u_p} =$ durata timpului cît sistemul este în starea $(u_1, u_2, \cdots, u_p)$ în timpul unui interval de timp dintre două ieșiri,

$R_{n+1}(r) =$ timpul de serviciu rămas la al $(n+1)$-lea utilizator, știind că acesta a recepționat r unități ale timpului de serviciu,

$\tau_k^i =$ timpul dintre intrări a utilizatorilor de tip i, știind că în sistem sînt deja k asemenea utilizatori

Rezultă :

$$M(\theta_{u_1u_2\ldots u_p}/X_n = (j_1, j_2, \ldots, j_p)) =$$

$$= \int_0^\infty M(\theta_{u_1u_2\ldots u_p}/T(u_1, u_2, \ldots, u_p/j_1, j_2, \ldots, j_p) =$$

$$= r)\, dF_{u_1u_2\ldots u_p}(r/j_1, j_2, \ldots, j_p) \tag{4}$$

Dar :

$$M(\theta_{u_1u_2\ldots u_p}/T(u_1, u_2, \ldots, u_p/j_1, j_2, \ldots, j_p) = r) =$$

$$= \int_0^\infty M(\min(R_{n+1}(r), \tau_n^1, \tau_n^2, \ldots, \tau_n^p)/r \leqslant S_{n+1})\ P(r \leqslant S_{n+1}) =$$

$$= \int_0^\infty e^{-\left(1 - \sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right) t} \left(1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(t + r/j_1, j_2, \ldots, j_p) d^i(X_n)\right) dt,$$

deoarece :

$$P(r \leqslant S_{n+1}) = 1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(r/j_1, j_2, \ldots, j_p)\, d^i(X_n)$$

$$P(\min_{1 \leqslant i \leqslant p} \tau_{u_i}^i > t) = e^{-\left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right) t}$$

$$P(R_{n+1}(r) > t) = \frac{1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(t + r/j_1, j_2, \ldots, j_p) d^i(X_n)}{1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(r/j_1, j_2, \ldots, j_p) d^i(X_n)}$$

Formula (4) devine :

$$M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_p}/X_n = (j_1, j_2, \ldots, j_p)) = \tag{5}$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right) t} \left(1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(t +\right.$$

$$\left. + r/j_1, j_2, \ldots, j_p) d^i(X_n)\right) dF_{u_1 u_2 \ldots u_p}(r/j, j_1, \ldots, j_p)\, dt =$$

$$= -\frac{1}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i} \int_0^\infty \left(1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(y/j_1, \ldots,\right.$$

$$\left. \ldots, j_p) d^i(X_n)\right) \int_0^y \left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right) e^{-\left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right)(y-r)} dF_{u_1 u_2 \ldots u_p}(r/j_1, \ldots, j_p) dy =$$

$$= \frac{1}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i} \int_0^\infty \left(1 - \sum_{i=1}^{p} G^i(y/j_1, \ldots,\right.$$

$$\ldots, j_p)\, d^i(X_n)\Big) d\Big(\int_0^y \Big(1 - e^{-\left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right)(y-r)}\Big) dF_{u_1 u_2 \ldots u_k}(r/j_1, \ldots, j_p)\Big) =$$

$$= \frac{1}{\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i} \int_0^\infty \Big(\int_0^\infty \Big(1 - e^{-\left(\sum_{i=1}^{p} \lambda_{u_i}^i\right)(y-r)}\Big) dF_{u_1 u_2 \ldots u_p}(r/j_1, \ldots,$$

$$\ldots, j_p) d\Big(\sum_{i=1}^{p} G^i(y/j_1, \ldots, j_p) d^i(X_n)\Big)\Big)$$

pentru $j_k - 1 \leqslant u_k$ pentru $\forall 1 \leqslant k \leqslant p$ şi $\left(\sum_{k=1}^{p} j_k\right) - 1 \leqslant \sum_{i=1}^{p} u_i$.

Expresii mai simple ale lui $M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_p}/X_n = (j_1 \ldots, j_p))$ se pot obţine în condiţii suplimentare impuse parametrilor, de exemplu în cazul cînd $\lambda_{u_i}^i = \lambda^i$ pentru $\forall 1 \leqslant i \leqslant p$ şi servirea este exponenţială cu rata μ

Avînd pe $M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_k}/X_n = (j_1, \ldots, j_p))$ se poate evalua $M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_p})$:

$$M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_p}) = \sum_{j_1=0}^{u_1} \sum_{j_2=0}^{u_2} \ldots \sum_{j_p=0}^{u_p} M(\theta_{u_1 u_2 \ldots u_p}/X_n =$$

$$= (j_1, \ldots, j_p))\, A_{j_1 j_2 \ldots j_p}$$

Timpul mediu dintre ieşiri va fi:

$$M(D) = (M(I) + \sum_{i=1}^{p} M(S^i)\, M(I)) \frac{1}{M(R)} +$$

$$+ \sum_{(j_1 \ldots j_p)} \Big(\sum_{i=1}^{p} M(S^i) d^i(X_n)\Big) A_{j_1 j_2 \ldots j_p} \tag{7}$$

unde:

$M(I)$ este lungimea medie a unei perioade neocupate
$M(R)$ este numărul mediu de utilizatori serviţi într-o perioadă dintre două ieşiri

Probabilitatea ca staţia de servire să fie neocupată este:

$$P_{00\ldots0} = \frac{M(I)}{M(R)M(D)} \tag{8}$$

şi deci probabilitatea ca staţia să funcţioneze este:

$$1 - P_{00\ldots0} = \frac{M(R)M(D) - M(I)}{M(R)M(D)} \tag{9}$$

Probabilitatea timpului mediu în care în sistem sînt u_i utilizatori de tip i $(1 \leqslant i \leqslant p)$ este:

$$P^i = \frac{1}{\lambda^i_{u_i} M(D)} \sum_{(j_1 \ldots j_p)} \sum_{u_1} \ldots \sum_{u_{i-1}} \sum_{u_{i+1}} \ldots \sum_{u_p} P(X_{n+1} =$$

$$= (u_1, \ldots, u_p)/S_{n+1} = S^i, X_n = (j_1, \ldots, j_p))\, d^i(X_n) A_{j_1 \ldots j_p} \qquad (10)$$

unde:

$$P(X_{n+1} = (u_1, \ldots, u_p)/S_{n+1} = S^i, X_n = (j_1, \ldots, j_p)) =$$

$$= \int_0^\infty \sum_{i=1}^{p} (F^i_{u_i}(s/j_i) - F^i_{u_i+1}(s/j_i)) dG^i(s/j_i, \ldots, j_p) \qquad (11)$$

şi

$$\begin{cases} F^i_{u_i}(s/j_i) = \int_0^\infty \left(1 - e^{-\lambda^i_{u_i-1}(t-s)}\right) dF^i_{u_i-1}(s/j_i), \text{ dacă } u > j; \ (1 \leqslant i \leqslant p) \\ F^i_{u_i}(s/j_i) = \begin{cases} 1 \text{ dacă } s \geqslant 0 \\ 0 \text{ dacă } s < 0 \end{cases} \end{cases}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Balea P.*, Contribuţii în teoria aşteptării folosind conceptul de populaţie aleatoare (teza de doctorat).
2. *Chow W. M.*, Central Server Model for Multiprogrammed Computer Systems with Different Classes of Jobs, IBM Journal of Research and Development, Vol. 19/No. 3/May 1975.
3. *Doob D. L.*, Stochastic Processes, John Wiley, New York, 1963.
4. *Mihoc Gh., Ciucu G., Muja A.*, Modele matematice ale aşteptării, Ed. Acad. R.S.R., Bucureşti, 1973.
5. *Takacs L.*, Combinatorial Methods in the Theory of Stochastic Processes, John Wiley, New York, 1967.

Ein Erwartungssystem für Rechensysteme mit Multiprogrammierung mit mehreren Kategorien von Jobs

Die erreichten Ergebnisse dieser Arbeit veralgemeinern die von We-Min Chow ([2]) gefundenen, für Probleme mit einer oder zwei Kategorien von Jobs, bei Problemen mit mehreren Kategorien von Jobs. Einem Rechensystem mit Multiprogrammierung mit mehreren Kategorien von Jobs wirdein Erwartungssystem zugeordnet für welches man die Hauptkenngrößen bestimmt: mittlere Zeitspanne soweit das System sich in einem bestimmten Zustand befindet, die Wahrscheinlichkeit der mittleren Zeit in welcher sich im System eine Zahl von Jobs eines bestimmten Typs befindet, die mittlere Zeit zwischen zwei Ausgängen, die Wahrscheinlichkeit daß die Bedienungsstation unbesetzt ist.

Probabilitatea timpului mediu în care în sistem sînt u_i utilizatori de tip i $(1 \leqslant i \leqslant p)$ este:

$$P^i = \frac{1}{\lambda_{u_i}^i M(D)} \sum_{(j_1 \ldots j_p)} \sum_{u_1} \ldots \sum_{u_{i-1}} \sum_{u_{i+1}} \ldots \sum_{u_p} P(X_{n+1} =$$

$$= (u_1, \ldots, u_p)/S_{n+1} = S^i, X_n = (j_1, \ldots, j_p)) \, d^i(X_n) A_{j_1 \ldots j_p} \qquad (10)$$

unde:

$$P(X_{n+1} = (u_1, \ldots, u_p)/S_{n+1} = S^i, X_n = (j_1, \ldots, j_p)) =$$

$$= \int_0^\infty \sum_{i=1}^{p} (F_{u_i}^i(s|j_i) - F_{u_i-1}^i(s|j_i)) dG^i(s|j_1, \ldots, j_p) \qquad (11)$$

şi

$$\begin{cases} F_{u_i}^i(s|j_i) = \int_0^\infty \left(1 - e^{-\lambda_{u_i-1}^j (t-s)}\right) dF_{u_i-1}^i(s|j_i), \text{ dacă } u > j; \ (1 \leqslant i \leqslant p) \\ F_{u_i}^i(s|j_i) = \begin{cases} 1 \text{ dacă } s \geqslant 0 \\ 0 \text{ dacă } s < 0 \end{cases} \end{cases}$$

BIBLIOGRAFIE

1. *Balea P.*, Contribuţii în teoria aşteptării folosind conceptul de populaţie aleatoare (teza de doctorat).
2. *Chow W. M.*, Central Server Model for Multiprogrammed Computer Systems with Different Classes of Jobs, IBM Journal of Research and Development, Vol. 19/No. 3/May 1975.
3. *Doob D. L.*, Stochastic Processes, John Wiley, New York, 1963.
4. *Mihoc Gh., Ciucu G., Muşa A.*, Modele matematice ale aşteptării, Ed. Acad. R.S.R., Bucureşti, 1973.
5. *Takacs L.*, Combinatorial Methods in the Theory of Stochastic Processes, John Wiley, New York, 1967.

Ein Erwartungssystem für Rechensysteme mit Multiprogrammierung mit mehreren Kategorien von Jobs

Die erreichten Ergebnisse dieser Arbeit verallgemeinern die von We-Min Chow ([2]) gefundenen, für Probleme mit einer oder zwei Kategorien von Jobs, bei Problemen mit mehreren Kategorien von Jobs. Einem Rechensystem mit Multiprogrammierung mit mehreren Kategorien von Jobs wird ein Erwartungssystem zugeordnet für welches man die Hauptkenngrößen bestimmt: mittlere Zeitspanne soweit das System sich in einem bestimmten Zustand befindet, die Wahrscheinlichkeit der mittleren Zeit in welcher sich im System eine Zahl von Jobs eines bestimmten Typs befindet, die mittlere Zeit zwischen zwei Ausgängen, die Wahrscheinlichkeit daß die Bedienungsstation unbesetzt ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 621.771
532.525

MECANICĂ

UTILIZAREA FUNCŢIEI DE CURENT ÎN ANALOGIA HIDRODINAMICĂ A LAMINĂRII

EUGEN DECIU*

Se studiază cîteva probleme mecanice ale procesului de deformare prin laminare, alegînd pentru material modelul Newton. Se consideră mişcarea într-un ajutaj, care are aceeaşi formă ca şi suprafaţa de contact dintre cilindri şi materialul deformat. Pentru integrarea ecuaţiilor de mişcare se utilizează funcţia de curent $\Psi(x, y)$ pentru partea convergentă a ajutajului şi funcţia de curent $\Psi^*(x, y)$ pentru partea divergentă a ajutajului.

1. Generalităţi.

Pentru studiul unor aspecte mecanice ale fenomenelor care se produc în timpul deformării unor materiale (metale, mase plastice) prin laminare se adoptă pentru acestea modelul corpului newtonian, adică se consideră mişcarea unui fluid vîscos printr-un ajutaj care are forma suprafeţei de contact dintre materialul laminat şi cilindrii laminorului, ajungîndu-se astfel la analogia hidrodinamică a laminării [2], [3], [5], [6], [7], [9].

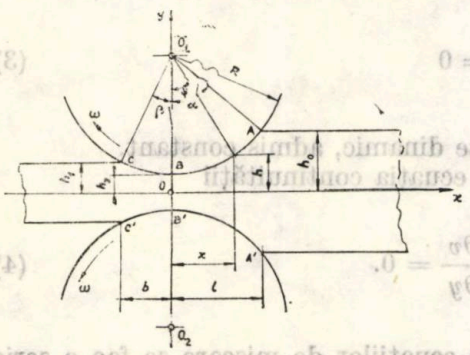


Fig. 1

În vederea apropierii rezultatelor teoretice de fenomenele reale, se consideră scurgerea printr-un ajutaj convergent — divergent (fig. 1), deoarece pe prima porţiune definită de unghiul α are loc o deformare plastică, iar pe o a doua porţiune definită de unghiul β are loc o revenire elastică a materialului.

Se va studia o laminare fără tracţiune, care se efectuează pe un laminor ai cărui cilindri au în zona de contact raza R, şi se rotesc

Manuscris predat redacţiei la data de 25 octombrie 1978.
* Şef lucrări ing. Catedra de mecanică.

cu viteza uughiular $\omega = \text{const}$, înălțimea inițială a materialului fiind $2\,h_0$, iar cea finală $2\,h_1$. Distanța minimă dintre cilindri este $2\,h_2$. Se notează cu $2\,h$ valoarea variabilă a înălțimii. Se neglijează deformațiile laterale ale materialului, care sînt aprox. 2%, deci se studiază o problemă plană.

O ipoteză importantă a lucrării de față este aceea că în zona de contact cilindrii laminorului au forma unui arc de cerc. Această ipoteză se justifică în cazul prelucrării maselor plastice deoarece deformațiile sînt neglijabile, iar în cazul prelucrării metalelor cilindrii se deformează elastic și conform metodei lui Hitchcok în zona de contact iau forma unor arcuri de cilindri de rază R, care se calculează în funcție de raza R_0 a cilindrilor nedeformați cu formula lui Bland și Ford [4]

$$R = R_0\left(1 + \frac{cP}{\Delta h}\right) \tag{1}$$

unde P este forța rezultantă pe cilindru; $\Delta h = 2h_0 - 2h_1$ — reducerea grosimii prin laminare; c — coeficient experimental care pentru cilindrii din oțel are valoarea $c = 1{,}08 \times 10^{-4}$ mm²/daN, iar pentru cilindrii din fontă $c = 2{,}27 \times 10^{-4}$mm²/daN.

Ținînd seama de specificul problemei de față se neglijează forțele masice și de inerție. De asemenea se neglijează componenta v a vitezii, precum și variațiile ei în lungul axelor Ox și Oy. Componenta u a vitezei are o variație mult mai mică în lungul axei Ox decît în lungul axei Oy și în consecință se poate neglija.

Pentru studiul mișcării corpului în zona de deformație, admițînd modelul corpului newtonian, se utilizează ecuațiile Navier — Stokes care în urma aproximațiilor menționate mai înainte capătă forma ecuațiilor stratului lubrifiant:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

unde μ este coeficientul de vîscozitate dinamic, admis constant.

De asemenea se mai utilizează ecuația continuității

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \tag{4}$$

În vederea efectuării integrării ecuațiilor de mișcare se fac o serie de ipoteze: a) la periferie materialul are aceeași viteză cu cilindrii; b) pentru $y = 0$ mișcarea are loc numai după axa Ox și componenta u a vitezei este maximă; c) în secțiunea de intrare AA' presiunea este nulă;

d) în secțiunea BB' unde materialul atinge starea de deformare maximă se admite că tensiunea σ_3 este proporțională cu limita de curgere σ_c la compresiune la gradul de deformare respectiv

$$\sigma_3 = \lambda \sigma_c ; \tag{5}$$

e) în secțiunea de ieșire CC' se adoptă o ipoteză din teoria lubrificației și anume că în această secțiune se anulează simultan presiunea și derivata ei în raport cu x.

Referitor la ipoteza (d) se amintește din teoria plasticității că

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_c = 1{,}15\ \sigma \tag{6}$$

și conform schemei de tensiuni adoptată în teoria laminării

$$\sigma_1 = \sigma_2. \tag{7}$$

Din relațiile (5) ... (7) rezultă valoarea presiuii în secțiunea BB_1

$$p_2 = (1{,}15 + \lambda)\ \sigma_c \tag{8}$$

unde limita de curgere σ_c și coeficientul λ depind de material, temperatur și gradul de reducere prin laminare. Dacă se admite că în secțiunea BB' se atinge limita de curgere σ_c, atunci $\lambda = 1$ și în consecință

$$p_2 = 2{,}15\ \sigma_c \tag{9}$$

rezultat aflat în bună concordanță cu experiențele.

Din motive de simetrie se va studia mișcarea numai în jumătatea superioară a zonei de deformare.

Într-o serie de lucrări precedente [2], [3], [6], [7] s-au integrat ecuațiile (2) ... (4) pe baza unui calcul care pleacă de la operația de derivare în raport cu un parametru a unei integrale definite. În lucrarea de față se va dezvolta o altă metodă de integrare, utilizînd funcția de curent.

2. Studiul mișcării în partea convergentă a ajutajului.

Pe baza ipotezelor prezentate mai înainte, condițiile la limită sînt:

$$y = h \qquad u = -\omega(R + h_1 - h), \qquad v = -\omega x, \tag{10}$$

$$y = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \qquad v = 0, \tag{11}$$

$$x = l \qquad p = 0, \tag{12}$$

$$x = 0 \qquad p = p_2 = 2{,}15\ \sigma_c. \tag{13}$$

Se introduce funcţia de curent $\psi(x, y)$ definită astfel:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \tag{14}$$

şi

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{15}$$

care verifică ecuaţia continuităţii (4).

Din ecuaţia de mişcare (2), rezultă:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} \tag{16}$$

iar din ecuaţia (3) se obţine:

$$p = p(x) + C_1 \tag{17}$$

unde C_1 este o constantă.

Din relaţia (16) se deduce

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{18}$$

şi ţinînd seamă de (17) se notează

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3} = 6F \tag{19}$$

unde F este o funcţie numai de variabila x.

Integrînd ecuaţia (19) în raport cu y se obţine succesiv:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 6yF + 2G; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 3y^2F + 2yG + H; \\ &\psi = y^3F + y^2G + yH + K \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

unde G, H, K sînt funcţii numai de variabila x.

Cu ajutorul condiţiilor la limită (10) ...(13) se determină funcţiile introduse în procesul de integrare. Astfel cu condiţiile (11) se determină

$$K = K_0 = \text{const.} \tag{21}$$

şi

$$G = 0. \tag{22}$$

Din condiția (13) se deduce

$$C_1 = p_2 = 2{,}15\ \sigma_c. \tag{23}$$

Din condiția (10) rezultă sistemul de ecuații diferențiale

$$\left.\begin{aligned} F'h^3 + H'h &= \omega x \\ 3Fh^2 + H &= -\omega(R + h_1 - h) \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

unde s-au notat cu prim derivatele în raport cu variabila x.

Eliminînd funcția H și derivata ei, se ajunge la ecuația diferențială

$$F' + 3\frac{h'}{h}F - \omega\frac{hh' - x}{2h^3} = 0 \tag{25}$$

a cărei soluție în raport cu F este

$$F = e^{-\int \frac{3h'}{h}dx}\left[C_2 + \int \omega\frac{hh' - x}{2h^3}e^{\int \frac{3h'}{h}dx}\,dx\right]. \tag{26}$$

de unde se deduce

$$F = \frac{1}{h^3}\left[C_2 + \frac{\omega}{4}(h^2 - x^2)\right] \tag{27}$$

unde C_2 este o constantă.

Funcția H se calculează cu relațiile (24) și (27)

$$H = \omega(h - R - h_1) - \frac{3}{h}\left[C_2 - \frac{\omega}{4}(x^2 - h^2)\right]. \tag{28}$$

Avînd în vedere rezultatele precedente, referitoare la funcțiile care intervin în relațiile (20), se poate trage concluzia că funcția de curent $\psi(x, y)$ este determinată. Cu ajutorul ei se pot calcula o serie de mărimi mecanice cu care se caracterizează mișcarea în zona ajutajului convergent.

Distribuția componentei u a vitezei se calculează cu relația (14), ținînd seama de rezultatele din (22), (27) și (28)

$$u = \frac{\partial\psi}{\partial y} = 3y^3F + 2yG + H =$$

$$= \frac{3}{h}\left[C_2 + \frac{\omega}{4}(h^2 - x^2)\right]\left(\frac{y^2}{x^2} - 1\right) + \omega[h - (R + h_1)]. \tag{29}$$

Presiunea pe suprafaţa de contact cu cilindrii laminorului se studiază cu ajutorul relaţiilor (16) ...(19), obţinîndu-se

$$p = \mu \int F\,dx + C_1. \tag{30}$$

Introducînd rezultatele din (23) şi (27) rezultă

$$p = 6\mu \left(\int \frac{C_2}{h^3}\,dx + \frac{\omega}{4} \int \frac{dx}{h} - \frac{\omega}{4} \int \frac{x^2}{h^3}\,dx \right) + p_2. \tag{31}$$

Constanta de integrare C_2 se determină cu condiţia (12)

$$C_2 = \frac{\omega}{4} \frac{\int_0^l \frac{x^2}{h^3}\,dx - \int_0^l \frac{dx}{h}}{\int_0^l \frac{dx}{h^3}}. \tag{32}$$

Introducînd valoarea constantei C_2, relaţia (32) devine

$$p = \frac{3}{2}\mu\omega \frac{\int_0^l \frac{x^2}{h^3}dx \cdot \int \frac{dx}{h^3} - \int_0^l \frac{dx}{h} \cdot \int \frac{dx}{h^3} + \int_0^l \frac{dx}{h^3} \cdot \int \frac{dx}{h} - \int_0^l \frac{dx}{h^3} \cdot \int \frac{x^2}{h^3}}{\int_0^l \frac{dx}{h^3}} +$$

$$+ p_2. \tag{33}$$

Pentru calculul integralelor din legea de variaţie ale presiunii (33) se poate face schimbarea de variabilă

$$\left.\begin{array}{l} x = R \sin \varphi \\ \text{de unde } h = h_1 + R(1 - \cos \varphi) \\ \text{şi } dx = R \cos \varphi \cdot d\varphi. \end{array}\right\} \tag{34}$$

3. Studiul mişcării în partea divergentă a ajutajului.

În partea divergentă a ajutajului ecuaţiile de mişcare Navier — Stokes se scriu sub aceeaşi formă simplificată (2) şi (3), iar ecuaţia continuităţii sub forma (4). Condiţiile la limită se scriu în ajutorul ipotezelor prezentate mai înainte, fiind analoage cu cele din partea convergentă a ajutajului, deosebirea apărînd în secţiunea de ieşire CC'. Astfel :

$$y = h \qquad u = -\omega(R + h_2 - h), \qquad v = -\omega x, \tag{35}$$

$$y = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \qquad v = 0, \tag{36}$$

$$x = 0 \qquad p^* = p_2 = 2{,}15\ \sigma_c, \tag{37}$$

$$x = b \qquad \frac{\partial p^*}{\partial x} = 0, \qquad p^* = 0. \tag{38}$$

Se consideră funcția de curent $\psi^*(x, y)$ astfel ca

$$u = \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*} \tag{39}$$

și

$$v = -\frac{\partial \psi^*}{\partial x}. \tag{40}$$

Ținînd seama de modul cum se pun condițiile la limită, determinarea funcției de curent pentru partea divergentă a ajutajului are elemente analoage cu cea referitoare la determinarea funcției de curent pentru partea convergentă a ajutajului. Astfel se obține

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = \mu \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} \tag{41}$$

de unde

$$\frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p^*}{\partial x} \tag{42}$$

și se notează :

$$\frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} = 6F^* \tag{43}$$

unde F^* este o funcție numai de variabila x.

Prin integrări succesive rezultă :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^2} = 6yF^* + 2G^*; \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial y} = 3y^2F^* + 2yG^* + H^*; \\ &\psi^* = y^3F^* + y^2G^* + yH^* + K^* \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

unde G^*, H^* și K^* sînt funcții numai de x.

Funcțiile introduse în cursul integrării se determină cu ajutorul condițiilor la limită (36) și (37) și procedînd ca mai înainte se deduc

$$K^* = K_0^* = \text{const.} \tag{45}$$

$$G^* = 0. \tag{46}$$

De asemenea, se obţine sistemul de ecuaţii diferenţiale

$$\left.\begin{aligned} F^{*\prime}h^3 + H^{*\prime}h &= \omega x \\ 3F^*h^2 + H^* &= -\omega\,(R + h_2 - x) \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

unde s-au notat cu prim derivatele în raport cu x. Eliminînd funcţia H^* şi derivata ei, se deduce o ecuaţie diferenţială liniară în F^*, care integrată conduce la

$$F^* = \frac{1}{h^3}\left[C^* + \frac{\omega}{4}(h^2 - x^2)\right]. \tag{48}$$

Funcţia H^* se calculează din (47) utilizînd rezultatul (48)

$$H^* = \omega[h - (R + h_2)] - \frac{3}{h}\left[C^* + \frac{\omega}{4}(h^2 - x^2)\right]. \tag{49}$$

Determinarea constantei de integrare C^* se efectuează cu ajutorul condiţiei la limită (38), ţinînd seama că din (26) ... (28) rezultă

$$\frac{\partial p^*}{\partial x} = \mu\frac{\partial^3 \psi^*}{\partial y^3} = 6\mu F^* \tag{50}$$

şi în consecinţă

$$(F^*)_{x=b} = 0 \tag{51}$$

şi observînd că pentru $x = -b$ corespunde $h = h_1$, se obţine

$$C^* = \frac{\omega}{4}(b^2 - h_1^2). \tag{52}$$

Avînd în vedere relaţiile stabilite mai înainte, rezultă că funcţia de curent $\psi^*(x, y)$ pentru partea divergentă a ajutajului este complet determinată. Cu ajutorul acestei funcţii se calculează o serie de mărimi mecanice care intervin în acest studiu.

Distribuţia componentei u a vitezei se calculează cu relaţia (39), ţinînd seama de (44), (46), (48) şi (49), adică

$$u = \frac{3}{h}\left[C^* + \frac{\omega}{4}(h^2 - x^2)\right]\left(\frac{y^2}{h^2} - 1\right) + \\ + \omega[h - (R + h_2)]. \tag{53}$$

Presiunea pe cilindrii laminorului, în partea divergentă a ajutajului se calculează cu ajutorul relaţiilor (41) ...(43)

$$p^* = 6\mu\int F^*\,dx + C_1^* \tag{54}$$

iar constanta de integrare se stabilește cu condiția la limită (38)

$$C_2^* = p_2. \tag{55}$$

Introducînd în (54) rezultatele din (48), (52[2] și (55) rezultă legea de variație a presiunii în partea divergentă a ajutajului

$$p^* = \frac{3}{2}\mu\omega\left[(b^2 - h_1^2)\int\frac{dx}{h^3} + \right.$$

$$\left. + \int\frac{dx}{h} - \int\frac{x^2}{h^3}dx\right] + p_2. \tag{56}$$

Pentru calculul integralelor din relația (56) se poate proceda ca mai înainte, adică scriind relația dintre h și x

$$h = R + h_2 - \sqrt{R^2 - x^2} \tag{57}$$

iar cea dintre h_2 și h_1 este

$$h_2 = h_1 - R(1 - \cos\beta) \tag{58}$$

și făcînd schimbarea de variabilă

$$x = R\sin\varphi. \tag{59}$$

Cele prezentate în lucrarea de față conduc la concluzia că utilizarea funcției de curent reprezintă o metodă pentru integrarea ecuațiilor de mișcare (2) și (3) în cazul analogiei hidrodinamice a laminării și conduce la stabilirea expresiilor mărimilor mecanice care inervin în acest caz.

BIBLIOGRAFIE

1. *Adrian M.*, Laminarea la cald a tablelor și a benzilor, Edit. Tehnică, București, 1963.
2. *Deciu E.* Unele contribuții la analogia hidrodinamică a laminării, St. cerc. mec. apl., 22, 4, 1966.
3. *Deciu E.* Über einige mechanische Modelle des Verformungsvorganges beim Walzen, Bul. I.P.B. XXXVI, 3, 1974 și Acta Polytechnica — Práce CVUT v Praze, II 1973.
4. *Johnson W., Mellor P. B.*, Plasticity for Mechanical Engineers, D. van Nostrand Comp., London, 1962.
5. *Kneschke A.*, Zur hydrodinamischen Theorie der Warmwalzens, Arch. für das Eisenhüttenwesen, 29, 1, 1958.
6. *Popov M., Deciu E, Mitrică I.*, Considerații asupra unei analogii hidrodinamice a laminării, St. cerc. mec. apl., 8, 3, 1957.
7. *Popov M., Mitrică I.*, Asupra unei condiții la limită în analogia hidrodinamică a laminării, St. cerc. mec. apl., 8, 4, 1957.
8. *Renert M.*, Calculul și construcția utilajului chimic, Ed. didactică și pedagogică, București, 1971.
9. *Targ. S. M.*, Osnovie zadaci teorii laminarnih tecenii, Gostehizdat, Moskva, 1951.

L'utilisation de la fonction de courant dans l'analogie hydrodinamique du laminage

Dans l'article on étudie quelques problèmes mécanique du procès de déformation par laminage, en choisissant pour le matériel un modèl Newton (fluide visqueux à viscosité constante). On considère le mouvement dans un ajoutage convergent — divergent qui a la même forme que la surface de contact entre les cylindres et le matériel déformé. Pour l'intégration des équations de mouvement on outilise une fonction de courant $\Psi(x, y)$ pour la partie convergente de l'ajoutage et une fonction de courant $\Psi^*(x, y)$ pour la partie divergente de l'ajoutage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 620.177
539.3/.4

ALGORITM ŞI PROGRAM PENTRU CALCULUL DEFORMAŢIILOR BARELOR SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE

ELIZA HAŞEGANU-ZAMFIRESCU*

În lucrare se prezintă un algoritm de calcul al deformaţiilor şi eforturilor în barele drepte static determinate solicitate la încovoiere simplă. Acest algoritm, diferit de cele utilizate în calculele manuale, este uşor programabil pe calculator.

Se descrie de asemenea logica şi modul de utilizare a programului FORTRAN scris pentru calculatorul FELIX C—256. Programul are un caracter general, permiţînd cu uşurinţă studierea efectelor unor modificări de structură sau de încărcare ale barelor.

Introducere

Metodele clasice de calcul al deformaţiilor barelor solicitate la încovoiere, atît cele bazate pe integrarea ecuaţiei fibrei medii deformate cît şi cele bazate pe consideraţii energetice, sînt laborioase, greu generalizabile şi conduc la algoritmi dificil de programat.

Studiul influenţei modificării forţelor aplicate, atît ca modul cît şi ca direcţie şi punct de aplicaţie, sau a poziţiilor punctelor şi a modurilor de rezemare ale barei, impun refacerea calculelor pentru fiecare caz nou studiat. În lucrarea de faţă se stabileşte un algoritm de calcul bazat pe ecuaţia diferenţială a fibrei medii deformate şi pe principiul suprapunerii efectelor, algoritm uşor de programat pe un calculator numeric, punîndu-se totodată la dispoziţia utilizatorului mijloace comode de comunicare cu calculatorul, pentru descrierea structurii barei şi pentru modificarea ei.

Prin această metodă se poate trata unitar orice tip de rezemare static determinată a barelor drepte solicitate la încovoiere.

Programul propus cuprinde două secţiuni :

I. Secţiunea de analiză a structurii barei

II. Secţiunea de calcul numeric al mărimilor importante într-un asemenea studiu : săgeata, rotirea, forţa tăietoare şi momentul încovoietor.

Manuscris predat redacţiei la data de 13 septembrie 1978. Lucrare susţinută la Sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii din Braşov, 1974.

* Şef lucrări ing. Catedra de mecanică.

1. Descrierea structurii barei

Bara va fi descrisă prin „puncte caracteristice".

Se numesc „puncte caracteristice", punctele de discontinuitate în variația parametrilor ce caracterizează bara:

— punctele de aplicație ale forțelor și cuplurilor concentrate;
— punctele de variație în salt a sarcinii distribuite;
— punctele de rezemare;
— punctele de variație în salt a momentului de inerție;
— capetele barei.

Orice alt punct al barei poate fi introdus ca punct caracteristic.

În figura 1 este reprezentată o bară avînd momentul de inerție I constant, încărcată cu diferite forțe și cupluri concentrate, rezemată în punctul 1 și articulată în punctul 4. (Au fost numerotate punctele caracteristice).

Tabelul 1 prezintă modul în care poate fi descrisă bara, atît din punct de vedere geometric, cît și din punctul de vedere al încărcării. Acest mod de descriere este deosebit de avantajos pentru prelucrarea pe calculator, deoarece fiecare linie din tabel poate fi trecută pe o cartelă.

Numărul de linii din tabel corespunde cu numărul punctelor caracteristice ale barei.

În prima coloană a tabelului este indicat modul de rezemare a barei, utilizînd una din literele *R*, *A* sau *I*, după cum bara este rezemată, articulată sau încastrată. Simbolul respectiv se trece în linia corespunzătoare punctului caracteristic în care se face rezemarea.

Tabelul 1

Mod de rezemare	$x_{[cm]}$	$I_{[cm^4]}$	$P_{[daN]}$	$\varphi_{[rad]}$	$Q\left[\frac{daN}{cm}\right]$	$M_{[daNcm]}$
	0	14	0	0	0	0
R	50	14	0	0	0	0
	100	14	300	0,8	0	0
	150	14	0	0	1	5000
A	250	14	0	0	0	0
	270	14	200	0	0	0
	300	0	0	0	0	0

Cea de a doua coloană conține abscisele punctelor caracteristice, măsurate față de extremitatea din stînga a barei, care este considerată ca origine a axei *Ox* (fig. 1).

În coloana următoare este dată valoarea momentului de inerție. Acesta poate fi constant de-a lungul barei (fig. 1, tabelul 1), sau poate să varieze în salturi (fig. 2, tabelul 2).

Coloana a patra conține valorile forțelor concentrate, iar coloana următoare, unghiul sub care este aplicată forța în punctul caracteristic respectiv, măsurat în radiani față de verticală (fig. 1).

Tabelul 2

Mod de rezemare	$x_{[cm]}$	$I_{[cm^4]}$	P_{daN}	$\varphi_{[rad]}$	$Q\left[\frac{daN}{cm}\right]$	$M_{[daNcm]}$
I	0	13.300	0	0	3	0
	100	4 480	0	0	2	0
	180	834	3000	0	0,8	0
	220	0	5000	0	0	0

Urmează apoi coloana sarcinilor distribuite și coloana cuplurilor concentrate. Semnul cuplului se determină pe baza convenției de semne reprezentată în fig. 3, în care se arată sensul cuplului corespunzător sem-

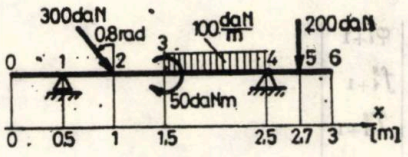


Fig. 1

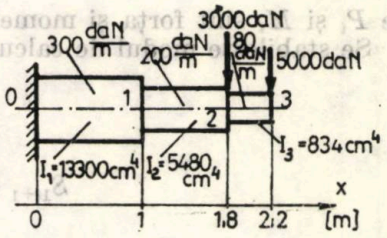


Fig. 2

nului pozitiv. Tot în această figură se arată și sensul forței tăietoare și al forței axiale considerate pozitive.

2. Secțiunea de calcul numeric

Algoritmul de calcul se bazează pe principiul suprapunerii efectelor în sistemele liniare. Se va considera segmentul i al barei, avînd lungimea l_i și momentul de inerție I_i (fig. 4), în lungul căreia se găsește distribuită sarcina Q_i; x_i și x_{i+1} sînt puncte caracteristice.

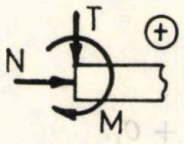


Fig. 3

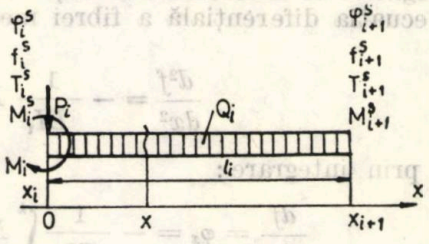


Fig. 4

Secţiunea „la stînga" în x_i va fi descrisă de vectorul S_{1i} :

în care :

$$S_{1i} = \begin{vmatrix} \varphi_i^s \\ f_i^s \\ T_i^s \\ M_i^s \end{vmatrix} \quad (1)$$

φ_i^s = rotirea

f_i^s = săgeata

T_i^s = forţa tăietoare

M_i^s = momentul încovoietor

Secţiunea „la dreapta" în x_i va fi descrisă de vectorul S_{2i} :

unde :

$$S_{2i} = \begin{vmatrix} \varphi_i^d \\ f_i^d \\ T_i^d \\ M_i^d \end{vmatrix} \quad (2)$$

$\varphi_i^d = \varphi_i^s$

şi $f_i^d = f_i^s$ datorită continuităţii fibrei medii deformate,

iar $T_i^d = T_i^s + P_i$

$M_i^d = M_i^s + M_i$

unde P_i şi M_i sînt forţa şi momentul concentrat aplicate în x_i.

Se stabileşte modul de calcul al vectorului S_{1i+1},

$$S_{1i+1} = \begin{vmatrix} \varphi_{i+1}^s \\ f_{i+1}^s \\ T_{i+1}^s \\ M_{i+1}^s \end{vmatrix} \quad (3)$$

caracterizînd secţiunea „la stînga" în x_{i+1}. Se consideră originea segmentului în x_i şi se integrează în lungul segmentului.

Se găseşte uşor :

$$M_{i+1}^s = M_i^d - T_i^d l_i - Q_i^d \frac{l_i^2}{2} \quad (4)$$

şi

$$T_{i+1}^s = T_i^d - Q_i^d l_i \quad (5)$$

Semnele negative se datorează convenţiei de semne din fig. 3.

Din ecuaţia diferenţială a fibrei medii deformate

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -\frac{1}{EI_i} M_x, \quad (6)$$

se obţine prin integrare :

$$\frac{df}{dx} = \varphi_x = -\frac{1}{EI_i} \int_0^h M_x \, dx + C_1 \quad (7)$$

$$\varphi_x = -\frac{1}{EI_i}\int_0^k \left(M_i^d - T_i^d x - Q_i^d \frac{x^2}{2} \right) dx + C_1$$

$$\varphi_x = 1 - \frac{1}{EI_i}\left(M_i^d x - T_i^d \frac{x^2}{2} - Q_i^d \frac{x^3}{6} \right) + C_1. \tag{8}$$

Pentru $x = 0$, $\varphi_x = \varphi_i^s$, deci:

$$\varphi_{i+1}^s = \varphi_i^s - \frac{1}{EI_i}\left(M_i^d l_i - T_i^d \frac{l_i^2}{2} - Q_i^d \frac{l_i^3}{6} \right) \tag{9}$$

Integrînd încă o dată ecuaţia (7), se găseşte:

$$f_x = \int_0^x \varphi_x dx = -\frac{1}{EI_i}\int_0^x \left(M_i^d x - T_i^d \frac{x^2}{2} - Q_i^d \frac{x^3}{6} \right) dx + \int_0^x \varphi_i^s dx + C_2$$

$$f_x = -\frac{1}{EI_i}\left(M_i^d \frac{x^2}{2} - T_i^d \frac{x^3}{6} - Q_i^d \frac{x^4}{24} \right) + \varphi_i^s x + C^2 \tag{10}$$

Pentru $x = 0$, $f_x = f_i^s$, deci:

$$f_{i+1}^s = f_i^s + \varphi_i^s l_i - \frac{1}{EI_i}\left(M_i^d \frac{l_i^2}{2} - T_i^d \frac{l_i^3}{6} - Q_i^d \frac{l_i^4}{24} \right) \tag{11}$$

Aceste relaţii permit să se calculeze din aproape în aproape valoarea vectorului S în orice secţiune, dacă se cunoaşte valoarea sa în originea barei, condiţie îndeplinită numai pentru bara încastrată, la care:

$$\varphi_1^s = 0$$

$$f_1^s = 0$$

$$T_1^s = -\Sigma P_i$$

$$M_1^s = -\Sigma M_i.$$

Acestea constituie deci primele relaţii de calcul la bara încastrată.

Pentru bara rezemată sau articulată, condiţiile iniţiale nu pot fi determinate direct. Prin metoda propusă se calculează aceste condiţii în urma unei prime explorări a barei, cu condiţii iniţiale nule. Acestea vor fi corectate pe baza rezultatelor obţinute în punctele de rezemare în care trebuie impus $f = 0$.

Considerînd relaţiile (9) şi (11) şi făcînd notaţiile

$$A_k = -\frac{1}{EI_k}\left(M_k^d l_k - T_k^d \frac{l_k^2}{2} - Q_k^d \frac{l_k^3}{6} \right)$$

$$B_k = -\frac{1}{EI_k}\left(M_k^d \frac{l_k^2}{2} - T_k^d \frac{l_k^3}{6} - Q_k^d \frac{l_k^4}{24} \right)$$

se poate scrie:

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + A_k \tag{12}$$

$$f_{k+1} = f_k + \varphi_k l_k + B_k, \tag{13}$$

A_k şi B_k fiind valori calculate cu parametrii caracteristici segmentului k, în care nu intervin φ_k şi f_k.

Notînd cu φ_1 şi f_1 condiţiile iniţiale, se obţine:

$$\varphi_{k+1} = \varphi_1 + \sum_{j=1}^{k} A_j = \varphi_1 + C_k \tag{14}$$

$$f_{k+1} = f_1 + \varphi_1 \sum_{j=1}^{k} l_j + D_k \tag{15}$$

Termenii C_k şi D_k, depinzînd exclusiv de parametrii geometrici şi de sarcinile aplicate barei, nu se modifică la schimbarea condiţiilor iniţiale.

Notînd k_1 şi k_2 indicii corespunzători punctelor de rezemare R_1 şi R_2, se găseşte în aceste puncte:

$$\begin{aligned} f'_{R_1} &= f_1 + \varphi_1 \sum_{j=1}^{k_1} l_j + D_{k_1} \\ f'_{R_2} &= f_1 + \varphi_1 \sum_{j=1}^{k_2} l_j + D_{k_2} \end{aligned} \tag{16}$$

dar $\sum_{j=1}^{k_1} l_j = x_{R_1}$ şi $\sum_{j=1}^{k_2} l_j = x_{R_2}$, adică abscisele punctelor de rezemare.

Se observă că adoptînd $\varphi_1 = 0$, $f_1 = 0$, se obţine:

$$f'_{R_1} = D_{k_1} \text{ şi } f'_{R_2} = D_{k_2} \tag{17}$$

Aceste valori vor fi utilizate în sistemul (12) de două ecuaţii liniare cu două necunoscute f_1 şi φ_1, care se obţine impunînd săgeţi nule în punctele de rezemare:

$$\begin{aligned} f_1 + \varphi_1 x_{R_1} + f'_{R_1} &= 0 \\ f_1 + \varphi\, x_{R_2} + f'_{R_2} &= 0 \end{aligned} \tag{18}$$

Rezolvînd sistemul (18) se determină f_1 şi φ_1, valori adevărate, cu care se reia calculul obţinîndu-se de această dată valorile reale ale vectorului S în toate punctele dorite.

Pe porțiunile cu sarcină distribuită este necesară, de cele mai multe ori, din considerente de analiză, o detaliere a stării segmentului. Din această cauză programul va calcula automat și va imprima valorile într-un număr de puncte intermediare ale unui asemenea segment. Acest număr poate fi ales de utilizator.

Pentru a funcționa, algoritmul de bază este completat cu un calcul preliminar al reacțiunilor în punctele de rezemare, iar în cazul barei articulate respectiv incastrate, cu calculul componentei axiale din articulație, respectiv al componentei axiale și al momentului cuplului din incastrare.

În figura 5 este dată organigrama generală a secțiunii de calcul numeric.

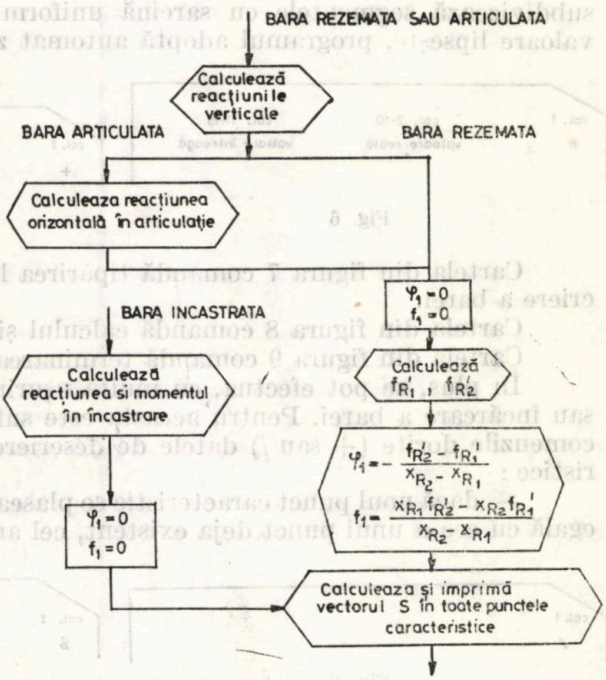


Fig. 5

3. Descrierea programului

Datele descriptive privind structura barei se înregistrează într-un format fix pe cartele (cîte o cartelă pentru fiecare linie din tabelul de descriere a barei). Formatul este :

- col. 1 : indicatorul de mod de rezemare sau blank
- col. 2—10 : valoarea distanței la origine
- col. 11—20 : valoarea momentului de inerție al secțiunii segmentului care urmează
- col. 21—30 : valoarea forței aplicate în acel punct
- col. 31—40 : valoarea unghiului sub care se aplică forța (în radiani)
- col. 41—50 : valoarea sarcinii distribuite pentru segmentul care urmează
- col. 51—60 : valoarea momentului cuplului concentrat aplicat în acel punct.

Toate mărimile vor fi scrise în unități coerente. Nu este necesară ordonarea cartelelor.

Programul este general, permițînd efectuarea unor analize complete asupra comportării barei. Pentru aceasta s-au prevăzut o serie de comenzi și facilități de utilizare.

Comenzile permise utilizatorului se dau tot prin cartele, înregistrate în felul următor :

Cartela din fig. 6 comandă inițializarea unei noi bare. Valoarea reală din col. 2—10 reprezintă modulul de elasticitate și trebuie înregistrată. Valoarea întreagă din col. 11—15 reprezintă numărul de puncte în care se subdivizează segmentele cu sarcină uniform distribuită. Dacă această valoare lipsește, programul adoptă automat zece diviziuni.

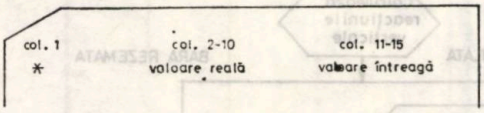


Fig. 6

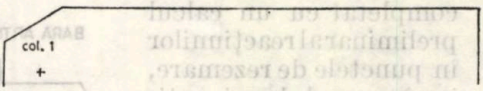


Fig. 7

Cartela din figura 7 comandă tipărirea la cerere a tabelului de descriere a barei.

Cartela din figura 8 comandă calculul și tipărirea rezultatelor.

Cartela din figura 9 comandă terminarea calculelor (a programului).

În plus, se pot efectua, cu multă ușurință, modificări de structură sau încărcare a barei. Pentru aceasta este suficient să se introducă între comenzile dorite (+ sau /) datele de descriere ale noilor puncte caracteristice :

— dacă noul punct caracteristic se plasează la o distanță de la origine egală cu cea a unui punct deja existent, cel anterior va fi înlocuit. În caz

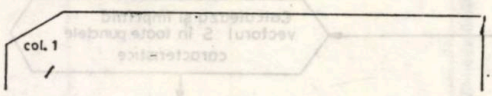


Fig. 8

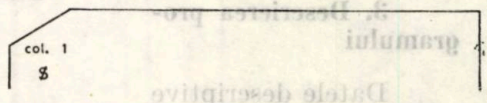


Fig. 9

contrar noul punct va fi intercalat automat la locul potrivit (după x) în șirul de puncte ce descriu bara ;

— dacă este necesară eliminarea unui punct caracteristic din descrierea barei, este suficient să fie înregistrată cu semnul minus valoarea abscisei acestui punct.

În anexă se prezintă programul de calcul al deformațiilor și eforturilor, precum și o serie de exemple în care se consideră barele descrise prin tabelele 1 respectiv 2 asupra cărora se fac unele transformări prin metodele arătate, calculîndu-se de fiecare dată eforturile și deformațiile.

Concluzii

Utilizarea calculatorului numeric impune reconsiderarea unor metode de calcul consacrate și introducerea de algoritmi noi, ușor programabili.

Uneori, ca în cazul de față, se dovedește avantajoasă scrierea unor programe generale, destinate rezolvării unor clase largi de probleme din aceeași familie. În asemenea situații se recomandă introducerea unui limbaj elementar de comenzi, care să permită utilizatorului manipularea

ANEXĂ

```
      PROGRAM TEST GRINDA
C
      COMMON L,GRINDA(200,7)
      CALL START0
      STOP
      END

      SUBROUTINE START0
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT
      DATA AST/'*'/
      KOUNT=0
      E=0
11    READ 10,A,E,N
10    FORMAT(A1,F9.3,I10)
      IF(A.NE.AST)GOTO11
      CALL INIT
      RETURN
      END

      SUBROUTINE START1
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT
      DATA AST,DOL/'*','$'/
11    READ 10,A,E,N
10    FORMAT(A1,F9.3,I10)
      IF(A.NE.AST.AND.A.NE.DOL)GOTO 11
      IF(A.NE.AST)STOP
      CALL INIT
      RETURN
      END

      SUBROUTINE INIT
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT
      KOUNT=KOUNT+1
      PRINT 11,KOUNT
11    FORMAT(//5X,'GRINDA NR.',I3/5X,13('M=////)
      L=1
      DO 1 I=1,200
      DO 1 J=1,7
1     G(I,J)=-11111.
      IF(N.EQ.0)N=10
      IF(E.NE.0)CALL INTROD
      PRINT 10
10    FORMAT(1X,'***** NU S-A SPECIFICAT E *****')
      CALL START1
      RETURN
      END

      SUBROUTINE INTROD
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT
      REAL I
      DATA BLK/' '/
      DATA AST,DOL,PLS,SPL/'*','$','+','/'/
      DATA A,R,I/'A','R','I'/
      DIMENSION TEST(7)
      READ 10,TEST
      IF(TEST(1).EQ.DOL)STOP
      IF(TEST(1).EQ.SPL)CALL CLC
      IF(TEST(1).EQ.PLS)CALL PRINTG
      IF(TEST(1).EQ.AST)GOTO4
      IF(TEST(1).EQ.BLK.OR.TEST(1).EQ.A.OR.TEST(1).EQ.R.OR.TEST(1).EQ.I)
     *CALL ARANJ(TEST)
      PRINT 11,KOUNT
11    FORMAT(1X,'*** SETUL DE DATE PENTRU GRINDA NR.',I3,1X,'CONTINE
     *ERORI ***')
      CALL START1
4     E=TEST(2)
      N=TEST(3)
      CALL INIT
10    FORMAT(A1,F9.0,5F10.0)
      END

      SUBROUTINE ARANJ(TEST)
      COMMON L,G(200,7)
      DIMENSION TEST(7)
      DO 12 I=1,L
      IF(ABS(TEST(2)-G(I,2))10,11,12
12    CONTINUE
      IF(L.EQ.200)GOTO 18
      DO 21 J=1,7
21    G(L,J)=TEST(J)
      L=L+1
      CALL INTROD
      IF(TEST(2).LT.G(I,2))13,14,14
13    IF(I.EQ.1)CALL INTROD
      I=L-1
      DO 16 I1=I,L
      DO 16 J=1,7
16    G(I1,J)=G(I1+1,J)
      DO 15 J=1,7
15    G(L+1,J)=0
      CALL INTROD
      DO 17 J=1,7
17    G(I,J)=TEST(J)
      CALL INTROD
18    PRINT 100
100   FORMAT(1X,'***** GRINDA DESCRISA PRIN PREA MULTE PUNCTE ***')
      CALL START1
10    IF(L.EQ.200)GOTO 18
      IF(TEST(2).LT.0)CALL INTROD
      I1=L
20    DO 19 J=1,7
19    G(I1,J)=G(I1-1,J)
      I1=I1-1
      IF(I1.GE.I) GO TO 20
      DO 22 J=1,7
22    G(I,J)=TEST(J)
      L=L+1
      CALL INTROD
      END
```

```
      SUBROUTINE DETERM(*,*,*)
      COMMON L,G(200,7)
      REAL IN
      DATA A,IN,R,BLK/'A','I','R',' '/
      NA=0
      NR=0
      NI=0
      L1=L-1
      DO 1 I=1,L1
      IF(G(I,1),EQ,BLK)GOTO 1
      IF(G(I,1),EQ,A.OR.G(I,1),EQ,R)GOTO 2
      NI=NI+1
      GOTO 1
2     IF(G(I,1),EQ,A)GOTO 3
      NR=NR+1
      GOTO 1
3     NA=NA+1
1     CONTINUE
      IF(NI.EQ.1.AND.NA.EQ.0.AND.NR.EQ.0)GOTO 5
      IF(NI.EQ.0.AND.NA.EQ.1.AND.NR.EQ.1)RETURN 2
      IF(NI.EQ.0.AND.NA.EQ.0.AND.NR.EQ.2)RETURN 1
      PRINT 100
100   FORMAT(//10X,'*** GRINDA STATIC NEDETERMINATA SAU INSUFICIENT REZE
     *MATA***'//)
      CALL START1
5     IF(G(1,1),EQ,IN)RETURN 3
      PRINT 101
101   FORMAT(//10X,'*** GRINDA NU ESTE INCASTRATA IN ORIGINE ***'//)
      CALL START1
      END

      SUBROUTINE CLC
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT
      COMMON/BL1/XR1,XR2,V1,V2/BL2/V,C
      L1=L-1
C DETERMINA MODUL DE REZEMARE
      CALL DETERM(&1,&2,&3)
C BARA REZEMATA
1     PRINT 100,E
100   FORMAT(/5X,'BARA REZEMATA',10X,'E=',E10,4//)
      V=0
      C=0
      S=0
      DO 10 I=1,L1
10    S=S+ABS(G(I,5))
      IF(S,EQ,0)GOTO 11
      PRINT 101
101   FORMAT(/5X,'*** PE BARA REZEMATA SARCINILE CONCENTRATE TREBUIE
     *APLICATE SUB UNGHI NUL ***')
      CALL START1
C CALCULEAZA COORDONATELE REAZEMELOR SI REACTIUNILE
11    CALL REACT
      PRINT 110,XR1,XR2,V1,V2
C CALCUL DEFORMATII INITIALE
110   FORMAT(5X,'CALCULUL REACTIUNILOR VERTICALE'/5X,'XR1=',E12,5,20X,'X
     *R2=',E12,5/5X,'V1=',E12,5,19X,'V2=',E12,5/)
      CALL DEFO(FR1,FR2,E)
      FI1=-(FR2-FR1)/(XR2-XR1)
      F1=(XR1*FR2-XR2*FR1)/(XR2-XR1)
C CALCUL SI IMPRIMARE REZULTATE FINALE
C     RUTINA DEFI CALCULEAZA VECTORUL DE STARE IN PUNCTUL INITIAL DETERMININ
C     IN PREALABIL TIPUL DE REZEMARE
10    CALL DEFI(FI1,F1)
      CALL INTROD
      RETURN
C BARA ESTE ARTICULATA
2     PRINT 102,E
102   FORMAT(/5X,'BARA ARTICULATA',10X,'E=',E10,4//)
C CALCULEAZA REACTIUNEA ORIZONTALA IN ARTICULATIE
      V=0
      C=0
      H=0
      DO 12 I=1,L1
12    H=H-G(I,4)*SIN(G(I,5))
      PRINT 103,H
103   FORMAT(5X,'REACTIUNEA ORIZONTALA IN ARTICULATIE =',E12,5)
      GOTO 11
3     PRINT 104,E
104   FORMAT(/5X,'BARA INCASTRATA',10X,'E=',E10,4//)
      XR1=0
      XR2=0
      V1=0
      V2=0
      H=0
      DO 14 I=1,L1
14    H=H-G(I,4)*SIN(G(I,5))
      V=0
      DO 15 I=1,L1
15    V=V-G(I,4)*COS(G(I,5))
      L2=L1-1
      Q1=0
      Q=0
      DO 20 I=1,L2
      Q1=Q1-G(I,6)*(G(I+1,2)**2-G(I,2)**2)/2-G(I,4)*G(I,2)*COS(G(I,5))
20    Q=Q-G(I,6)*(G(I+1,2)-G(I,2))
      V=V+Q
      C=-G(L1,4)*G(L1,2)*COS(G(L1,5))
      DO 21 I=1,L1
21    C=C-G(I,7)
      C=C+Q1
      PRINT 105,H,V,C
105   FORMAT(5X,'REACTIUNEA ORIZONTALA IN INCASTRARE =',E12,5/5X,'REACTI
     *UNEA VERTICALA IN INCASTRARE=',E12,5/5X,'CUPLUL IN INCASTRARE=',E1
     *2,5)
      FI1=0
      F1=0
      GOTO 16
      END
```

```
      SUBROUTINE REACT
      COMMON L,G(200,7),
      COMMON/BL1/XR1,XR2,V1,V2
      DATA BLK/' '/
      K=0
      L1=L-1
      DO 7 I=1,L1
      IF(G(I,1),EQ,BLK)GOTO 7
      IF(K,EQ,1)GOTO 2
      XR1=G(I,2)
      K=1
    7 CONTINUE
    2 XR2=G(I,2)
      S1=0
      S2=0
      S3=0
      S4=0
      S5=0
      L=L-2
      DO 1 I=1,L1
      S1=S1+G(I,7)
      S3=S3+G(I,6)*(G(I+1,2)-G(I,2))*(G(I+1,2)+G(I,2)-2*XR1)/2
      S2=S2+G(I,4)*COS(G(I,5))*(G(I,2)-XR1)
      S4=S4+G(I,4)*COS(G(I,5))
    1 S5=S5+G(I,2)*(G(I+1,2)-G(I,2))
      S1=S1+G(L-1,7)
      S2=S2+G(L-1,4)*COS(G(L-1,5))*(G(L-1,2)-XR1)
      S4=S4+G(L-1,4)*COS(G(L-1,5))
      V2=(S1+S2+S3)/(XR2-XR1)*(-1,)
      V1=-(S4+S5+V2)
      RETURN
      END


      SUBROUTINE DEFO(FR1,FR2,E)
      COMMON L,G(200,7)//BL1/XR1,XR2,V1,V2/BL2/V,C
      DIMENSION S(4),D(4)
      DATA IN/'I'/
      DO 1 J=1,4
    1 S(J)=0
      L1=L-1
      DO 2 I=1,L1
      IF(G(I,2),EQ,XR1)FR1=S(2)
      IF(G(I,2),EQ,XR2)GOTO 10
      D(1)=S(1)
      D(2)=S(2)
      D(3)=S(3)+G(I,6)*COS(G(I,5))
      D(4)=S(4)+G(I,7)
      IF(G(I,1),NE,IN,OR,I,NE,1)GOTO 11
      D(3)=D(3)+V
      D(4)=D(4)+C
   11 IF(G(I,2),EQ,XR1)D(3)=D(3)+V1
      DX=G(I+1,2)-G(I,2)
      S(4)=D(4)-D(3)*DX-G(I,6)*DX**2/2
      S(3)=D(3)+G(I,6)*DX
      S(2)=D(2)+D(1)*DX-DX**2*(D(4)/2-D(3)*DX/6-G(I,6)*DX**2/24)/G(I,3)/
     *E
      S(1)=D(1)-DX*(D(4)-D(3)*DX/2-G(I,6)*DX**2/6)/G(I,3)/E
    2 CONTINUE
   10 FR2=S(2)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE DEF1(FI1,F1)
      REAL MI,IN
      DIMENSION S(4),D(4),SALV(4)
      COMMON L,G(200,7),E,N,KOUNT/BL1/XR1,XR2,V1,V2/BL2/V,C
      DATA IN/'I'/
      S(1)=FI1
      S(2)=F1
      S(3)=0
      S(4)=0
      PRINT 101,KOUNT,S(1),S(2)
  101 FORMAT(10X,'GRINDA NR.',I3//10X,'ROTIREA IN ORIGINE='
     *,E11.4//10X,'SAGEATA IN ORIGINE =',13X,E11.4/
     *)PRINT 100
  100 FORMAT(///30X,'CALCULUL DEFORMATIILOR SI EFORTURILOR '//30X,38(1H*)
     *///2X,84(1H*)//6X,'DISTANTA',10X,'FORTA',12X,'MOMENT',14X,'ROTIRE'
     *6X,'L A ORIGINE',8X,'TAIETOARE',8X,'INCOVOIETOR',6X,6X,6X,'SAGEAT
     *A'//2X,84(1H*)///)
      L1=L-2
      DO 2 I=1,L1
C  CALCULUL LA DREAPTA SECTIUNII I
      DO 16 J=1,4
   16 D(J)=S(J)
      X=G(I,2)
      XI=G(I,3)
      PI=G(I,4)
      FI=G(I,5)
      QI=G(I,6)
      MI=G(I,7)
      IF(G(I,1),NE,IN,OR,I,NE,1)GOTO 10
      D(3)=D(3)+V
      D(4)=D(4)+C
   10 D(3)=D(3)+PI*COS(FI)
      D(4)=D(4)+MI
      IF(X,EQ,XR1)D(3)=D(3)+V1
      IF(X,EQ,XR2)D(3)=D(3)+V2
      PRINT 102,X,D(3),D(4),D(1),D(2)
  102 FORMAT(6X,E10,3,7X,3(E11,4,6X),E10,3//)
C CALCULUL LA STINGA SECTIUNII I+1
      DX=G(I+1,2)-G(I,2)
      S(1)=D(1)-DX*(D(4)-D(3)*DX/2-QI*DX**2/6)/XI/E
      S(2)=0
      IF(G(I+1,2),EQ,XR1,OR,G(I+1,2),EQ,XR2)GOTO 17
      S(2)=D(2)+D(1)*DX-DX**2*(D(4)/2-D(3)*DX/6-QI*DX**2/24)/XI/E
   17 S(3)=D(3)+QI*DX
      S(4)=D(4)-D(3)*DX-QI*DX**2/2
      IF(QI,EQ,0)GOTO 15
C SEGMENTUL I ARE SARCINA DISTRIBUITA
```

```
      C SALVEAZA VALORILE LA CAPATUL INTERVALULUI
            DO 13 J=1,4
        13  SALV(J)=S(J)
      C CALCUL DEFORM. SI EFORT. IN LUNGUL SEGM.
            DXX=DX/N
            N1=N-1
            DO 3 J=1,N1
            S(1)=D(1)+DXX*(D(4)+D(3)*DXX/2+QI*DXX**2/6)*XI/E
            S(2)=D(2)+D(1)*DXX+DXX**2*(D(4)/2+D(3)*DXX/6+QI*DXX**2/24)*XI/E
            S(3)=D(3)+QI*DXX
            S(4)=D(4)+D(3)*DXX+QI*DXX**2/2
            XX=X+J*DXX
            PRINT 103,XX,S(3),S(4),S(1),S(2)
        103 FORMAT(6X,E10.3,7X,3(E11.4,6X),E10.3)
            DO 12 JJ=1,4
        12  D(JJ)=S(JJ)
         3  CONTINUE
      C RESTABILESTE VALORILE MEMORATE
            DO 14 J=1,4
        14  S(J)=SALV(J)
        15  X=G(I+1,2)
            PRINT 104,X,S(3),S(4),S(1),S(2)
        104 FORMAT(/6X,E10.3,7X,3(E11.4,6X),E10.3)
         2  CONTINUE
            PRINT 105
        105 FORMAT(///2X,84(1H=)///////)
            RETURN
            END

            SUBROUTINE PRINTG
            COMMON L,G(200,7)
            L1=L-1
            PRINT 11,((G(I,J),J=1,7),I=1,L1)
         11 FORMAT('1',' REZEMARE',9X,'X',13X,'I',13X,'P',13X,'FI',12X,'Q',13X
           *,'M' /94(1H-)//(5X,A1,8X,E10.3,4X,E10.3,4X,E10.3,4X,E10.3,4X,E10.3
           =,4X,E10.3/))
            PRINT 12
        12  FORMAT(94(1H-))
            CALL INTROD
            RETURN
            END
```

GRINDA NR. 1

REZEMARE	X	I	P	FI	Q	M
	,000E+00	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
R	,500E+02	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,100E+03	,140E+02	,300E+03	,800E+00	,000E+00	,000E+00
	,150E+03	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,100E+01	,500E+04
A	,250E+03	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,270E+03	,140E+02	,200E+03	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,300E+03	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00

BARA ARTICULATA E= ,2100E+07

REACTIUNEA ORIZONTALA IN ARTICULATIE H =-,21521E+03

CALCULUL REACTIUNILOR VERTICALE

XR1= ,50000E+02 XR2= ,25000E+03

V1= -,13678E+03 V2= -,37225E+03

GRINDA NR, 1

ROTIREA IN ORIGINE= ,1456E-01

SAGEATA I, ORIGINE = -,7280E+00

CALCULUL DEFORMATIILOR SI EFORTURILOR

DISTANTA L A ORIGINE	FORTA TAIETOARE	MOMENT INCOVOIETOR	ROTIRE	SAGEATA
,000E+00	,0000E+00	,0000E+00	,1456E-01	-,728E+00
,500E+02	-,0000E+00	,0000E+00	,1456E-01	,000E+00
,500E+02	-,1368E+03	,0000E+00	,1456E-01	,000E+00
,100E+03	-,1368E+03	,6838E+04	,8745E-02	,631E+00
,100E+03	,7225E+02	,6838E+04	,8745E-02	,631E+00
,150E+03	,7225E+02	,8225E+04	,1876E-03	,829E+00
,150E+03	,7225E+02	,8225E+04	,1876E-03	,829E+00
,160E+03	,8225E+02	,7453E+04	-,2482E-02	,817E+00
,170E+03	,9225E+02	,6580E+04	-,4871E-02	,780E+00
,180E+03	,1022E+03	,5607E+04	-,6947E-02	,721E+00
,190E+03	,1123E+03	,4535E+04	-,8674E-02	,642E+00
,200E+03	,1223E+03	,3363E+04	-,1002E-01	,548E+00
,210E+03	,1323E+03	,2090E+04	-,1095E-01	,443E+00
,220E+03	,1423E+03	,7178E+03	-,1143E-01	,331E+00
,230E+03	,1523E+03	-,7550E+03	-,1143E-01	,216E+00
,240E+03	,1623E+03	-,2328E+04	-,1091E-01	,104E+00
,250E+03	-,1723E+03	-,4000E+04	-,9833E-02	,000E+00
,250E+03	-,2000E+03	-,4000E+04	-,9833E-02	,000E+00
,270E+03	-,2000E+03	-,9225E-01	-,8472E-02	-,179E+00
,270E+03	,7629E-04	-,9225E-01	-,8472E-02	-,179E+00
,300E+03	,7629E-04	-,9453E-01	-,8472E-02	-,433E+00

GRINDA NR. 1 (VARIANTA *)

REZEMARE	X	I	P	FI	Q	M
	.000E+00	.140E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
R	.500E+02	.140E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
	.100E+03	.140E+02	.300E+03	.800E+00	.000E+00	.000E+00
	.150E+03	.140E+02	.000E+00	.000E+00	.100E+01	.500E+04
A	.250E+03	.140E+02	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00
	.270E+03	.140E+02	.200E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00
	.300E+03	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.000E+00	.400E+04

BARA ARTICULATA E= .2100E+07

REACTIUNEA ORIZONTALA IN ARTICULATIE = -.21521E+03
CALCULUL REACTIUNILOR VERTICALE
XR1= .5000E+02 XR2= .2500E+03
V1= -.11676E+03 V2= -.39225E+03

GRINDA NR. 1 (VARIANTA *)

ROTIREA IN ORIGINE= .1002E-01
SAGEATA IN ORIGINE = -.5012E+00

CALCULUL DEFORMATIILOR SI EFORTURILOR

DISTANTA LA ORIGINE	FORTA TAIETOARE	MOMENT INCOVOIETOR	ROTIRE	SAGEATA
.000E+00	.0000E+00	.0000E+00	.1002E-01	-.501E+00
.500E+02	.0000E+00	.0000E+00	.1002E-01	.000E+00
.500E+02	-.1168E+03	.0000E+00	.1002E-01	.000E+00
.100E+03	-.1168E+03	.5838E+04	.5060E-02	.418E+00
.100E+03	.9225E+02	.5838E+04	.5060E-02	.418E+00
.130E+03	.9225E+02	.1223E+04	-.9461E-03	.489E+00
.150E+03	.9225E+02	.6225E+04	-.9461E-03	.489E+00
.160E+03	.1023E+03	.5253E+04	-.2901E-02	.489E+00
.170E+03	.1123E+03	.4180E+04	-.4508E-02	.432E+00
.180E+03	.1223E+03	.3008E+04	-.5733E-02	.380E+00
.190E+03	.1323E+03	.1735E+04	-.6543E-02	.333E+00
.200E+03	.1423E+03	.3626E+03	-.6902E-02	.291E+00
.210E+03	.1523E+03	-.1119E+04	-.6776E-02	.253E+00
.220E+03	.1623E+03	-.2688E+04	-.6136E-02	.219E+00
.230E+03	.1723E+03	-.4355E+04	-.4242E-02	.612E-01
.240E+03	.1823E+03	-.6128E+04	-.3162E-02	.202E-01
.250E+03	.1923E+03	-.8000E+04	-.7623E-03	.000E+00
.250E+03	-.2000E+03	-.8000E+04	-.7623E-03	.000E+00
.270E+03	-.2000E+03	-.4000E+04	.3319E-02	.301E-01
.270E+03	.7629E-04	-.4000E+04	.3319E-02	.301E-01
.300E+03	.7629E-04	-.4000E+04	.7401E-02	.191E+00

GRINDA NR. 1 (VARIANTA **)

REZEMARE	X	I	P	FI	Q	M
	,000E+00	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
A	,500E+02	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,100E+03	,140E+02	-,100E+03	,000E+00	,000E+00	-,000E+00
	,150E+03	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,500E+04
A	,250E+03	,140E+02	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,270E+03	,140E+02	,200E+03	,000E+00	,000E+00	,000E+00
	,300E+03	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,000E+00	,400E+04

BARA ARTICULATA E= ,2100E+07

REACTIUNEA ORIZONTALA IN ARTICULATIE = ,00000E+00

CALCULUL REACTIUNILOR VERTICALE

XR1= ,50000E+02 XR2= ,25000E+03

V1= ,14000E+03 V2= -,24000E+03

GRINDA NR. 1 (VARIANTA **)

ROTIREA IN ORIGINE= -,1793E-01

SAGEATA IN ORIGINE = ,8964E+00

CALCULUL DEFORMATIILOR SI EFORTURILOR

DISTANTA LA ORIGINE	FORTA TAIETOARE	MOMENT INCOVOIETOR	ROTIRE	SAGEATA
,000E+00	,0000E+00	,0000E+00	-,1793E-01	,896E+00
,500E+02	,0000E+00	,0000E+00	-,1793E-01	,000E+00
,500E+02	,1400E+03	,0000E+00	-,1793E-01	,000E+00
,100E+03	,1400E+03	-,7000E+04	-,1198E-01	-,797E+00
,100E+03	,4000E+02	-,7000E+04	-,1198E-01	-,797E+00
,150E+03	,4000E+02	-,9000E+04	,1630E-02	-,107E+01
,150E+03	,4000E+02	-,4000E+04	,1630E-02	-,107E+01
,250E+03	-,4000E+02	-,8000E+04	,2204E-01	,000E+00
,250E+03	-,2000E+03	-,8000E+04	,2204E-01	,000E+00
,270E+03	-,2000E+03	-,4000E+04	,2612E-01	,486E+00
,270E+03	,000E+00	-,4000E+04	,2612E-01	,486E+00
,300E+03	,0000E+00	-,4000E+04	,3020E-01	,133E+01

GRINDA NR. 2

REZEMARE	X	I	P	FI	Q	M
I	.000E+00	.133E+05	.000E+00	.000E+00	.300E+01	.000E+00
	.100E+03	.548E+04	.000E+00	.000E+00	.200E+01	.000E+00
	.180E+03	.834E+03	.500E+04	.000E+00	.800E+00	.000E+00
	.220E+03	.000E+00	.500E+04	.000E+00	.000E+00	.000E+00

BARA INCASTRATA E= .2100E+07

REACTIUNEA ORIZONTALA IN INCASTRARE = .00000E+00
REACTIUNEA VERTICALA IN INCASTRARE= -.84920E+04
CUPLUL IN INCASTRARE= -.16838E+07
GRINDA NR. 2

ROTIREA IN ORIGINE= .0000E+00
SAGEATA IN ORIGINE = .0000E+00

CALCULUL DEFORMATIILOR SI EFORTURILOR

DISTANTA LA ORIGINE	FORTA TAIETOARE	MOMENT INCOVOIETOR	ROTIRE	SAGEATA
.000E+00	-.8493E+04	-.1684E+07	.0000E+00	.000E+00
.100E+02	-.8402E+04	-.1599E+07	.5877E-03	.296E-02
.200E+02	-.8312E+04	-.1515E+07	.1163E-02	.117E-01
.300E+02	-.8222E+04	-.1432E+07	.1728E-02	.265E-01
.400E+02	-.8132E+04	-.1349E+07	.2284E-02	.470E-01
.500E+02	-.8042E+04	-.1268E+07	.2831E-02	.731E-01
.600E+02	-.7952E+04	-.1188E+07	.3367E-02	.105E+00
.700E+02	-.7862E+04	-.1109E+07	.3892E-02	.143E+00
.800E+02	-.7772E+04	-.1031E+07	.4405E-02	.187E+00
.900E+02	-.7682E+04	-.9537E+06	.4907E-02	.236E+00
.100E+03	-.7592E+04	-.8776E+06	.5396E-02	.291E+00
.100E+03	-.8192E+04	-.8496E+06	.4526E-02	.251E+00
.108E+03	-.7817E+04	-.7841E+06	.5094E-02	.290E+00
.116E+03	-.7440E+04	-.7187E+06	.5617E-02	.333E+00
.124E+03	-.7064E+04	-.6536E+06	.6094E-02	.379E+00
.132E+03	-.6688E+04	-.5885E+06	.6525E-02	.430E+00
.140E+03	-.6311E+04	-.5237E+06	.6912E-02	.484E+00
.148E+03	-.5935E+04	-.4591E+06	.7253E-02	.540E+00
.156E+03	-.5558E+04	-.3950E+06	.7550E-02	.600E+00
.164E+03	-.5182E+04	-.3314E+06	.7801E-02	.661E+00
.172E+03	-.4848E+04	-.2650E+06	.8008E-02	.724E+00
.180E+03	-.5032E+04	-.2006E+06	.8169E-02	.789E+00
.180E+03	-.5032E+04	-.2006E+06	.8169E-02	.789E+00
.184E+03	-.5029E+04	-.1805E+06	.8206E-02	.823E+00
.188E+03	-.5026E+04	-.1604E+06	.8244E-02	.858E+00
.192E+03	-.5023E+04	-.1403E+06	.8282E-02	.893E+00
.196E+03	-.5020E+04	-.1202E+06	.8320E-02	.928E+00
.200E+03	-.5017E+04	-.1002E+06	.8357E-02	.963E+00
.204E+03	-.5014E+04	-.8010E+05	.8395E-02	.998E+00
.208E+03	-.5010E+04	-.6006E+05	.8433E-02	.103E+01
.212E+03	-.5007E+04	-.4003E+05	.8471E-02	.107E+01
.216E+03	-.5003E+04	-.2001E+05	.8509E-02	.111E+01
.220E+03	-.5000E+04	.0000E+00	.8546E-02	.114E+01

comodă a datelor pe care le prelucrează. În cazul de față, de exemplu, prin introducerea facilităților indicate, utilizatorul poate studia cu mare ușurință efectele modificărilor de structură sau solicitare și poate căuta situațiile cele mai defavorabile de încărcare.

Menționăm că este posibil studiul barelor avînd moment de inerție variabil, dacă acestea vor fi descompuse prin puncte caracteristice, în tronsoane pe a căror lungime acest parametru se poate considera constant.

BIBLIOGRAFIE

1. *Buzdugan Gh.*, Rezistența materialelor Editura tehnică București, 1970.
2. *Niculescu St.* Inițiere în FORTRAN Editura tehnică București, 1972.

Algorithmus und Programm für die Berechnung der Verformungen von biegungsbelasteten Balken.

In der Arbeit wird ein Berechnungsalgorithmus der Verformungen und Spannungen in den geraden, statisch bestimmten Balken die auf Biegung belastet sind beschrieben. Dieser Algorithmus, der sich von denen die in den klassischen Berechnungen benützt werden unterscheidet, ist auf einem Computer leicht programmierbar.

Ebenfalls wird die Logik und Benützungsweise des für den Felix C—256 Computer geschriebenen FORTRAN-programms beschrieben. Das Programm hat einen allgemeinen Charakter und erleichtert das Studium der Effekte der Struktur- oder Belastungsveränderungen der Balken.

comodă a datelor pe care le prelucrează. În cazul de față, de exemplu, prin introducerea facilităților indicate, utilizatorul poate studia cu mare ușurință efectele modificărilor de structură sau solicitare și poate căuta situațiile cele mai defavorabile de încărcare.

Menționăm că este posibil studiul barelor avînd moment de inerție variabil, dacă acestea vor fi descompuse prin puncte caracteristice, în tronsoane pe a căror lungime acest parametru se poate considera constant.

BIBLIOGRAFIE

1. *Buzdugan Gh.*, Rezistența materialelor Editura tehnică București, 1970.
2. *Niculescu St.* Inițiere în FORTRAN Editura tehnică București, 1972.

Algorithmus und Programm für die Berechnung der Verformungen von biegungsbelasteten Balken.

In der Arbeit wird ein Berechnungsalgorithmus der Verformungen und Spannungen in den geraden, statisch bestimmten Balken die auf Biegung belastet sind beschrieben. Dieser Algorithmus, der sich von denen die in den klassischen Berechnungen benützt werden unterscheidet, ist auf einem Computer leicht programmierbar.

Ebenfalls wird die Logik und Benützungsweise des für den Felix C-256 Computer geschriebenen FORTRAN-programms beschrieben. Das Programm hat einen allgemeinen Charakter und erleichtert das Studium der Effekte der Struktur- oder Belastungsveränderungen der Balken.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

MECANICĂ FINĂ

C.Z.: 625.548: 681

ASPECTE NOI PRIVIND CALCULUL ŞI CONSTRUCŢIA MOTOARELOR PNEUMATICE PAS CU PAS TRIFAZATE

TR. DEMIAN, V. BANU*

În această lucrare este descris un nou tip de motor pneumatic pas cu pas cu trei faze, ce poate fi utilizat în domeniul controlului digital şi instrumentelor de măsurat. Motorul are o construcţie simplă, suficientă putere şi mişcare reversibilă.

După ce sînt prezentate relaţiile pentru calculul principalelor mărimi geometrice şi cinematice şi diagramele pentru dimensionare, este analizată expresia momentului motor maxim realizat.

Introducere

Motoarele pas cu pas permit realizarea unor poziţionări precise prin deplasarea sacadată a rotorului. Comanda lor se realizează pe bază de impulsuri codificate, fapt care a permis să fie utilizate ca elemente de execuţie în sistemele automate discrete. Motoarele pneumatice pas cu pas pot înlocui motoarele electrice, la funcţionarea în medii explosive sau dacă se cere realizarea unor momente motoare mari la gabarite şi greutăţi mici. În plus, motoarele pneumatice au avantajul unor construcţii simple şi a unui preţ de cost scăzut.

1. Construcţia motoarelor pneumatice trifazate

Funcţional, motoarele pneumatice pas cu pas trifazate, cu trei circuite de comandă sau trei faze, pot fi realizate după scheme asemănătoare motoarelor electrice, cu trei înfăşurări de comandă [2]

În cele ce urmează sînt prezentate două noi posibilităţi de realizare a unor motoare pneumatice pas cu pas trifazate. Schemele funcţionale pe faze sînt ilustrate în fig. 1 şi în fig. 2.

Motorul din fig. 1 este format din trei grupuri stator — rotor dispuse coaxial. Rotoarele au forma unor roţi cu dinţi de formă triunghiulară (flancuri drepte), montate solidar pe acelaşi arbore şi defazate cu un pas unghiular. Statoarele sînt formate din elemente pneumatice cu membrane sau cu tuburi ondulate, distribuite pe circumferinţa sta-

Manuscris predat redacţiei la data de 14 martie 1978

* Prof. dr. doc. ing; Asistent ing. Catedra mecanică fină.

toarelor în acelaşi plan. Prin alimentarea succesivă a elementelor de execuţie, cu impulsuri de presiune, în ordinea 1—2—3, se obţine deplasarea sacadată a arborelui rotorului în sensul A, iar prin schimbarea suc-

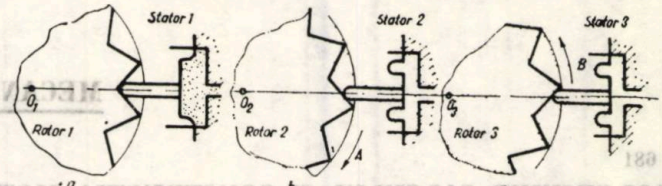


Fig. 1. — Schema de principiu a motorului pas cu pas cu rotoare defazate

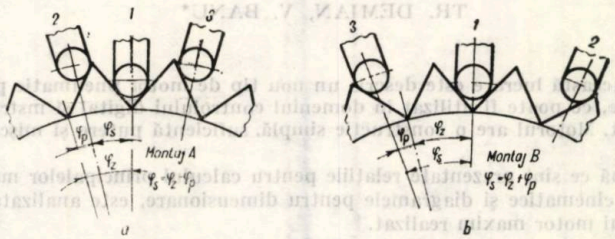


Fig. 2. — Schema de principiu a motorului pas cu pas cu statoare defazate

cesiunii de alimentare, ordinea fiind 1—3—2 se realizează schimbarea sensului de rotaţie. Indexarea rotorului este posibilă prin menţinerea sub presiune a circuitului corespunzător poziţiei de indexare.

La motorul din fig. 2 se utilizează un singur rotor dinţat iar elementele de execuţie sînt dispuse defazat pe înălţimea dinţilor rotorului. Se pot folosi montajele din fig. 2. a sau fig. 2. b, între care nu există deosebiri.

Folosindu-se schema din fig. 2. b am realizat o variantă constructivă originală (fig. 3), la care rotorul a fost prevăzut cu dinţi frontali. Aceasta a permis micşorarea dimensiunilor pe direcţie radială, mărirea momentului motor şi o realizare mai comodă a circuitelor de alimentare. Prin plasarea a două grupuri stator — rotor pe acelaşi arbore, nu numai că se dublează momentul motor dar se anulează reciproc componentele axiale ale forţelor pe dinte, evitîndu-se astfel lagărele axiale şi reducîndu-se frecarea din acestea.

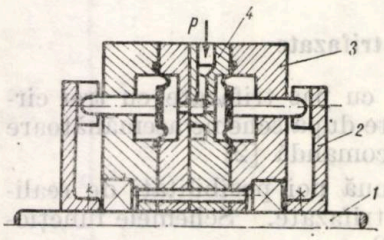


Fig. 3. — Motor pneumatic pas cu pas trifazat cu dinţi frontali
1 — arbore; 2 — rotor; 3 — stator; 4 — placă de distribuţie.

Fiecare stator cuprinde 9 elemente de execuţie, grupate cîte 3 pe fiecare fază, pasul statorului fiind $\varphi_s = 40°$, iar rotorul are un număr de $z = 12$ dinţi.

Se obţin astfel 36 de paşi la o rotaţie completă sau generalizînd, rezultă $f.z$ paşi, deci pasul unghiular este $\varphi_p = \dfrac{360°}{f.z} = 10°$.

2. Calculul geometric și cinematic

Deoarece mărirea numărului de faze complică sistemul de comandă iar o micșorare reduce posibilitățile de rotație în ambele sensuri, rezultă, că modificarea pasului unghiular trebuie realizată prin modificarea numărului de dinți z. Trebuie menționat, că abaterile de la forma geometrică pot provoca mici variații ale pasului unghiular, care se compensează la o rotație completă.

Relațiile pentru calculul principalelor mărimi geometrice, conforme cu schemele din fig. 2 sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

1	Numărul de pași n_p la rotație completă	$n_p = f.z$
2	Pasul unghiular φ_p	$\varphi_p = \frac{360°}{f \cdot z}$
3	Pasul unghiular al statorului φ_s	$\varphi_s = \frac{360°}{z \cdot f} \cdot \frac{f \pm 1}{f}$ *
4	Numărul maxim de elemente de execuție, n_s	$n_s = z \frac{f}{f \pm 1}$ *

* Semnul (−) corespunde montajului din fig. 2, a, iar semnul (+) montajul din fig. 2, b.

Deoarece la motoarele trifazate n_s trebuie să fie un multiplu de trei, rezultă că z posibil de utilizat este $z_A = 2\,n$ pentru montajul din fig. 2. a și $z_B = 4\,n$ $(n = 1, 2, 3 \ldots)$ la montajul din fig. 2, b.

Dintre numerele z posibile, se recomandă cele care permit folosirea a șase sau nouă elemente de execuție, deoarece un număr mai mare de elemente complică construcția motorului fără a mări momentul motor sau precizia de poziționare, iar un număr mai mic, adică trei elemente de execuție, conduce la o încărcare neuniformă a rotorului și lagărelor lui.

Numerele de dinți z cu specificația celor care se recomandă sînt prezentate în tabelul 2.

Ca un caz concret se observă, că pentru $n_s = 6$, $z = 2 \times 2^n$ și $\varphi_s = \frac{60°}{2^n}$, iar pentru $n_s = 9$, $z = 3 \times 2^n$ și $\varphi_p = \frac{40°}{2^n}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, adică folosindu-se același stator și înlocuindu-se numai rotorul, se pot obține mai multe motoare pas cu pas cu caracteristici funcționale diferite.

Cursa s a elementelor de execuție (fig. 4) depinde de pasul p_z al rotorului, unghiul de înclinare α și raza r a tijei palpatoare și este formată dintr-o porțiune activă s_1, necesară pentru efectuarea unui pas și o por-

Tabelul 2

Numărul de dinți ai rotorului z	Numărul maxim de elemente de execuție în montajul din fig. 2, a, n_{sA}	Numărul maxim de elemente de execuție în montajul din fig. 2, b, n_{sB}	Alte numere n_s ce se pot utiliza	Pasul unghiular φ_p
4	6	—	—	30°
6	9	—	—	20°
8	12	6	—	15°
12	18	9	—	10°
16	24	12	6	7,5°
24	36	18	9	5°
32	48	24	12; 6	3,75°
48	72	36	18; 9	2,5°
64	96	48	24; 12; 6	1,875°
96	144	72	36; 18; 9	1,25°
128	192	96	48; 24; 12; 6	0,9375°
192	288	144	72; 36; 18; 9	0,625°

țiune pasivă s_2, necesară pentru trecerea peste vîrful dintelui la schimbarea poziției de lucru.

Raza cea mai mare r_{max}, a tijei palpatoare, corespunde situației în care punctul de tangentă A_1 se va găsi chiar în vîrful dintelui (fig. 4, b).

Pe baza efectuării calculului, relațiile ce corespund motorului trifazat prezentat mai sus, sînt date în tabelul 3.

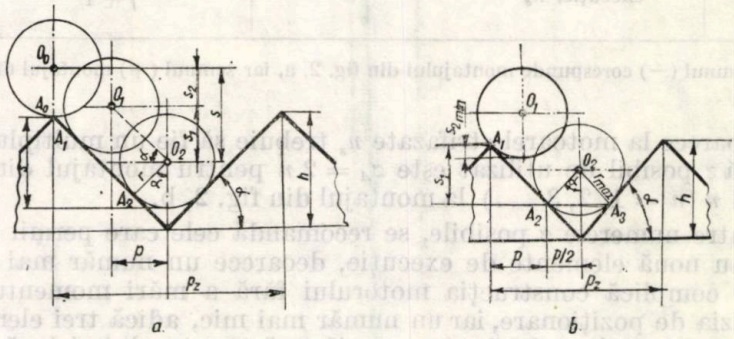


Fig. 4 — Calculul mărimilor geometrice și cinematice

Este convenabil, ca raza tijei palpatoare să fie cît mai mare, dar fără a atinge valoarea maximă, astfel ca să se micșoreze cursa și odată cu aceasta solicitarea în elementele elastice.

În figura 5 sînt trasate curbele de variație a rapoartelor adimensionale r_{max}/p_z, s_{min}/p_z cînd unghiul de înclinare variază între limitele obișnuite, $\alpha = 30° \div 60°$. Se observă că mărirea unghiului α, favorabilă din punct de vedere al randamentului, conduce la creșterea rapidă a cursei totale, prin creșterea porțiunii active și la micșorarea razei maxime. Dacă se folosește aceleași stator pentru rotoare cu numere diferite de dinți,

Tabelul 3

1	Cursa totală, s	$s = \frac{p_z}{2} \operatorname{tg}\alpha - r\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}$
2	Cursa activă, s_1	$s_1 = \frac{p_z}{3} \operatorname{tg}\alpha$
3	Cursa pasivă, s_2	$s_2 = \frac{p_z}{6} \operatorname{tg}\alpha - r\frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha}$
4	Raza r a tijei palpatoare	$r = \left(\frac{p_z}{2} \operatorname{tg}\alpha - s\right)\frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \left(\frac{p_z}{6} \operatorname{tg}\alpha - s_2\right)\frac{\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$
5	Raza maximă r_{max} a tijei palpatoare	$r_{max} = \frac{p_z}{6 \cdot \sin\alpha}$
6	Cursa totală minimă, s_{min}	$s_{min} = \frac{p_z}{6} \operatorname{tg}\alpha \frac{2+3\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$
7	Cursa pasivă minimă, s_{2min}	$s_{2min} = \frac{p_z}{6} \cdot \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{p_z}{6} \operatorname{tg}\alpha \frac{\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

unele dintre mărimile geometrice ca r, D_m (diametru mediu al dinţilor egal cu diametrul cercului pe care se aşează elementele de execuţie), rămîn neschimbate, în timp ce s va fi limitată la o valoare maximă s_{lim}.

Domeniul de variaţie a numărului de dinţi z va fi dat de :

$$z_{max} = \frac{D_m}{6.r.\ \sin\alpha_{min}} \qquad (1)$$

şi de z_{min} care va fi luat ca cea mai mare valoare dintre :

$$z_{1\,min} = \frac{D_m}{6.r.\ \sin\alpha_{max}} \qquad (2)$$

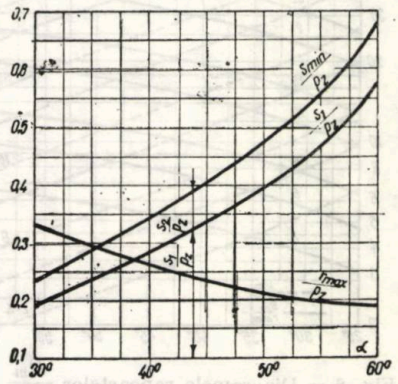


Fig. 5 — Variaţia razei maxime şi cursei elementelor de execuţie

și

$$z_{2\min} = \frac{D_m \operatorname{tg} \alpha_{\max}}{2\left(s_{\lim} + r \dfrac{1 - \cos \alpha_{\max}}{\cos \alpha_{\max}}\right)} \tag{3}$$

Cînd $z_{\min}$ și $z_{\max}$ sînt date, relațiile (1) ...(3) pot fi utilizate și pentru calculul lui D_m și r. În vederea evitării încercărilor repetate, pentru dimensionare, au fost trasate curbele $D_m/r_{\max}$ și $D_m/s_{\min}$ în funcție de α și z (fig. 6). Se vede că pentru $\alpha = 45°$ și $z = 12$, $\left(\dfrac{D_m}{r}\right)_{\min} = 16{,}2$ iar $\left(\dfrac{D_m}{s}\right)_{\max} = 9{,}5$. Pentru cursa limitată la valoarea $s_{\lim}$, se va alege :

$$\frac{D_m}{s_{\lim}} = (0{,}85 \div 0{,}9)\left(\frac{D_m}{s}\right)_{\max} \tag{4}$$

și se determină raza tijelor palpatoare din relația :

$$\frac{D_m}{r} = (1{,}1 \div 1{,}15)\left(\frac{D_m}{r}\right)_{\min} \tag{5}$$

Dacă s nu este limitat, se alege r din condiții tehnologice și de rezistență și se calculează D cu relația (5) iar cursa cu relațiile din tabelul 3.

Legătura dintre cursa s a elementelor de execuție și unghiul de rotație al rotorului este dată de relația

$$s = \varphi \cdot \frac{D_m}{2} \operatorname{tg} \alpha \tag{6}$$

de unde prin derivare se obțin vitezele și accelerațiile.

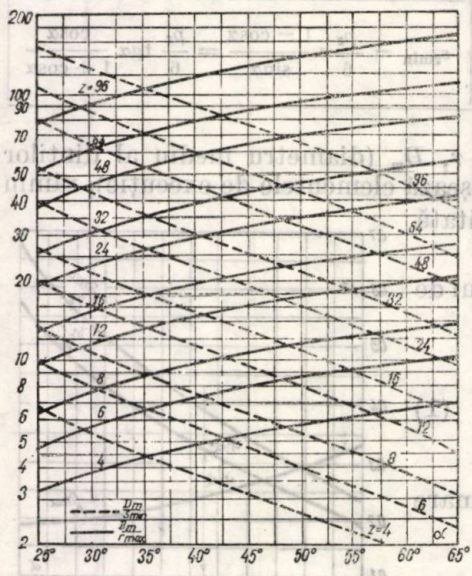


Fig. 6 — Diagramele rapoartelor $\dfrac{D_m}{s_{\min}}$ și $\dfrac{D_m}{r_{\max}}$ în funcție de numărul de dinți z și unghiul α

3. Calculul momentului motor

Momentul motor maxim al motorului poate fi calculat cu relația :

$$M_m = \frac{n_s}{3} \cdot \frac{D_m}{2} \cdot P_t = \frac{n_s}{3} R_m P_t \tag{7}$$

unde P_t — forța tangențială pe cercul de rază R_m, produsă numai de un element de execuție.

Utilizîndu-se schema din fig. 7, după [1] se poate scrie :

$$P_t = P\sin(\alpha - \rho) \tag{8}$$

unde

$$P = \frac{Q}{\cos(\alpha - \rho)\left(1 - \frac{\mu d}{l}\sin\alpha\right) + \left(1 + \frac{\mu d}{l} + \frac{2x}{l}\right)\sin(\alpha - \rho)} \tag{9}$$

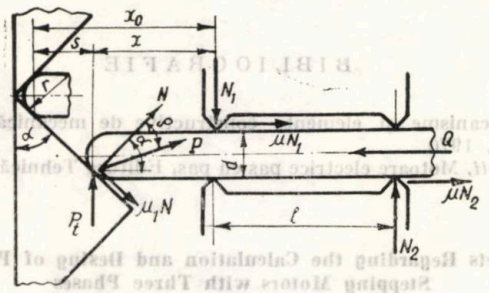


Fig. 7 — Calculul forței tangențiale, P_t

și prin urmare :

$$P_t = \frac{Q}{\operatorname{ctg}(\alpha - \rho)\left(1 - \frac{\mu d}{l}\sin\alpha\right) + \mu\left(1 + \frac{2x}{l} + \frac{\mu d}{l}\right)} \tag{10}$$

În aceste relații : Q — forța activă (produsă de presiune minus forța elastică) ; x_0 — distanța de la poziția inferioară a palpatorului la reacțiunea de jos ; $\operatorname{tg}\rho = \mu_1$. Valoarea lui x va fi :

$$x = x_0 - s = x_0 - \varphi\frac{D_m}{2}\operatorname{tg}\alpha \tag{11}$$

Neglijînd termenul $\frac{\mu d}{l}$ din relația (10), se vede că raportul :

$$\frac{P_t}{Q} = \frac{1}{\operatorname{ctg}(\alpha - \rho) + \mu\left(1 + \frac{2x}{l}\right)} \tag{12}$$

este cu atît mai mare cu cît unghiul α și lungimea ghidajului l sînt mai mari iar distanța x și coeficienții de frecare μ și μ_1 mai mici.

Dacă forța activă Q rămîne constantă , momentul motor este aproximativ constant pe pasul unghiular.Variația mică se datorează modificării lui x între limitele $x_0 - s_1$ și x_0. Aceasta dealtfel este nefavorabil din punct de vedere dinamic, deoarece un moment motor constant are

drept consecință mișcarea accelerată a rotorului, deci un contact prin șoc în punctele de indexare.

Se înțelege, că soluția cea mai bună este o mișcare accelerată în prima parte a cursei și întîrziată în a doua, cînd momentul motor trebuie să fie mai mic decît cel rezistent. Aceasta se poate realiza, fie impunînd ca forța activă (deci presiunea de comandă din camerele elementelor de execuție) să varieze după o anumită lege, fie prin profilarea corespunzătoare a dinților rotorului (modificîndu-se unghiul α), fie folosindu-se simultan ambele soluții. Aceste probleme precum și funcționarea în regim dinamic a motorului vor fi tratate într-o lucrare viitoare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Traian Demian*, Mecanisme și elemente constructive de mecanică fină, Vol. I, E.D.P., București, 1970.
2. *A. Kelemen, M. Crivii*, Motoare electrice pas cu pas, Editura Tehnică, București, 1975.

New Aspects Regarding the Calculation and Desing of Pneumatic Stepping Motors with Three Phases

A new type of pneumatic step by step motor, with three phases, to be used in the field of digital control and measuring instruments, is described in this paper. It has a simple construction, sufficient power at the output shaft and reversible stepping motion.

After the calculation of the important geometrical dimensions and kinematic parameters, the diagrams for design are presented. The equation of maximum motor torque is also analysed.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621.47

STUDIUL ŞI REALIZAREA UNUI CONCENTRATOR CILINDRO-PARABOLIC PENTRU INSTALAŢII TERMOENERGETICE SOLARE

S. PETRESCU, AL. DĂNESCU, D. STEFĂNESCU, T. DUICU, S. DIMITRIU*

În acest articol sînt prezentate principiile de calcul ale unui captator solar o oglindă cilindro-parabolică. Se precizează condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească acest captator, modul de calcul şi rezultatele ce se apreciază că se pot obţine prin utilizarea sa.

În cadrul preocupărilor legate de construirea unei instalaţii termoenergetice solare cu puterea de cca. 1 kW, un colectiv din cadrul Catedrei de termotehnică din Institutul politehnic — Bucureşti a studiat, realizat şi experimentat un captator solar cu concentrator cilindro-parabolic. Se preconizează ca acest captator să fie utilizat în cadrul unei instalaţii a cărei schemă de funcţionare este prezentată în fig. 1.

Teoretic, un concentrator cilindro-parabolic poate realiza un coeficient de concentrare în jur de 100. Practic, din cauza imposibilităţii de realizare perfectă geometrică (atît locală cît şi globală) a oglinzii concentratorului se ajunge la coeficienţi de concentrare mult mai mici. Pentru ca aceşti concentratori să prezinte un interes energetic, acest factor de concentrare nu trebuie să scadă sub valoarea 10. În literatură se apreciază că se pot realiza uşor concentratori cu factorul de concentrare 10. Ţinînd cont de aceste cifre se poate obţine o orientare generală asupra dimensiunilor maxime şi minime ale receptorului de radiaţie concentrată. Funcţie de aceste dimensiuni, datorită condiţiilor constructive şi funcţio-

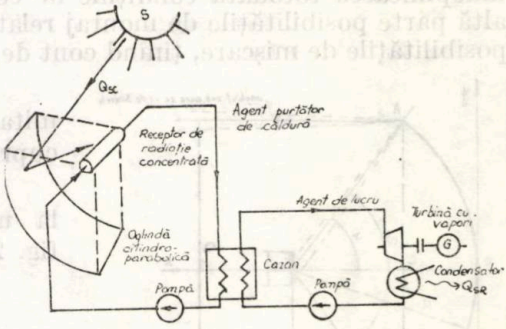


Fig. 1

Manuscris predat redacţiei la data de 24 decembrie 1977.

* Conf. dr. ing.; Prof. dr. ing; Conf. ing; Şef lucrări ing; Asistent ing. Catedra de termotehnică.

nale ale receptorului se poate face alegerea unui concentrator cu deschidere mai mare sau mai mică, urmînd abia după aceea să se treacă la calculul profilului acestui concentrator.

În tabelul 1 sînt prezentate valorile limită ale dimensiunilor receptorului de radiaţie concentrată funcţie de deschiderea D a concentra-

Tabelul 1

D(m)	C_{max}	C_{min} admisibil	d_{min} (mm)	d_{max} (mm)
1 m	100	10	10	100
2 m	100	10	20	200
3 m	100	10	30	300
4 m	100	10	40	400

torului (Fig. 2.). Se constată că pentru deschideri D sub 1 m, dimensiunea geometrică (teoretică) a receptorului este de 10 mm, ceea ce ridică probleme atît de realizare cît şi de funcţionare (pierderi mari de căldură, focalizare dificilă, canale de curgere a fluidului prea mici — pierderi hidraulice, etc.). Printr-o realizare relativ îngrijită a concentrarorului, se poate obţine un factor de concentrare în jur de 30, ceea ce implică pentru o deschidere de 1 m, un receptor cu dimensiunile în jur de 30 mm ceea ce pare foarte rezonabil. Acesta este motivul pentru care cercetările colectivului menţionat asupra realizării concentratorilor cilindro-parabolici s-au oprit în ceea ce priveşte limita inferioară a deschiderii care prezintă interes practic la $D = 1$ m.

În ceea ce priveşte limita maximă, aici nu mai interesează atît de mult dimensiunile receptorului, care se constată că cresc direct proporţional cu deschiderea, ci interesează pe de o parte posibilităţile efective de realizare a unor concentratori cu deschideri mari (2, 3, 4, ... m) şi care să îndeplinească totodată condiţiile de concentrare $10 > C > 100$, şi pe de altă parte posibilităţile de montaj relativ simple ale acestora, şi în special posibilităţile de mişcare, ţinînd cont de mişcarea soarelui.

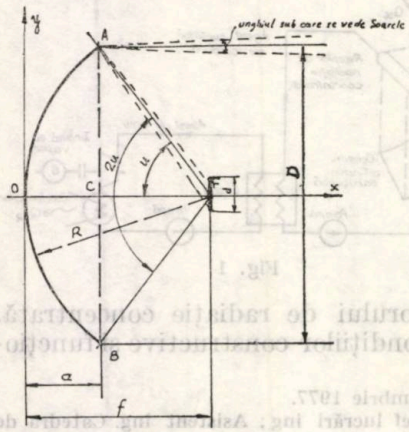


Fig. 2

Din aceste motive, studiul s-a limitat tocmai la valorile deschiderii D cuprinse între 1 m şi 4 m.

Ecuaţia unei parabole raportată la un sistem de axe $x-y$, conform fig. 2., se scrie :

$$y^2 = 4fx \qquad (1)$$

în care f reprezintă distanţa focală.

Se notează cu D deschiderea parabolei şi cu $2u$ unghiul de deschidere.

Întrucît profilul oglinzii cilindro-parabolice trebuie calculat în funcţie

de anumite valori impuse pentru D şi u, trebuie stabilită o relaţie de dependenţă între acestea.

Pentru $x = OC = a$, ecuaţia (1) conduce la :

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = 4fa \tag{2}$$

În triunghiul ACF se poate scrie :

$$CF = AC \cdot \operatorname{ctg} u \text{ sau,}$$

$$f - a = \frac{d}{2} \cdot \operatorname{ctg} u \tag{3}$$

Eliminînd mărimea a între (2) şi (3) se obţine ecuaţia :

$$f^2 - \frac{D}{2} \cdot \operatorname{ctg} u \cdot f - \frac{D^2}{16} = 0 \tag{4}$$

a cărei rădăcină este :

$$f = \frac{D}{4}\left(\operatorname{ctg} u + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 u + 1}\right) \tag{5}$$

Din expresia (5) se obţine prin transformări trigonometrice :

$$f = \frac{D}{4} \cdot \frac{1 + \cos u}{\sin u} \tag{6}$$

Din (2) se obţine expresia mărimii segmentului $OC = a$, săgeata oglinzii, pentru o anumită deschidere D :

$$a = \frac{D^2}{16f} = \frac{D}{4} \cdot \frac{\sin u}{1 + \cos u} = \frac{f \cdot \sin^2 u}{(1 + \cos u)^2} \tag{7}$$

Din punct de vedere geometric, se demonstrează că valoarea optimă a unghiului „u", corespunzătoare realizării unui raport maxim între suprafaţa focală totală (ceea ce determină o concentrare maximă a energiei radiaţiei termice solare) şi suprafaţa oglinzii, este :

$$u_{opt} = 45^\circ$$

în cazu l unei oglinzi cu o realizare constructivă perfectă.

Practic, ţinînd cont de impreciziile ce intervin din motive constructive şi geometrice, precum şi de aspectele energetice legate de construcţia captatorului, în literatura de specialitate se recomandă, un unghi u, avînd valoarea de 60°.

Pentru $u = 60°$, expresiile de calcul ale distanţei focale „f", şi săgeţii „a", în funcţie de deschiderea „D" sînt :

$$f = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot D; \quad a = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot D$$

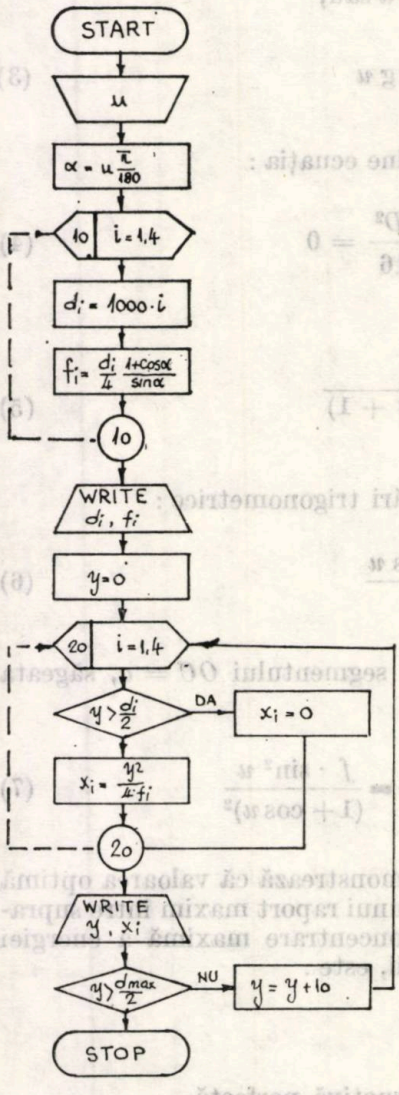


Fig. 3

Ecuaţia profilului parabolic corespunzător unghiului $u = 60°$ se va exprima în funcţie de deschiderea „D" a oglinzii, prin ecuaţia :

$$y^2 = \sqrt{3} \cdot D \cdot x$$

Pentru a putea compara performanţele ce se pot obţine cu oglinzi cilindrico-parabolice de diverse deschideri „D" s-a hotărît experimentarea unor oglinzi cu deschiderile : $D = 1$; 2; 3; 4 m şi cu unghiul u, corespunzător extremităţii oglinzii, de 60°.

Profilul oglinzii a fost calculat cu ajutorul unui calculator electronic.

Pentru datele iniţiale menţionate s-au determinat valorile abscisei x,

$$x = \frac{y^2}{4f} \tag{8}$$

pentru valori ale ordonatei y considerate la intervale de 10 mm.

Schema logică a programului de calcul utilizat este prezentată în figura 3 şi cuprinde următoarele etape de calcul :

1. Unghiul u dat în grade este transformat în radiani.

2. Se generează cele patru valori pentru deschiderea oglinzii : 1000 mm, 2000 mm, 3000 mm, 4000 mm şi se calculează valorile corespunzătoare ale distanţei focale în conformitate cu (6). Rezultatele se reţin în memorie.

3. Se imprimă sub formă de cap de tabel perechile de valori D şi f.

4. Se calculează și se scriu valorile abscisei x conform (8) pentru valori ale ordonatei y la intervale de 10 mm. Pentru o mai frumoasă aranjare a rezultatelor, pentru valori ale ordonatei y mai mari decît deschiderea profilului oglinzii $y > \frac{D}{2}$, ordonata x primește valoarea 0.

Programul se oprește dacă ordonata y depășește cea mai mare dintre valorile impuse pentru deschiderea : $y > \frac{D_{max}}{2}$.

În tabelul 2 sînt prezentate valorile distanței focale, săgeții oglinzii și lățimii teoretice și experimentale maxime admisibile ale focarului pentru cele patru valori luate în cinsiderație pentru deschiderea oglinzii „D".

Realizarea practică a concentratorului cilindro-parabolic s-a orientat pe două direcții principale din punct de vedere al materialului și al destinației. Astfel, pe de o parte, s-a trecut la realizarea unui concentrator cilindro-parabolic din *OL*-inox, cu deschiderea $D = 1$ m. Acest concentrator care permite deplasarea în două plane a permis unele experimentări foarte importante în care s-a propus stabilirea preliminară a principalilor parametri constructivi și funcționali ai întregii instalații termoenergetice solare. Astfel *rezultatul cel mai important obținut cu acest concentrator este temperatura maximă atinsă, în luna septembrie (la 28 septembrie 1976) care a fost de 310°C.*

Pe baza rezultatelor foarte promițătoare obținute cu concentratorul cu deschiderea de 1m, s-a trecut la proiectarea concentratorului din *OL*-inox, avînd deschiderea de 2 m și a celui cu deschiderea de 4 m.

Tabelul 2

Deschiderea	Distanța focală	Săgeata oglinzii	Lățimea focarului		Factorul de conc.
			teoretică	experimental	
D	$f = \frac{\sqrt{3}}{4} D$	$a = \frac{\sqrt{3}}{12} D$	$d_{Ft} = \frac{D}{100}$	$d_{Fe} < \frac{D}{10}$	C^*
(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	
1	0,433	0,144	0,01	< 0,1 (0,028) **	35
2	0,866	0,287	0,02	< 0,2 (0,050) **	40
3	1,299	0,433	0,03	< 0,3	—
4	1,732	0,577	0,04	< 0,4 (0,12) **	33

* C = factorul de concentrare a radiației (raportul între suprafața proiecției oglinzii în planul perpendicular pe raza solară și suprafața liniei focale).

** Valorile din paranteze sînt obținute experimental.

Pe de altă parte, a doua linie pe care s-a urmat în ceea ce privește construcția concentratorului, a fost studierea posibilităților de realizare în țară a unor concentratori cilindroparabolici, de performanțe ridicate, utilizînd oglinzi argintate din sticlă.

Oglinzile sînt proiectate pentru două instalaţii termoenergetice solare fiecare de cîte 1 kW, una folosind concentratori de 1 m deschidere şi a doua cu concentratori cu 2 m — deschidere.

În tabelul 2 sînt date valorile obţinute experimental pentru lăţimea focarului (cifrele din penultima coloană în paranteze) şi valorile coeficientului de concentrare C. Aceste valori se plasează între 33—40 ceea ce înseamnă că cu astfel de concentratori se pot realiza temperaturi la sursa caldă a instalaţiei în jur de 300°C. Acest lucru s-a testat experimental atît cu oglinda de 1 m deschidere cît şi cu cea de 2 m deschidere obţinîndu-se în ambele cazuri temperatura maximă de 310°C.

BIBLIOGRAFIE

1. *V. A. Grilihez, V. M. Matveev, s.a.* Soleciniie visoko temperaturniie istociniki tepla dlia korniceskih aparatov — Maşinostroienie, Moskva, 1975.
2. *S. Petrescu, Al. Dănescu,* s.a. — Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Nr. 3 Seria Mecanică p. 49.
3. *J. A. Duffie, W. A. Beckman,* Solar Energy Thermal Processes John Willey & Sons, New York, 1974.

A Parabolic Mirror as Solar Receiver-studies and Realizations

In this paper are sowhn the computational principles of the solar receiver, a cylindrical-parabolic mirror. Are sowhn the conditions in which this receiver must be realized, the computational manner and the rezults which must be obtained through its utilisation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 536.7/.8
621.6

APLICAȚIILE METODEI HODOGRAFULUI LA CURGEREA PRIN AJUTAJE ȘI PALETE

CARMEN PAPADOPOL *

Se prezintă pe scurt ecuațiile principale ale metodei hodografului aplicabile la ajutaje și profile diferite. Soluțiile se dau la diferite regimuri de curgere la fluide compresibile și incompresibile. Familiile de soluții obținute conform ecuațiilor lui Ceaplighin pot fi rezolvate relativ ușor prin analogie electrică și cu mașinile electronice de calcul.

Problemele complexe ale curgerii gazelor sau lichidelor prin ajutaje și palete sînt atacate astăzi cu cele mai diferite metode analitice, numerice, experimentale, etc. Acest lucru este datorat atît dezvoltării impetuoase a științei și tehnicii contemporane, cît și nevoilor acute ale omenirii de energie. Cunoașterea intimității mecanismului de curgere și stăpînirea lui va permite găsirea de noi soluții de exploatare și de construcție a masinilor termice, astfel încît să se realizeze o durată mai mare de viață a acestora și un randament de utilizare sporit.

Studiile privind curgerea fluidului printr-un canal de secțiune oarecare se pot face în jurul profilului sau la distanță de acesta. Deosebit de importantă este curgerea lîngă profil, punînd astfel în evidență punctele de discontinuitate ale curgerii, ca și frontierele de separație ale diferitelor domenii caracteristice profilului respectiv.

Există anumite metode matematice care nu au fost totdeauna utilizate în toate domeniile tehnicii, datorită dificultăților lor și una dintre acestea este metoda hodografului. În ultimii 40 ani o serie de cercetători au început să aplice această metodă la curgerea prin ajutaje și palete. Desigur că rezultatele au fost contradictorii, dar astăzi se poate spune că există o bază solidă de aplicare, prin utilizarea mașinilor electronice de calcul.

În aceste aplicații se ține cont că studiul se face într-un sistem de axe rectangulare xOy și că se utilizează potențialul vitezei $\varphi\ (x, y)$, funcția de curent a curgerii $\psi\ (x, y)$ și unghiul θ dintre vectorul vitezei w într-un punct al curgerii și planul xOy. Se știe că prin transformări simple funcțiile caracteristice curgerii pot lua și alte forme, ca de exemplu $\varphi(\theta, w)$,

Manuscris predat redacției la data de 21 iunie 1978.
* Șef lucrări ing. Catedra de Termotehnică și mașini termice.

$\psi(\theta, w)$. Dacă se introduce o nouă variabilă c depinzînd de w se obţine funcţia $\psi(\theta, c)$ care este o soluţie a ecuaţiei de ordinul II a lui Frankl:

$$L(\psi) = f(c) \cdot \psi_{\theta\theta} + \psi_{cc} = 0 \tag{1}$$

Soluţiile elementare ale acestei ecuaţii verifică în teoria distribuţiilor ecuaţia:

$$L(\psi) = \delta(\theta_0, c_0), \tag{2}$$

în care $\delta(\theta_0, c_0)$ indică masa lui Dirac într-un punct M_0 (θ_0, c_0). În plus ele se obţin relativ simplu printr-o transformare Fourier de tipul:

$$\Psi(\alpha, c) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\theta, c) \cdot \exp(-2i\pi\alpha\theta) \cdot d\theta \tag{3}$$

pentru că aceasta se reduce la studiul soluţiilor elementare ale unei ecuaţii diferenţiale ordinare:

$$\Psi_{cc} - 4\pi^2\alpha^2 f(c)\Psi = 0 \tag{4}$$

Dacă punctul M_0 aparţine semiplanului eliptic, atunci soluţia elementară de forma $e(M, M_0)$ are în vecinătatea lui M_0 o comportare logaritmică cînd M este în vecinătatea lui M_0 şi ea reprezintă suma dintre o funcţie continuă şi funcţia:

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{f(c_0)}} \cdot \log\sqrt{(l - l_0)^2 + (\theta - \theta_0)^2}$$

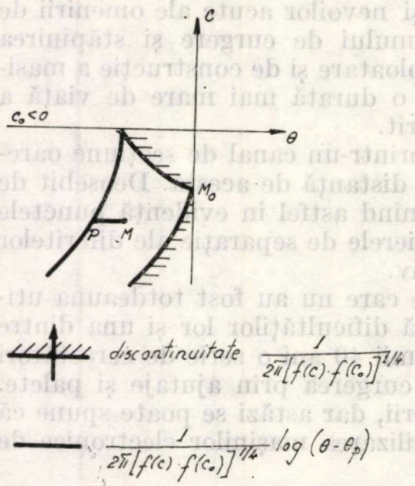


Fig. 1

O soluţie elementară poate avea diferite comportări singulare, dacă punctul M_0 aparţine semiplanului $c < 0$ şi impunînd o condiţie de orientare, această comportare singulară este bine determinată. Dacă singularităţile sînt silite să se propage în direcţia lui θ negativ, se obţin rezultatele din fig. 1. Într-un punct situat pe caracteristicile provenite din M_0, orientate spre $\theta < 0$, soluţia suferă discontinuităţi proporţionale cu valoarea luată în acest punct de funcţia lui Riemann [8] a punctului M_0 şi pe caracteristica reflectată, soluţia $e(M, M_0)$ prezintă o singularitate logaritmică. Cînd M_0 este pe linia $c = 0$ se obţine o comportare specială.

Soluţiile singulare se pot obţine analog derivînd în raport cu θ. De exemplu se poate forma o soluţie care, cînd M se află în vecinătatea lui M_0 $(c_0 < 0)$, are în vecinătatea lui M_0 o singularitate analogă cu funcţia

arctangent, sau o soluție care se comportă ca o dubliură a axei paralele la axa absciselor. Ultima soluție s-a utilizat la studiul curgerilor într-un semiplan [4].

1. Studiul soluțiilor pentru ajutaje

Soluțiile pentru ajutaje sînt uniforme și se obțin printr-o transformată Fourier aplicată funcției $f(c)$.

Se consideră o curgere printr-un ajutaj (fig. 2), admițînd Ox ca axă de simetrie. Funcția $\psi(\theta, c)$ este uniformă în domeniul $D^+(0)$ și ia trei

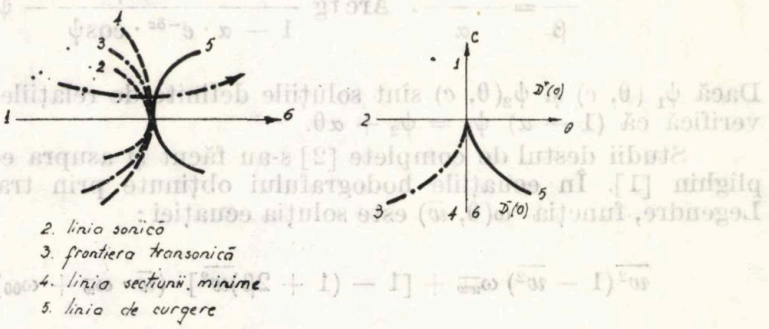


Fig. 2

valori în domeniul $D^-(0)$, unde $D^+(0)$ și $D^-(0)$ sînt domeniile conexe ale planului (θ, c) determinat prin caracteristicile ce pleacă din origine. Problema care constă în determinarea unei soluții multiforme și avînd această proprietate pentru toate ecuațiile $L(\psi) = 0$ nu este pe deplin rezolvată.

Pentru funcțiile oarecare $f(c)$ este simplu însă să se formeze astfel de soluții. Metodele generale pentru obținerea rezultatelor au fost date de către cercetătorul *M.* Fenain, obținînd unele cazuri interesante trecute în tabelul 1.

Tabelul 1

Forma funcției $f(c)$	Forma soluțiilor pentru ajutaje
$f(c) = \beta^2 \cdot c$	$\frac{\theta}{\beta} = c\psi + \frac{\psi^3}{3}$ (5)
$f(c) = \frac{\beta^3 \cdot w^3 \cdot c}{1 + w \cdot c}$; $(w > 0)$	$\frac{\theta}{\beta} = (1 + w \cdot c) \cdot \operatorname{tg} \psi - \psi$ (6)
$f(c) = \beta^2 \cdot \delta^2(1 - e^{-2\delta c})$; $(\delta > 0)$	$\frac{\theta}{\beta} = e^{-\delta c} \cdot \sin \psi - \psi$ (7)
$f(c) = \frac{\beta^2 \cdot w^3 \cdot c}{1 + 4w \cdot c}$; $(w > 0)$	$\frac{\theta}{\beta} = \frac{\psi}{1 + w \cdot c} - \arg \operatorname{th} \psi$ (8)
$f(c) = \frac{\beta^2 \cdot c}{(1 + wc)^5}$; $(w > 0)$	$\frac{\theta}{\beta} = \frac{c}{(1 + w \cdot c)^2} \cdot \psi + \frac{1}{(1 + w \cdot c)^3} \cdot \frac{\psi^3}{3}$ (9)
$f(c) = \frac{\beta^2 \cdot \delta^2 (1 - e^{-2\delta c})}{1 - \alpha^2 \cdot e^{-2\delta c}}$	$\frac{\theta}{\beta} = \frac{1}{\alpha} \cdot \operatorname{Arcsin} [\alpha e^{-\delta c} \cdot \sin(-\psi)]\psi$ (10)

Se vede că relaţia (5) corespunde aproximaţiilor făcute de cercetătorul Tricomi; bine studiate [3, 9], prin diferite aplicaţii, sînt şi relaţiile (6) şi (7). Relaţia (10) permite studierea traiectoriei practice a ajutajelor în condiţii deosebit de favorabile.

Soluţii noi se pot obţine mereu prin adăugarea de soluţii uniforme la o soluţie a ajutajului; de exemplu cu soluţia (10) se poate defini o nouă relaţie:

$$\frac{\theta}{\beta} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \operatorname{Arc\,tg} \frac{e^{-\delta c} \cdot \sin\psi}{1 - \alpha \cdot e^{-\delta c} \cdot \cos\psi} - \psi \tag{11}$$

Dacă $\psi_1(\theta, c)$ şi $\psi_2(\theta, c)$ sînt soluţiile definite de relaţiile (10) şi (11), se verifică că $(1-\alpha)\,\psi_1 = \psi_2 + \alpha\theta$.

Studii destul de complete [2] s-au făcut şi asupra ecuaţiei lui Ceaplîghin [1]. În ecuaţiile hodografului obţinute prin transformarea lui Legendre, funcţia $\omega(\theta, \bar{w})$ este soluţia ecuaţiei:

$$\overline{w^2}(1-\overline{w^2})\,\omega_{\overline{w}\overline{w}} + [1-(1+2\beta)\overline{w^2}] \cdot (\overline{w} \cdot \omega_{\overline{w}} + \omega_{\theta\theta}) = 0 \tag{12}$$

Pentru a evita construirea de soluţii multiforme, se face o schimbare de variabile şi anume se înlocuiesc variabilele θ şi w prin noile variabile $\bar{\varphi}$ şi $\bar{w}$, în care:

$$\theta = \bar{\varphi} - 2\alpha \cdot \operatorname{Arc\,tg} \frac{\bar{w} \cdot \sin\bar{\varphi}}{1 - w \cdot \cos\bar{\varphi}}; \quad 2\alpha = \sqrt{1+2\beta} - 1 \tag{13}$$

Funcţia $\bar{\varphi}(\theta, \bar{w})$ are proprietăţile topologice ale unei soluţii pentru ajutaj. Pentru a arăta acest lucru, ecuaţia (12) se scrie în forma:

$$\overline{w^2}(1-\overline{w^2})\,\omega_{\overline{w}\overline{w}} + \bar{w} \cdot \omega_{\bar{w}} + [1-(1+2\beta)\overline{w^2}]\,\omega_{\theta\theta} = 0 \tag{14}$$

iar din relaţia (13), funcţia $\bar{\varphi}$ se pune sub forma unei dezvoltări în serie:

$$\bar{\varphi} = \theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2K(n\alpha+n)}{n^2 \cdot K(n) \cdot K(n\alpha)} \cdot \overline{w^n} \cdot E_1(n\alpha+n, -n\alpha, n+1; \overline{w^2}) \cdot \sin n\theta \tag{15}$$

Din relaţia (15) fiecare termen este o soluţie cu variabile separabile a ecuaţiei (14), analogă cu soluţia lui Ceaplighin pentru ecuaţia (12). În acest mod s-a şi alcătuit soluţia principală a ecuaţiei (12):

$$\omega_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K(n\alpha+n)}{K(n) \cdot K(n\alpha)} \cdot (e^{-in\theta} + f_n \cdot e^{in\theta})\,\overline{w^n} \cdot E_1(a_n, b_n, n+1; \overline{w^2}) \tag{16}$$

unde :

$$\frac{a_n}{b_n} = \frac{1}{2}\left[n + \beta \pm \sqrt{(1 + 2\beta) \cdot n^2 + \beta^2}\right]; \tag{17}$$

$$f_n = \frac{K(a_n) \cdot K(1 + n - b_n) \cdot K(n\alpha) \cdot K(n\alpha + 1)}{K(a_n - n) \cdot K(1 - b_n) \cdot K(n\alpha + n) \cdot K(n\alpha + n + 1)} \tag{18}$$

Un studiu precis permite obținerea domeniului în care funcția $\omega_0(\varphi, \overline{w})$ este regulată și definită. Un ajutaj în care curgerea este transonică se obține printr-o combinație liniară a trei soluții ale ecuației (12) și anume :

$$\omega = \omega_N + a \cdot \omega_M + b \cdot \omega_T \tag{19}$$

Aici ω_N dă comportarea convenabilă în vecinătatea secțiunii minime (fig. 2) ; ω_M are ca efect transpunerea aproximativ radială a curgerii subsonice ; ω_T redă curgerea supersonică asimptotic uniformă.

2. Studiul soluțiilor pentru profile

Pentru a construi în planul fizic curgeri continue și în jurul profilelor, cînd viteza la infinit este subsonică, se știe că funcția de curent corespunzătoare este în mod necesar multiformă (fig. 3). În condițiile curgerilor fără circulație [5, 7], dacă A este imaginea în planul (θ, c) a punctului de

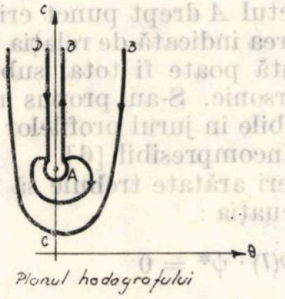


Fig. 3

Fig. 4

la infinit, el este un punct critic de ordinul 2 pentru funcția $\psi(\theta, c)$, care pentru a fi uniformizată trebuie să fie definită pe o suprafață Riemann cu două învelișuri [8]. În domeniul eliptic se definește funcția :

$$\psi^* = f^{1/4} \cdot \psi, \tag{20}$$

astfel că $\psi^*(\theta, l)$ trebuie să admită în vecinătatea punctului $A(\theta, l_0)$ o dezvoltare în serie, al cărei termen principal se scrie ca :

$$\psi^*(\theta, l) \simeq \frac{B}{\sqrt{r}}\left(a \cdot \sin\frac{\varepsilon}{2} + b \cdot \cos\frac{\varepsilon}{2}\right), \tag{21}$$

dacă :

$$r^2 = \theta^2 + (l - l_0)^2;\ \sin\varepsilon = \frac{\theta}{r};\ \cos\varepsilon = \frac{l - l_0}{2} \tag{22}$$

şi dacă a, b, B sînt constante. În cazul curgerii fără circulaţie în jurul profilului simetric, $b = 0$. Proprietăţile calitative ale funcţiei ψ sînt arătate în fig. 3 şi toate soluţiile ecuaţiei (12) cu această comportare în vecinătatea punctului A poartă denumirea de soluţii pentru profil.

Considerînd o soluţie pentru ajutaj $\psi_N(\theta, c)$ de tipul celor din relaţiile (5)—(10), ea este o funcţie analitică de variabile θ şi c. Deci $\psi_N(\theta + i\theta_0, c)$ în care θ_0 este o constantă reală, va fi o soluţie complexă a ecuaţiei (12) dacă ψ_N este o soluţie a ecuaţiei (12). Astfel se obţine soluţia pentru profil de tipul $\psi_V(\theta, c)$:

$$\psi_V(\theta, c) = \frac{\partial}{\partial\theta}\{I_m[\psi_N(\theta + i\theta_0, c)]\} \tag{23}$$

Unicul punct singular real al acestei funcţii reale este punctul A situat pe semiaxa pozitivă a lui c, iar poziţia sa pe această axă este definită prin $l_0 = \theta_0$, în care $l(c)$ este dat de relaţia :

$$l = \int_0^c \sqrt{f(c')}\cdot dc' \tag{24}$$

Se verifică că funcţia ψ_V admite punctul A drept punct critic de ordinul 2 şi că are în vecinătatea lui comportarea indicată de relaţia (21) cu $b = 0$.

Curgerea continuă astfel obţinută poate fi total subsonică sau să cuprindă un domeniu mărginit supersonic. S-au propus metode pentru obţinerea curgerilor fluidelor compresibile în jurul profilelor pornind de la curgerile analoge relative la un fluid incompresibil [6].

Pentru cele două tipuri de curgeri arătate trebuie să se alcătuiască soluţii ale lui $\psi^*(\theta, c)$ care verifică ecuaţia :

$$\psi^*_{\theta\theta} + \psi^*_{ll} - D(l)\cdot\psi^* = 0 \tag{25}$$

în care D este funcţia :

$$D = f^{-1/4}\cdot\frac{d^2}{dl^2}(f^{1/4}) = \frac{1}{4}\frac{d^2f}{dl^2} - \frac{3}{16f^2}\cdot\left(\frac{df}{dl}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{4f^3}\left[f\cdot\frac{d^2f}{dc^2} - \frac{5}{4}\cdot\left(\frac{df}{dc}\right)^2\right] \tag{26}$$

cu ajutorul unei dezvoltări în serie a formei :

$$\psi^*(\theta, c) = \sum_{n=0}^{\infty} s_n(\theta, l)\cdot S_n(l), \tag{27}$$

unde $s_n(\theta, l)$ sînt funcții armonice. De aceea trebuie să se construiască o serie de funcții s_n și S_n astfel încît să aibă :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ s_n(\theta, l) \cdot [S_n''(l) - D(l) \cdot S_n(l)] + 2S_n'(l) \cdot \frac{\partial}{\partial l} s_n(\theta, l) \right\} = 0 \tag{28}$$

Dacă se impune lui s_n să verifice condiția :

$$\frac{\partial}{\partial l} s_n(\theta, l) = v_n \cdot s_n(\theta, l) + h(\theta, l) \tag{29}$$

în care h este o funcție armonică independentă de n și v_n — o serie de numere reale, se poate calcula s_n și se poate determina seria lui $S_n(l)$, pentru care relația (28) să fie identic verificată. De asemenea funcția definită prin relația :

$$\psi(\theta, l) = I_m \left[f(\zeta) - f(\zeta_1) + \sum_{n=2}^{\infty} A_n \cdot \psi_n(\tau) \cdot e^{-in\theta} \int_{\zeta_1}^{\zeta} e^{n\zeta'} \cdot df(\zeta') \right] \tag{30}$$

reprezintă o soluție a ecuației :

$$\psi_{\theta\theta} + \psi_{ll} - F(l) \cdot \psi(l) = 0 \tag{31}$$

unde :

$$F(l) = -\frac{1}{2f} \cdot \frac{df}{dl} = \frac{d}{dl} \log(f^{-1/2}) = -\frac{1}{2f^{3/2}} \cdot \frac{df}{dc} \tag{32}$$

În relația (30), $f(\zeta)$ este o funcție analitică de variabilă $\zeta = l - i\theta$, $\psi_n(\zeta)$ este funcția lui Ceaplîghin de indice n, ζ_1 este o constantă complexă și A_n reprezintă niște constante. Acest rezultat poate fi aplicat la toate curgerile unui fluid incompresibil al cărui potențial complex este $f(\zeta)$, cînd se exprimă cu ajutorul variabilei complexe ($\log w - i\theta$) o curgere a fluidului compresibil avînd aceleași proprietăți topologice. Seria din membrul doi a relației (30) este uniform convergentă pentru orice $l > 0$ și funcția ψ este uniformă pe suprafața Riemann care permite uniformizarea lui $f(\zeta)$. Dacă $w \to 0$ se poate verifica că l și $\log w$ sînt echivalente și termenul dominant din relația (30) este $I_m[f(\zeta) - f(\zeta_1)]$. Adică familia curgerilor fluidelor compresibile obținute prin varierea vitezei la infinit w_0, cînd $w_0 \to 0$ cuprinde la limită curgerea fluidului incompresibil definit prin potențialul complex $f(\zeta)$.

Alte tipuri de soluții se pot obține prin înlocuiri ale funcțiilor din relația (29), astfel încît să rezulte și alte familii de curgeri ale fluidelor compresibile și incompresibile în jurul profilelor. Interesant este și studiul în canalul dintre profile la diferite regimuri de curgere și la variația parametrilor fluidului, mai ales că acest studiu se pretează foarte bine la o analogie electrică și la utilizarea modelării pe mașini electronice de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ceaplighin S. A.*, Teoria reşetciatovo crila, 1913.
2. *Cherry T. M.*, Transonic nozzle flows found by the hodograph method. Partial differential equations and continuous mechanics. The University of Wisconsin Press, 1961.
3. *Germain P., Liger M.* — C. R. Ac. des Sc. Tome 234, 1952.
4. *Helliwell J. B., Mackie A. G.*, Journal of Fluid Mechanics nr. 3, 1957.
5. *Kolton A. I., Nevski D. I.*, Energhetika, nr. 6, 1970.
6. *Lighthill M. J.*, Proc. Roy. Soc. A 191, 1947.
7. *Rauhman B. S.*, Trudi T.K.T.I., nr. 106, 1971.
8. *Riemann W.*, Differential — Gleichungen I, 1900.
9. *Tomotika S., Tamada K.*, Quaterly of Appl. Math, nr. 7, 1950.

Applications de la methode d'hodographe a l'ecoulement par les tyuères et les aubes

On présent bref les principales équations de la méthode d'hodographe applicable aux tuyères et aux differents aubes. On donnent les solutions aux différents regimes d'ecoulement pour les fluides compressibles et incompressibles. Les familles des solutions obtenues conformément aux équations de Ceaplighin peut être résolues relativement facile par analogie électrique et avec les machines éléctroniques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.436
621.69

UN MODEL DE DISTRIBUŢIE A COMBUSTIBILULUI ÎN SPAŢIUL DE ARDERE AL MOTORULUI DIESEL CU INJECŢIE DIRECTĂ ŞI CU IMPACT CONTROLAT AL JETURILOR CU PEREŢII

GHEORGHE BORILĂ*

În lucrarea de faţă se prezintă un model fizico-matematic al interacţiunii jeturilor de combustibil cu pereţii spaţiului de ardere, ca instrument de optimizare a acesteia, în vederea îmbunătăţirii proceselor de formare a amestecului şi ardere la motoarele Diesel cu injecţie directă.

Introducere

Într-o lucrare anterioară [1], s-a prezentat un procedeu de îmbunătăţire a arderii la motoarele Diesel cu injecţie directă prin impactul controlat al jeturilor de combustibil cu pereţii spaţiului de ardere. Concluziile lucrării subliniază că, pe de o parte, investigaţiile experimentale întreprinse au confirmat ipotezele care stau la baza acestui procedeu, iar pe de altă parte, că, continuarea cercetării, cu scopul descifrării mecanismului intim prin care modul de desfăşurare a impactului jet-perete influenţează modul de desfăşurare a proceselor de formare a amestecului şi ardere, pentru optimizarea acestora, nu este posibilă fără elaborarea unui model fizico-matematic al interacţiunii jet-perete.

Înainte însă de a proceda la elaborarea modelului este necesar să se delimiteze în timp, în suita proceselor ce au loc în spaţiul de ardere, evenimentele la care acesta se referă. Astfel, în lucrarea [1] s-a arătat că, însuşindu-se teoriile existente — şi verificate drept acceptabile — cu privire la diferitele faze ale proceselor de formare a amestecului şi ardere, s-a urmărit elaborarea unui procedeu de îmbunătăţire a acestor procese, care are la bază, ca element nou şi original, impactul jet-perete controlat, optimizat, ce conduce la o redistribuire mai favorabilă a combustibilului în spaţiu de ardere, la o ardere mai eficientă. Acest mod de delimitare a preocupărilor permite să se precizeze, în suita evenimentelor care au loc în spaţiul de ardere, fazele evenimentelor care constituie obiectul modelului necesar şi anume : momentul primului contact jet-perete şi momentul aprinderii combustibilului. Desigur, interacţiunea jet-perete continuă şi

Manuscris predat redacţiei la data de 12 octombrie 1978.
* Şef lucrări dr. ing. Catedra Motoare cu ardere internă.

după aprinderea combustibilului, dar de o manieră greu de apreciat din cauza perturbațiilor generate de ardere. Ca urmare, s-a considerat esențial pentru modelul care urmează să fie elaborat — și totodată posibil de abordat cu cunoștințele de care se dispune — intervalul de timp definit.

Din cele arătate mai înainte rezultă că, cunoașterea, cu o exactitate necesară calculelor tehnice, a momentului primului contact jet-perete și a momentului aprinderii combustibilului reclamă dispunerea de relații de calcul suficient de sigure pentru penetrația jeturilor de combustibil și durata de întîrziere la aprindere. În lucrarea de față, aceste două mărimi se vor calcula cu ajutorul unor metode elaborate în lucrarea [2], a căror esență constă, în primul rînd, în luarea în considerare a caracterului variabil al presiunii și al temperaturii gazelor din cilindru în timpul desfășurării evenimentelor la care se referă, făcîndu-le, în acest fel, aplicabile oricărui motor Diesel, indiferent de mărime sau turație. Ca urmare, se vor folosi următoarele relații de calcul:

$$\pi = 0{,}9\,(d \cdot l)^{0{,}2} \left(\frac{\Delta p}{\rho_{gm}}\right)^{0{,}3} \cdot \left(\frac{293}{T_m}\right)^{0{,}2} \left(\frac{\alpha - \alpha_s}{6n}\right)^{0{,}6} \tag{1.1}$$

pentru penetrația jeturilor de combustibil: π, cm și respectiv:

$$\begin{cases} \alpha_{ai} = \dfrac{0{,}46}{p_i^{1{,}16}} \exp \dfrac{4710}{T_i}\, 6n \cdot 10^{-3}, & (1.2) \\ \alpha_{as} = \alpha_{a1}, & (1.3) \\ \alpha_{as} = \sum_{1}^{j=a} \dfrac{\alpha_{as}}{\alpha_{ai}} \Delta\alpha, & (1.4) \\ \alpha_a = a \cdot \Delta\alpha, & (1.5) \end{cases}$$

pentru durata de întîrziere la aprindere: α_a, $^\circ r \cdot a \cdot c$. În relațiile (1.1)... ...(1.5) se mai folosesc următoarele notații: l și d sînt lungimea și diametrul orificiului de injecție, cm; Δp — căderea de presiune la injector, kgf/cm^2, ρ_{gm} și T_m — densitatea masică medie și temperatura medie a gazelor din ciclindru, pe durata de penetrație considerată, kgf $\cdot$ s^2/cm^2 și °K; α — momentul considerat din penetrație jetului, $^\circ r.a.c.$; α_s — momentul începerii injecției, $^\circ r.a.c.$; n — turația motorului, rot/min; α_{ai} — durata de întîrziere la aprindere, $^\circ r.a.c.$, în condițiile de presiune și temperatură ale gazelor din cilindru p_i și T_i, kgf/cm^2 și $^\circ K$; α_{as} — durata de întîrziere la aprindere în condițiile de presiune și temperatură din momentul începerii injecției, $^\circ r.a.c.$; a — numărul de intervale elementare de unghi $\Delta\alpha$, $^\circ r.a.c.$, cuprinse în durata reală de întîrziere la aprindere.

Stabilirea unei imagini veridice a redistribuirii combustibilului în spațiul de ardere prin impactul jet-perete

Stabilirea unei imagini veridice a redistribuirii combustibilului în spațiul de ardere prin impactul jet-perete, care să constituie baza descriptivă a modelului, este firește de cea mai mare importanță. Materializarea unei astfel de imagini nu ar fi fost însă posibilă fără dezvoltarea și perfec-

ționarea tehnicii de foto-înregistrare a evenimentelor ce au loc în spațiul de ardere al unui motor.

Fără a avea intenția de a discuta pe larg tehnicile de foto-inregistrare a evenimentelor din spațiul de ardere al unui motor Diesel, totuși, pentru necesitățile acestei lucrări, este interesant să se marcheze unele etape și elemente mai importante.

Astfel, de abia în perioada 1959—1962, punerea la punct a unei tehnici noi de foto-înregistrare, în iluminare directă, dar de această dată în color, a permis, pentru prima oară, vizualizarea mai detaliată a evenimentelor din spațiul de ardere al unui motor Diesel rapid cu injecție directă [3]. Examinarea atentă a acestor foto-înregistrări atrage atenția asupra interacțiunii jeturilor de combustibil cu peretele lateral al cupei din piston și permite aprecierea trăsăturilor fizice importante ale corelației jet-perete și anume : a) jetul ajunge la perete înainte de aprinderea combustibilului ; b) redistribuirea amplă a combustibilului în spațiul de ardere (fig. 1, care este o copie în alb-negru după foriginalul în color și preluată din [4]).

Din păcate foto-înregistrările în iluminare directă nu permit să se decidă asupra structurii jetului care interacționează cu peretele de impact. Este acesta numai în stare lichidă ? Dacă este în stare lichidă și în stare de vapori care sînt proporțiile respective ? Se depune pe perete un film lichid și în acest caz cît combustibil rămîne pe perete și cît îl părăsește prin ricoșare, în stare lichidă sau în stare de vapori ? Ca urmare, au fost dezvoltate și perfecționate tehnicile de foto-înregistrare schlieren, în alb negru și destul de recent, în color.

Se știe că în schlieren substanțele de densități diferite apar în intensități luminoase sau colorit diferit. Si din acest tip de foto-înregistrări se confirmă rolul interacțiunii jet-perete, așa cum a fost descris mai înainte și aceasta este valabil și pentru combustibilul în stare de vapori. Totuși, rezultatele date publicității, cum ar fi : [5] și [6] nu sînt nici ele foarte concludente pentru stabilirea unei imagini veridice a redistribuirii combustibilului în spațiul de ardere pentru procedeul de îmbunătățire a proceselor de formare a amestecului și ardere prin impactul jet-perete controlat. Astfel, în filmul realizat la C.A.V. [5], din păcate, poziția laterală a injectorului și mai ales mișcarea intensă de vîrtej a gazelor, nu sînt de natură de a ajuta prea mult. Înregistrările realizate la E.E.D., cu toate că au fost recoltate pe un motor cu injector central și fără mișcarea organizată de vîrtej a gazelor, n-au fost nici ele suficient de concludente. Interpretarea înregistrărilor de la E.E.D. de către autori [7] și anume că, jetul lichid (fig. 2), mărginit de o anvelopă de vapori, se află numai în apropierea injectorului, pare să fie rezultatul unor examinări mai puțin critice ale

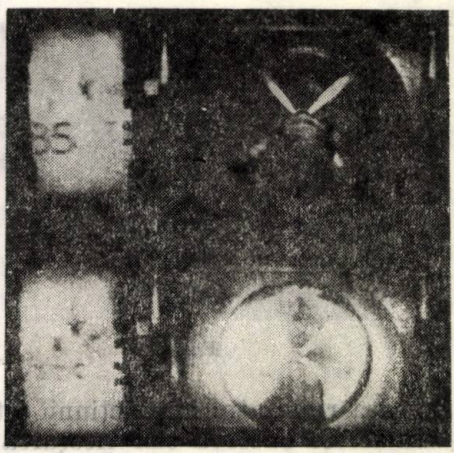


Fig. 1

foto-înregistrărilor. Într-adevăr, foto-înregistrările în color și iluminat direct realizate la Institutul Ricardo [8], pe un motor experimental pe care au fost simulate condiții de funcționare foarte asemănătoare cu cele ale motorului de la E.E.D., arată că jetul lichid are o penetrație substanțial mai mare. De altfel, prezentarea făcută la Simposiumul de la Londra, de către cercetătorii de la E.E.D. [7], a stîrnit vii discuții legate de interpretarea foto-înregistrărilor [9],[10], problema rămînînd deschisă.

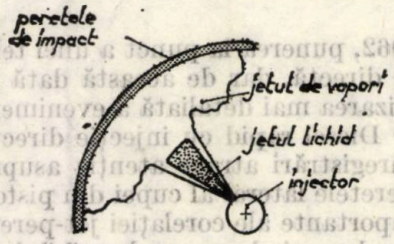


Fig. 2

Ca urmare a acestor considerații, în ceea ce privește structura jetului, care intră în contact cu peretele, se consideră că acesta este format din combustibil atît în stare lichidă, cît și în stare de vapori. De asemenea, redistribuirea în spațiul de ardere, prin impactul jet-perete, afectează combustibilul în orice stare s-ar afla acesta.

Din cele arătate mai înainte, rezultă că impactul jet-perete nu a constituit obiectul principal al foto-înregistrărilor realizate de diverși cercetători, iar atunci cînd a fost surprins și comentat, condițiile în care se producea, precum și interpretările, nu satisfaceau cerințele prezentei lucrări. Din acest motiv, a fost concepută și realizată o instalație de foto-înregistrare [1], care a permis obținerea unor imagini ale impactului jet-perete, realizate în condițiile reclamate de procedeul de îmbnătățire a proceselor de formare a amestecului și ardere prin imapactul jet-perete controlat. Astfel, în fig. 3 și fig. 4 se prezintă două imagini reprezentative ale impactului jet-perete, realizate în condițiile amintite. În fig. 3, se poate

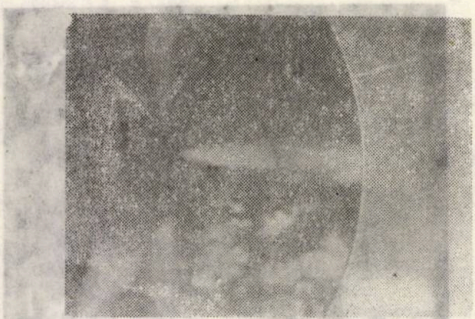


Fig. 3

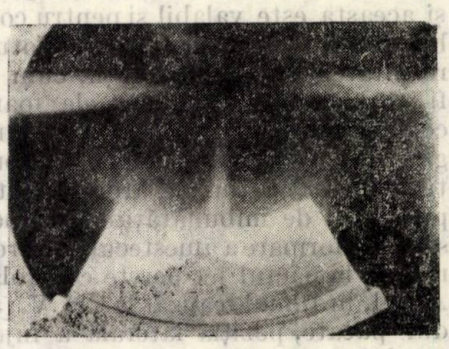


Fig. 4

vedea rezultatul interacțiunii jet-perete din primele momente ale impactului. Se observă clar ricoșarea combustibilului înapoi de la perete. În fig. 4, care reprezintă un moment avansat al interacțiunii jet-perete, se observă o redistribuire importantă a combustibilului în direcția radială, înapoi de la perete, precum și în direcția tangențială la acesta.

Figurile prezentate dovedesc și ele complexitatea fenomenului, și anume, că nu este vorba nici de o simplă întindere a combustibilului pe perete — așa cum se prezintă în modelul de ardere a lui Khan [11], și

nici de o ricoșare totală. De asemenea, ele dovedesc că, prin impact la perete se redistribuie, în spațiul de ardere, o cantitate importantă din combustibilul care participă la impact și că zona afectată de redistribuire este, de asemenea, importantă.

Imaginea din fig. 4, considerată reprezentativă, din punct de vedere calitativ, pentru impactul jet-perete care se urmărește în procedeul de îmbunătățire a proceselor de formare a amestecului și ardere propus de autor [1], a fost reținută ca baza descriptivă a modelului necesar.

Modelul de distribuție a combustibilului în spațiul de ardere prin impactul jet-perete

Pornind de la maginea reținută și adoptînd o serie de ipoteze simplificatoare cu privire atît la impactul jet-perete propriu-zis, cît și la evoluția combustibilului redistribuit prin impact, în cele ce urmează se prezintă modelul fizico-matematic al interacțiunii jet-perete, care se propune.

Se consideră un jet de combustibil care avansează în direcția peretelui de impact — peretele lateral al camerei din piston. Se consideră — așa cum s-a arătat în paragraful precedent — că acesta este format din combustibil atît în stare lichidă, cît și în stare de vapori și că redistribuirea în spațiul de ardere, prin impact la perete, afectează combustibiluf în orice stare s-ar afla.

Din momentul primului contact cu peretele de impact și în continuare, pînă în momentul aprinderii, combustibilul care sosește la perete este redistribuit prin impact în spațiul de ardere. Ca urmare, distribuția generală a combustibilului arată astfel :

— În planul perpendicular pe axa cilindrului (fig. 5), o parte din combustibilul injectat se află în jet, al cărui unghi de dispersie crește odată cu densitatea gazelor. Restul de combustibil, care a participat la impact

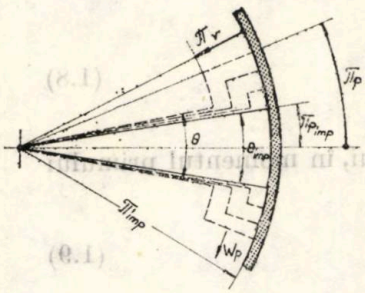


Fig. 5

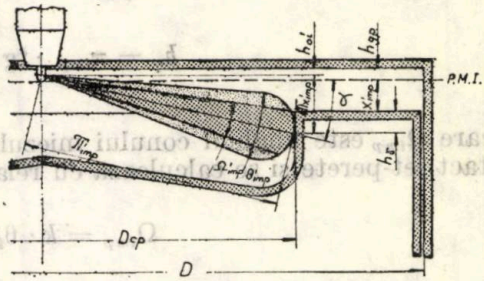


Fig. 6

avansează atît pe direcția radială, înapoi de la perete, cît și tangențial la acesta.

— În planul care conține axa cilindrului, combustibilul cuprins în jet este mărginit de suprafața spațiului de ardere, a cărui concepție arhitecturală (fig. 6) este aceea de mulare după forma jeturilor de combustibil. Combustibilul redistribuit prin impact, de asemenea, se va mula după forma spațiului de ardere.

Se consideră că impactul jet-perete are loc cu recul total (fără amortizare). Ca urmare, se consideră că avansarea combustibilului redistribuit, pe direcția radială înapoi de la perete, se produce după legea de penetrație a unui jet liber, iar avansarea pe direcția tangențială la perete, după legea de înaintare a unui jet la perete.

În ceea ce privește unghiul de înclinație a jetului de combustibil față de planul chiulasei, investigațiile întreprinse pe un motor experimental au arătat că, pentru asigurarea unei arderi eficiente, într-un larg diapazon de turații, este necesar ca din momentul primului contact jet-perete pe peretele de impact să sosească cantitatea principală a combustibilului conținut în jet [1]. Luînd în considerare faptul că fracțiunea principală din combustibilul conținut în jet este concentrată în miezul acestuia, se adoptă următoarea ipoteză de calcul: unghiul de înclinație a jetului față de planul chiulasei (γ) trebuie să asigure ca din momentul primului contact jet-perete, combustibilul cuprins în miezul jetului să sosească în totalitatea lui la peretele de impact (fig. 6). Această condiție este exprimată matematic de relația

$$\pi_{x\,imp} = \varkappa_{imp} + h_\gamma + (h_{\gamma p} - h_{0i}), \tag{1.6}$$

în care: $\pi_{x\,imp}$ este proiecția penetrației jetului, în momentul impactului, pe direcția de deplasare a pistonului; restul de notații sînt explicitate în fig. 6.

Unghiul de înclinație a jetului se calculează cu relația:

$$\gamma = \arcsin \frac{\pi_{x\,imp}}{\pi_{imp}}. \tag{1.7}$$

Distanța față de nivelul umerilor pistonului, la care se află punctul de intersecție a axei jetului cu peretele de impact în momentul primului contact, se calculează cu relația:

$$h_\gamma = \pi_{imp} \cdot \operatorname{tg} \frac{\Omega_{imp}}{2}, \tag{1.8}$$

în care Ω_{imp} este unghiul conului miezului jetului, în momentul primului contact jet-perete și se calculează cu relația:

$$\Omega_{imp} = k \cdot \theta_{imp}, \tag{1.9}$$

pentru coeficientul k existînd suficiente date experimentale în literatura de specialitate, cum ar fi de exemplu, cele obținute cu multă acuratețe de D. W. Lee [12].

Unghiul de dispersie a jetului, în momentul primului contact cu peretele de impact, se calculează cu o relație preluată din [11]:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{imp}}{2} = 1{,}09\, Z_{imp} \cdot 10^{-3}, \tag{1.10}$$

în care Z_{imp} este raportul dintre densitatea gazelor din cilindru şi densitatea aerului la parametrii de stare atmosferici normali, în momentul primului contact jet-perete.

Din cele prezentate, rezultă că momentul primului contact jet-perete este marcat de timpul scurs din momentul începerii injecţiei şi pînă în momentul în care jetul de combustibil, ce avansează sub un unghi de înclinaţie γ, ajunge la peretele de impact. De fapt, în mod practic, unghiul necesar de înclinaţie a jetului şi momentul primului contact jet-perete se determină simultan. Astfel, din momentul începerii injecţiei se declanşează calculul „pas cu pas" al penetraţiei jetului şi al duratei de întîrziere la aprindere, cu relaţiile 1.1 ... 1.5, după metodele elaborate în [2]. Tot atunci, se declanşează calculul „pas cu pas" al deplasării pistonului:

$$x = \frac{S}{2}\left\{(1 - \cos\alpha) + \frac{\lambda}{4}(1 - \cos 2\alpha)\right\}, \text{ cm}, \tag{1.11}$$

în care: S este cursa pistonului, cm; α — unghiul de rotire al arborelui cotit, $^\circ r.a.c.$; λ — raportul dintre raza manivelei şi lungimea bielei;
şi a unghiului de dispersie a jetului:

$$\operatorname{tg}\frac{\theta^2}{2} = 1{,}09\, Z \cdot 10^{-3}, \tag{1.12}$$

în care:

$$Z = \eta_V \frac{\varepsilon}{1 + (\varepsilon - 1)\, x/S}, \tag{1.13}$$

η_V fiind coeficientul de umplere, iar ε — raportul de comprimare.

Determinarea unghiului de înclinaţie a jetului se face fprin încercări succesive, pornind de la un unghi de 7°*), pînă în momentul în care este satisfăcută condiţia exprimată de relaţia (1.6).

În continuare se declanşează calculul propriu-zis de distribuţie a combustibilului în spaţiul de ardere, cu luarea în considerare a redistribuirii prin impactul jet-perete. Astfel, se continuă calculul „pas cu pas" al penetraţiei jetului, al duratei de întîrziere la aprindere, al unghiului de dispersie a jetului şi al deplasării pistonului. Acestor calcule li se adaugă:

— Calculul avansării radiale, înapoi de la pertele de impact, a combustibilului redistribuit prin impact (π_r, cm):

$$\pi_r = \pi - \pi_{imp}. \tag{1.14}$$

— Calculul avansării, pe direcţia tangenţială la peretele de impact, a combustibilului redistribuit prin impact (π_r, cm):

$$\pi_p = \pi_{p(\alpha - \Delta\alpha)} + \Delta\pi_p, \tag{1.15}$$

*** Se ştie că, în motoarele Diesel unghiul de dispersie a jetului este mai mare de 14° şi urmează, în mod firesc, pentru evitarea interferenţei nedorite a jetului cu suprafaţa chiulasei, unghiul de înclinaţie să fie mai mare de 7°.**

în care : $\pi_{p(\alpha-\Delta\alpha)}$ inițial este penetrația „jetului la perete" în momentul primului contact jet-perete (π_{imp}, cm) și care se calculează cu relația :

$$\pi_{p_{imp}} = \frac{1}{2} D_{cp} \frac{\theta_{imp}}{57}, \tag{1.16}$$

Dcp fiind diametrul camerei din piston, cm ; $\Delta\pi_p$, avansarea elementară a combustibilului pe direcția tangențială la peretele de impact, cm, și se calculează cu relația :

$$\Delta\pi_p = W_p \frac{\Delta\alpha}{6n}, \tag{1.17}$$

W_p fiind viteza jetului la perete, cm/sec, și care se calculează cu relația :

$$W_p = W_{p_{imp}} \left(\frac{\pi_{p(\alpha-\Delta\alpha)}}{\pi p_{imp}} \right)^{1,06}, \tag{1.18}$$

preluată din [11], în care $W_{p_{imp}}$ este viteza cu care s-a produs impactul pe perete, cm/sec, și care se calculează cu relația :

$$W_{p_{imp}} = W_{imp} = \frac{\pi_{\alpha\, imp} - \pi_{(\alpha_{imp}-\Delta\alpha)}}{\Delta\alpha/6n}. \tag{1.19}$$

— Calculul fracțiunii din combustibilul injectat pe ciclu care participă la impact pe perete (ξ_c) :

$$\xi_c = \frac{\alpha - \alpha_{imp}}{\alpha_{inj}}, \tag{1.20}$$

în care α_{inj} este durata injecției.

Calculul prezentat se continuă pînă în momentul aprinderii combustibilului. Fiind efectuat „pas cu pas" el permite constituirea unei imagini a distribuției generale a combustibilului în spațiul de ardere, pentru orice moment care interesează, din momentul începerii injecției și pînă în momentul aprinderii combustibilului.

După cum s-a putut observa, metoda de calcul prezentată a fost concepută cu rezolvare numerică prin programare pe calculator, lucru necesar dat fiind volumul mare de calcule implicate. În fig. 7, se prezintă o schemă logică a programului de calcul elaborat. Programul de calcul pentru durata de întîrziere la aprindere poate să fie rulat în avans și în acest caz, durata de întîrziere la aprindere devine o dată inițială a calculului, așa cum s-a procedat în schema din fig. 7 — sau, poate să reprezinte un sub program care se rulează simultan cu programul principal. În afara relațiilor deja stabilite se mai folosesc :

$$\theta = 2 \operatorname{arc\,tg} \sqrt{1{,}09\, \eta_V \frac{\varepsilon}{1 + (\varepsilon - 1)\, \varkappa}\, 10^{-3}}, \tag{1.21}$$

care rezultă din relațiile (1.12) și (1.13);

$$h_\gamma = \pi_{imp} \cdot \operatorname{tg} k \frac{\theta_{imp}}{2}, \tag{1.22}$$

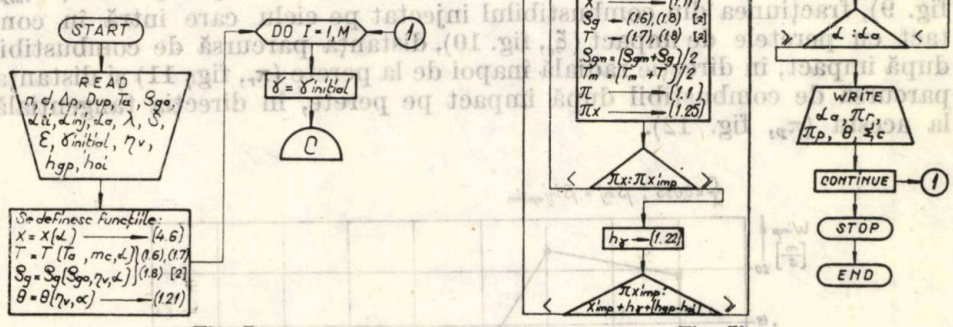


Fig. 7a Fig. 7b

care rezultă din relațiile (1.8) și (1.9);

$$\pi_{x\,imp} = \pi_{imp} \cdot \sin \gamma; \tag{1.23}$$

$$\pi_p = \pi_{p(\alpha-\Delta\alpha)} + W_p \left(\frac{\pi_{p(\alpha-\alpha\Delta)}}{\pi_{p_{imp}}} \right)^{-1,06} \frac{\Delta\alpha}{6n}, \tag{1.24}$$

care rezultă din relațiile: (1.15), (7.17) și (1.18);

și: $$\pi_x = \pi_r \cdot \sin \gamma. \tag{1.25}$$

Verificarea pe cale experimentală a modelului ca instrument de interpretare și optimizare a arderii

Verificarea modelului elaborat s-a făcut analizîndu-se performanțele indicate ale unui motor Diesel experimental de foarte mic alezaj, $D = 63{,}5$ mm [1], prin prisma rezultatelor obținute la aplicarea modelului pe acest motor.

Motorul experimental a fost echipat cu două injectoare, A și B avînd un unghi de înclinație a orificiilor de injecție față de planul chiulasei de 7° și respectiv 11°. În fig. 8 se prezintă valorile presiunii medii indicate corectate a ciclului motor, p_{rc} (corectate pentru un coeficient de umplere $\eta_V = 1{,}0$ și o presiune a mediului din care aspiră motorul $p_0 = 1{,}033$ kg.f/cm²) în funcție de turație, la sarcină plină, caracterizată prin raportul combustibil/aer $(C/A) = 0{,}055$ (căruia îi corespunde un coeficient de exces de aer $\lambda = 1{,}26$), în cazul folosirii celor două injectoare.

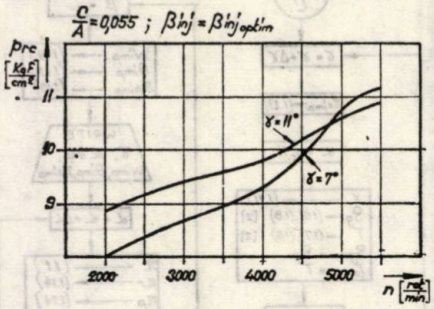


Fig. 8

Calculele efectuate cu ajutorul modelului pentru regimurile de funcționare ale motorului experimental, prezentate în fig. 8, au condus la obținerea unor date numerice pentru o serie de mărimi caracteristice impactului jet-perete cum ar fi: viteza de impact a combustibilului pe perte (W_{imp}, fig. 9), fracțiunea din combustibilul injectat pe ciclu care intră în contact cu peretele de impact (ξ_c, fig. 10), distanța parcursă de combustibil după impact, în direcție radială înapoi de la perete (π_r, figș 11) și distanța parcursă de combustibil după impact pe perete, în direcția tangențială la acesta (π_p, fig. 12).

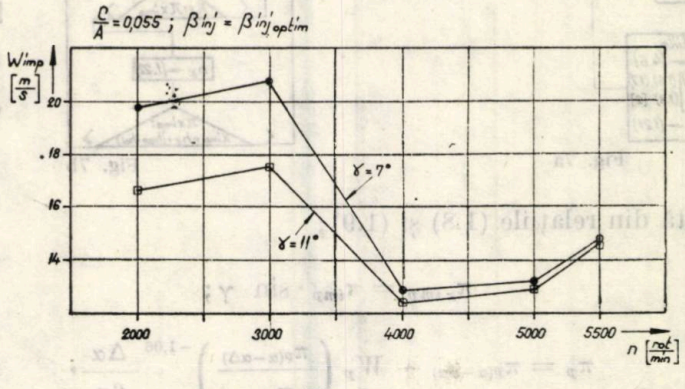


Fig. 9

Așa cum rezultă din fig. 9, atît în cazul injectorului A cît și în cazul injectorului B, eficiența arderii este mai ridicată la turații mari. Totuși, în acest context general, arderea în motorul experimental se dovedește a fi mai eficientă în cazul injectorului B, la toate regimurile de viteză, în afara celor foarte înalte (peste 4800 rot/min).

Analizînd această situație prin prima rezultatelor obținute de aplicarea modelului (figurile 9 ...12) ea apare firească și este, în primul rînd, rezultatul unei penetrații excesive a combustibilului la turații sub 4000 rot/min. Într-adevăr, valorile ridicate pentru W_{imp}, ξ_c, π_p și π la aceste

turații demonstrează o penetrație excesivă în raport cu cerințele procedeului de ameliorare a arderii prin impactul jet-perete controlat. Astfel, de exemplu, faptul că la turații mai mici de 3000 rot/min aproape întreaga cantitate a combustibilului injectat intră în contact cu peretele de impact (fig. 10), precum și faptul că la aceste turații combustibilul din două jeturi

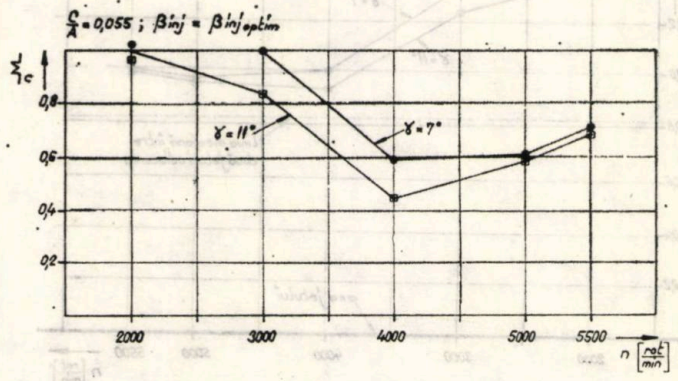


Fig. 10

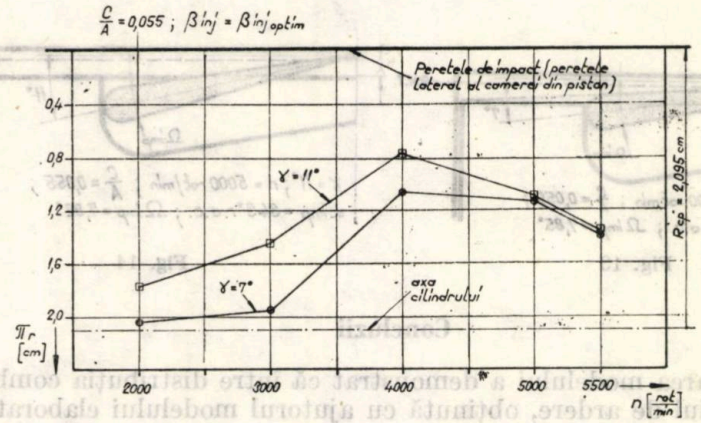


Fig. 11

adiacente interferează excesiv (fig. 12) sînt evident, de natură să micșoreze eficiența arderii, ca urmare a unei distribuții mai puțin favorabile a combustibilului în spațiul de ardere. În ceea ce privește deosebirea de comportare a motorului experimental la folosirea celor două injectoare, aceasta este rezultatul faptului că, în cazul injectorului *A* (fig. 13), spre deosebire de injectorul *B* (fig. 14), o parte din combustibilul conținut în miezul jetului, nemaivorbind de anvelopa ce-l înconjoară, se va întinde pe umerii pistonului, existînd probabilitatea ajungerii combustibilului în contact cu peretele cilindrului, situație care de asemenea contravine cu procedeul de ameliorare a arderii prin impactul jet-perete controlat. Totuși, faptul că, la turații de peste 4800 rot/min eficiența arderii, în cazul injectorului *A*,

devine mai mare, se poate explica atît prin regimul termic mai ridicat al suprafeţelor spaţiului de ardere, precum şi prin intensitatea mai ridicată a squish-ului în condiţiile utilizării şi aerului de deasupra umerilor pistonului.

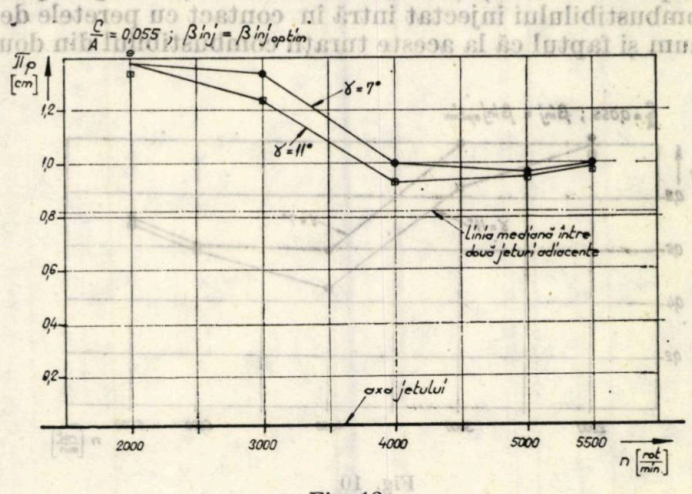


Fig. 12

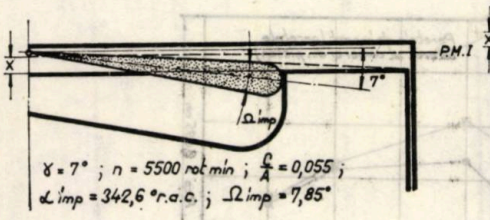


Fig. 13

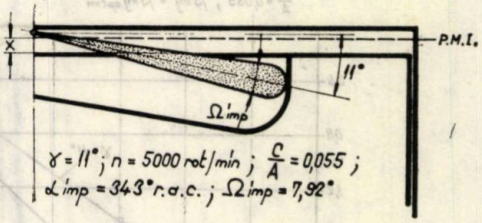


Fig. 14

Concluzii

Verificarea modelului a demonstrat că între distribuţia combustibilului în spaţiul de ardere, obţinută cu ajutorul modelului elaborat şi eficienţa arderii determinată pe cale experimentală, există o corelaţie precisă. Astfel, arderea are o eficienţă ridicată atunci cînd sînt întrunite condiţiile necesare de distribuţie, pe care le reclamă procedeul de îmbunătăţire a acesteia prin impactul jet-perete controlat şi viceversa. Aceasta înseamnă că simularea prin modelare a distribuţiei combustibilului în spaţiul de ardere s-a făcut cu suficientă acurateţe în raport cu scopul urmărit, că compromisurile făcute între realitate şi simplitate, pentru ca tratamentul matematic să fie mai simplu sau din lipsa de informaţii, s-au dovedit a fi acceptabile.

Faptul că simularea prin modelare a distribuţiei combustibilului în spaţiul de ardere s-a dovedit a fi un instrument de interpretare a eficienţei arderii conduce la ideea ca ea poate să fie utilizată şi ca instrument de optimizare a acesteia, acţionîndu-se asupra factorilor care determină distribuţia combustibilului în spaţiul de ardere şi anume : elementele con-

structive ale echipamentului de injecție și ale camerei de ardere, pînă cînd se obține distribuția pe care o reclamă procedeul de îmbunătățire a arderii prin impactul jet-perete controlat. În felul acesta, devine posibil ca, încă din stadiul de proiectare a soluției energetice a motorului, să se determine elementele constructive ale echipamentului de injecție și ale spațiului de ardere care să asigure o distribuție a combustibilului apropiată de cea optimă; durata experimentărilor pe motor reducîndu-se în consecință semnificativ.

BIBLIOGRAFIE

1. *Borilă, Gh.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Seria Mecanica, Tom XXXIX, Nr. 4 p. 33.
2. *Borilă, Gh., Sipoș, I.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Seria Mecanica, Tom XL, nr. 3 p. 37.
3. *Alcock, J. F., Scott, W. M.*, Some More Light on Diesel Combustion; I.M.E. Proceeding of the Automobile Division, Nr. 5, 1962—1963.
4. *Watts, R., Scott, W. M.*, I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
5. * * * Film în tehnica schlieren color asupra arderii în motorul Diesel rapid cu injecție directă; C.A.V. Acton, London.
6. *Taylor, D. H. C., Walshaw, B. E.*, Film în tehnica schlieren color asupra arderii în motorul Diesel cu injecție directă de turație medie; E.E.D., Lincoln.
7. *Taylor, D. H. C., Walshaw*, B. E., I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium London, 1970.
8. *Scott, W. M.*, Looking in oo Diesel Combustion; S.A.E. — S.P. 345 — 69000
9. Κπξρ, I. M., Discussion, I.M.E., Diesel Engine Combuscion Symposium, London, 1970 p.
10. *Scott, W. M.*, Discussion, I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
11. *Kşan, I. M., Greeves, G., Wang, C. H. T.*, Factors Affecting Smoke and Gaseous Emission from Direct Injection Engine and Method of Calculation; S.A.E. — 730169.
12. *Lee, D. W.*, Measurements of Euel Distribution Within Sprays for Fuel Injection Engines; N.A.C.A — T.R. 438, 1932.

A Model of Fuel Distribution in Combustion Space of a Direct Injection Diesel Engine with Controled Jet-wall Impingement

In the present work there is presented a physical and mathematical model of fuel jets interaction with combustion space walls, as an instrument of optimization of mixing and combustion processes in direct injection Diesel engines.

structive ale echipamentului de injecție și ale camerei de ardere, pînă cînd se obține distribuția pe care o reclamă procedeul de îmbunătățire a arderii prin impactul jet-perete controlat. În felul acesta, devine posibil ca, încă din stadiul de proiectare a soluției energetice a motorului, să se determine elementele constructive ale echipamentului de injecție și ale spațiului de ardere care să asigure o distribuție a combustibilului apropiată de cea optimă; durata experimentărilor pe motor reducîndu-se în consecință semnificativ.

BIBLIOGRAFIE

1. *Borîlă, Gh.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Seria Mecanica, Tom XXXIX, Nr. 4 p. 33.
2. *Borîlă, Gh., Stpos, I.*, Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Seria Mecanica, Tom XL, nr. 3 p. 37.
3. *Alcock, J. F., Scott, W. M.*, Some More Light on Diesel Combustion; I.M.E. Proceeding of the Automobile Division, Nr. 5, 1962–1963.
4. *Wallis, R., Scott, W. M.*, I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
5. * * * Film in tehnica schlieren color asupra arderii în motorul Diesel rapid cu injecție directă; C.A.V. Acton, London.
6. *Taylor, D. H. C., Walsham, B. E.*, Film in tehnica schlieren color asupra arderii în motorul Diesel cu injecție directă de turație medie; E.E.D., Lincoln.
7. *Taylor, D. H. C., Walsham, B. E.*, I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium London, 1970.
8. *Scott, W. M.*, Looking in oo Diesel Combustion; S.A.E. – S.P. 345 – 69000
9. *Knöp, I. M.*, Discussion, I.M.E., Diesel Engine Combuscion Symposium, London, 1970 p.
10. *Scott, W. M.*, Discussion, I.M.E., Diesel Engine Combustion Symposium, London, 1970.
11. *Kyan, I. M., Greeves, G., Wang, C. H. T.*, Factors Affecting Smoke and Gaseous Emission from Direct Injection Engine and Method of Calculation; S.A.E. – 730169.
12. *Lee, D. W.*, Measurements of Fuel Distribution Within Sprays for Fuel Injection Engines; N.A.C.A – T.R. 438, 1932.

A Model of Fuel Distribution in Combustion Space of a Direct Injection Diesel Engine with Controled Jet-wall Impingement

In the present work there is presented a physical and mathematical model of fuel jets interaction with combustion space walls, as an instrument of optimization of mixing and combustion processes in direct injection Diesel engines.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 621.431
621.69

MODEL FIZICO – MATEMATIC PENTRU CERCETAREA PROCESULUI DE INJECȚIE A COMBUSTIBILULUI LICHID

ALEXE MANEA *

Lucrarea propune, în urma unor investigații experimentale a fenomenelor care însoțesc curgerea combustibilului pe traseul pompă-injector, un model fizic apropiat de condițiile desfășurării procesului. Pe baza acestui model a fost realizat un program de calcul al sistemului de injecție ca ansamblu; programul se rezolvă pe calculatorul FELIX 256.

Compararea rezultatelor de calcul și experimentale confirmă valabilitatea ipotezelor modelului fizico-matematic. Timpul de calcul redus recomandă programul ca un instrument de investigare eficient pentru proiectant sau cercetător.

Introducere

Modele matematice folosite la cercetarea teoretică a sistemelor de injecție se bazează pe ipoteze asupra unor fenomene care însoțesc curgerea nestaționară a combustibilului.

Între acestea remarcăm formarea și evoluția golurilor pe canalizația pompă — injector, în perioada cuprinsă între două cicluri de debitare consecutive. Fenomenul amintit, dacă este neglijat, introduce erori de ordinul a 30—100% la calculul debitului ciclic. În plus, condiționează distrugerea prematură a elementelor care compun sistemul de injecție.

Lucrarea de față își propune să elaboreze un model fizico-— matematic, capabil să aprecieze cantitativ fenomenul de evoluție a golurilor legat de procesul de debitare în sistemele de injecție.

1. Condiții specifice apariției, dezvoltării și compensării golurilor.

Pentru evidențierea caracterului fizic al evoluției golurilor pe traseul de înaltă presiune au fost dezvoltate cercetări experimentale bazate pe metoda fotografierii în lumină intermitentă, cinematografierii rapide și holografiei.

La unele experiențe, conducta de înaltă presiune, executată dintr-un material transparent, este observată în întregime.

Manuscris predat redacției la data de 20 septembrie 1978.
* Șef lucrări dr. ing. Catedra de motoare cu ardere internă.

Aspectul conductei permite să se stabilească zonele cele mai puternic afectate de goluri.

O altă serie de experienţe, urmărind caracterul intim al dezvoltării golurilor, investighează o zonă relativ redusă a conductei [1, 2]. Devine astfel posibilă apropierea aparatului înregistrator de zona cercetată.

În cadrul lucrării s-a folosit tehnica înregistrării fotografice în lumină intermitentă a unei zone reduse a conductei. (fig. 1).

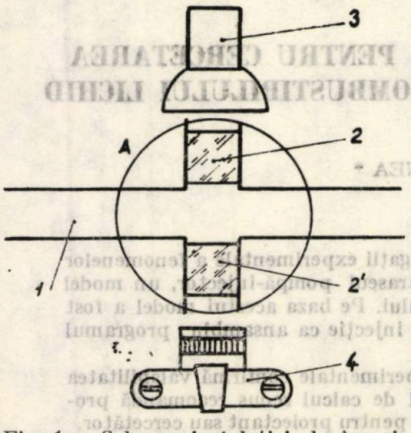


Fig. 1 — Schema instalaţiei de înregistrare fotografică a unei zone a conductei prin iluminare intermitentă.

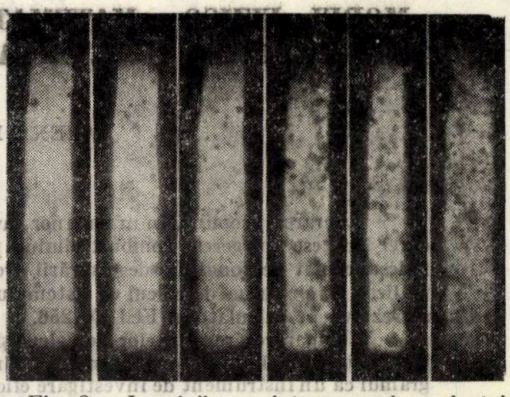


Fig. 2 — Imaginile unui tronson al conductei pompă-injector, afectat de goluri, în diferite momente ale evoluţiei acestora.

Conducta de înaltă presiune 1 a fost secţionată în zona *A* pentru montarea sticlelor 2 şi 2′. Secţiunea de curgere oferită de dispozitiv este apropiată de secţiunea transversală a conductei. Prin sticlele 2—2′ se poate observa o zonă de aproximativ 6 mm, iluminată de lampa stroboscop 3. Camera 4 înregistrează imaginea zonei. Lampa 3 este comandată de un ruptor pe arborele bancului. Poziţia unghiulară a ruptorului faţă de corpul pompei poate fi modificată convenabil pentru investigarea proceselor asociate unei rotaţii a camei.

Au fost înregistrate imaginile zonei la diferite momente pe ciclu şi la mai multe regimuri de funcţionare (fig. 2.).

Analiza fotografiilor pune în evidenţă următoarele particularităţi:

a — Golurile apar în volumul de combustibil sub formă sferică, fără să acopere întreaga secţiune de curgere.

b — Distribuţia golurilor în volum este întîmplătoare, dar se apropie cel mai mult de distribuţia uniformă.

c — Caracteristicile descrise la punctele *a* şi *b* rămîn adevărate cînd intensitatea fenomenului se modifică odată cu schimbarea punctului pe ciclu sau a regimului de funcţionare.

2. Model matematic pentru calculul curgerii combustibilului în conductă.

Determinarea valorilor momentane ale presiunii şi vitezei într-un punct oarecare al conductei presupune aprecierea (calcularea) valorilor în alte puncte ale traseului şi la momente de timp diferite, expresie a

dependenței simultane a parametrilor urmăriți de variabilele spațiu și timp. În cadrul lucrării s-au calculat variații discrete ale valorilor parametrilor pentru a permite folosirea mașinilor electronice numerice.

Algoritmul de calcul folosește un grafic rețea avînd pe abscisă lungimea conductei, împărțită în $(N-1)$ tronsoane și pe ordonată timpul. Nodurile rețelei reprezintă punctele de calcul.

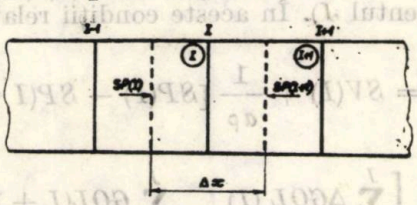


Fig. 3 — Schema de calcul pentru determinarea vitezelor combustibilului în secțiunile conductei.

Intervalul Δt între două linii alăturate este necesar undei de presiune (viteză) pentru a străbate tronsonul Δx cu viteza a.

Vitezele în secțiunile conductei, limite ale tronsoanelor, se calculează pe baza ecuației de echilibru dinamic a masei de combustibil formată din jumătățile tronsoanelor adiacente legate în serie (fig. 3.).

$$V(I) = SV(I) + \frac{1}{a\rho}[SP(I) - SP(I+1)] \qquad (1)$$

În ecuația (1) $V(I)$ reprezintă viteza în secțiunea I pe intervalul de timp curent iar $SV(I)$ viteza în aceeași secțiune pe intervalul de timp anterior; $SP(I)$ și $SP(I+1)$ sînt presiuni în tronsoanele I și $I+1$ pe intervalul de timp anterior, ρ este densitatea combustibilului.

Dacă în sistem apar goluri, ecuația (1) trebuie corectată pentru a aprecia permeabilitatea mediului față de transmiterea undelor de viteză. Ecuația (1) poate fi pusă sub forma:

$$\frac{a}{g}[V(I) - SV(I)] = \frac{1}{\gamma}[SP(I) - SP(I+1)] \qquad (2)$$

unde γ este greutatea specifică a combustibilului și g accelerația gravitației.

Membrul stîng al ecuației (2) reprezintă variația energiei specifice inerțiale a curentului în secțiunea I și intervalul de timp curent $J \div (J+1)$, iar membrul drept-variația energiei specifice datorată presiunilor statice în tronsoanele adiacente, pe linia J.

Dacă în tronsoanele I sau $I+1$ există goluri, energia specifică inerțială în secțiunea I, datorată transmiterii perturbației prin tronsonul I, din momentul apariției golurilor și pînă la linia J este $\frac{a^2}{g} \cdot \frac{\sum_0^J \Delta\,\mathrm{GOL}(I)}{\mathrm{VOL}(I)}$,

iar cea corespunzătoare tronsonului $I+1$ este $\frac{a^2}{g} \cdot \frac{\sum_0^J \Delta GOL(I+1)}{VOL(I+1)}$.

$\Delta GOL(I)$ reprezintă variația volumului golurilor pe intervalul de calcul în tronsonul I, de volum $VOL(I)$. Variația volumelor golurilor se calculează ca diferență între volumul inițial $SGOL(I)$ (momentul $J-1$) și cel final $GOL\ (I)$ (momentul J). În aceste condiții relația (2) devine :

$$V(I) = SV(I) + \frac{1}{a\rho}\,[SP(I) - SP(I+1)] + \\ + a\left[\frac{\sum_0^J \Delta GOL\ (I)}{VOL(I)} - \frac{\sum_0^J GOL(I+1)}{VOL(I+1)}\right] \tag{3}$$

Aplicarea formulei (3) presupune acceptarea aceleiași propagări a vitezei prin conductă, indiferent de prezența și volumul golurilor. Lucrarea de față consideră atenuarea undei de viteză cînd aceasta traversează un tronson cu goluri.

Coeficientul de atenuare q este definit ca o funcție de volumul relativ $x = \frac{GOL(I)}{VOL(I)}$ al golurilor din tronson și de modulul de elasticitate al mediului bifazic. Pentru stabilirea expresiei coeficientului de atenuare se formulează două ipoteze :

a) Derivata funcției de atenuare este proporțională cu volumul relativ x al golurilor din tronson.

b) Derivata funcției de atenuare este proporțională cu modulul de elasticitate al mediului bifazic, care transmite undele de viteză.

Pe baza acestor ipoteze se obține :

$$q(x) = e^{-\frac{1}{2}Ex^2} \tag{4}$$

unde E este modulul de elasticitate al mediului lichid.

Coeficientul de atenuare va fi calculat pentru fiecare interval de timp și se referă la variația energiei specifice inerțiale transmisă prin tronson în acest interval. Relația (3) devine :

$$V(I) = SV(I) + \frac{1}{a\rho} \cdot [SP(I) - SP(I+1)] + \\ + a\left[\frac{\sum_0^J \Delta GOL(I) \cdot q(x)}{VOL(I)} - \frac{\sum_0^J GOL(I+1) \cdot q(x)}{VOL(I+1)}\right] \tag{5}$$

Valorile presiunii în tronsoanele conductei sau volumele golurilor sînt calculate de către ecuația de continuitate.

Se acceptă deplasarea golurilor odată cu combustibilul dintr-un tronson în altul. Volumul golurilor deplasate este proporțional cu volumul de lichid în același raport cu al volumelor din tronson, presupunînd o distribuție uniformă a golurilor în volum.

Volumul golurilor din tronsonul I la finele intervalului de calcul rezultă:

$$GOL(I) = SGOL(I) - SP(I) \cdot \frac{VOL(I)}{E} -$$

$$- f_e \Delta t [V(I-1) \cdot A(I-1) - V(I) \cdot A(I)] \qquad (6)$$

f_c este secțiunea transversală a conductei iar $A(I)$ — un coeficient atașat vitezei $V(I)$ care apreciază deplasarea golurilor odată cu combustibilul

$$A(I) = 1 - \frac{GOL(I)}{VOL(I)} \quad \text{dacă } V(I) > 0 \qquad (7)$$

$$A(I) = 1 - \frac{GOL\,(I+1)}{VOL(I+1)} \quad \text{dacă } V(I) < 0 \qquad (8)$$

Ecuația (6) permite de asemenea calculul presiunii cînd $GOL(I) < 0$.

În acest caz $GOL(I)$ reprezintă volumul de combustibil acumulat în tronson, corespunzător presiunii absolute pe intervalul de calcul.

$$P(I) = - \frac{GOL(I) \cdot E}{VOL(I)} \qquad (9)$$

3. Program de calcul al procesului de injecție.

Programul de calcul realizat pe baza modelului matematic descris aproximează inițial presiunea în conductă și distribuția golurilor. Astfel se consideră presiunea nulă în toate tronsoanele dar fără existența golurilor. La finele ciclului de calcul, care corespunde unei rotații a camei, trebuie să fie regăsite condițiile inițiale privind volumul și distribuția golurilor, precum și valorile vitezelor în secțiunile conductei.

Dacă aceste condiții nu sînt îndeplinite, valorile rezultate din primul ciclu vor fi considerate inițiale pentru al doilea ciclu ș.a.m.d. Urmează un proces de aproximații care îndeplinește atît condiția de bilanț masic cît și pe cea de stabilitate a distribuției golurilor.

Analiza rezultatelor dovedește că, începînd cu ciclul al doilea, cantitatea de combustibil injectată corespunde soluției sistemului. Concluzii asemănătoare se referă și la distribuția golurilor.

S-a apreciat, pentru siguranță, că numărul suficient de cicluri pentru fiecare variantă studiată este patru.

În aceste condiții, timpul necesar unei variante, inclusiv tipărirea rezultatelor, pe calculatorul FELIX 256 este de ≈ 5 minute.

4. Verificarea experimentală a modelului matematic.

Pentru verificarea ipotezelor care stau la baza modelului matematic se compară rezultatele de calcul cu cele experimentale.

În acest scop a fost dezvoltată o cercetare experimentală pe un sistem de injecţie la care s-a observat fenomenul de apariţie a golurilor. Sistemul cuprinde o pompă U24 FS4—8 × 10 o conductă de înaltă presiune şi un injector IG 4 × 0,275.

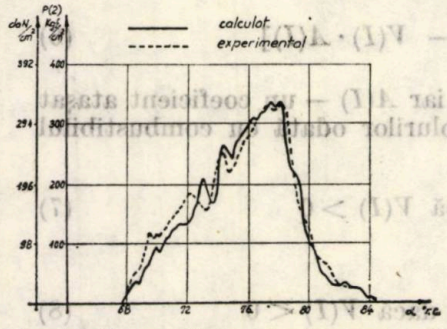


Fig. 4 — Comparaţia presiunilor combustibilului în tronsonul 2* al conductei, calculată şi determinată experimental.

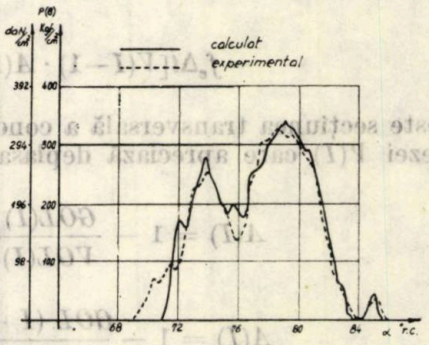


Fig. 5 — Comparaţia presiunilor combustibilului în tronsonul 8 ** al conductei, calculată şi determinată experimental.

Parametrii investigaţi sînt : debitul ciclic de combustibil, presiunea combustibilului la capetele conductei, deplasarea acului injectorului.

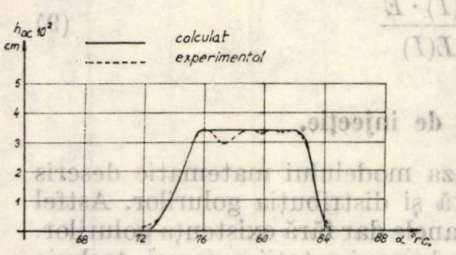


Fig. 6 — Comparaţia curbelor deplasării acului injectorului, calculată şi determinată experimental.

Eroarea la calculul debitului ciclic, pentru regimul de funcţionare ales (0,067 cm³/ciclu) este de 0,8%. În figurile 4, 5, 6 sînt suprapuse curbele de variaţie ale presiunii la capetele conductei şi deplasării acului injectorului, calculate şi determinate experimental.

Corespondenţa remarcabilă a alurii şi valorilor absolute este o dovadă a valabilităţii ipotezelor acceptate la formularea modelului matematic.

Concluzii

Lucrarea tratează problema modelării matematice a procesului de curgere a combustibilului în conducta pompă — injector luînd în considerare procesul de evoluţie a golurilor.

Ipotezele principale care fundamentează modelul se referă la distribuţia golurilor în volumele afectate şi la permeabilitatea mediului compus

* Tronsonul 2 al conductei reprezintă zona de montaj a traductorului de presiune la ieşirea din pompă.

** Tronsonul 8 al conductei reprezintă zona de montaj a traductorului de presiune la intrarea în injector.

din lichid şi gaze faţă de transmiterea perturbaţiilor sonore. Experienţele efectuate în cadrul lucrării demonstrează că distribuţia uniformă a golurilor este probabil cea mai apropiată de realitate. În scopul aprecierii permeabilităţii mediului bifazic lucrarea propune folosirea unui coeficient de atenuare, definit ca raport al modulelor de elasticitate pentru mediul bifazic şi lichid.

Verificarea modelului matematic şi a programului de calcul aferent dovedeşte o apropiere foarte bună între rezultatele de calcul şi experimentale. Timpul de calcul redus recomandă metoda de analiză teoretică drept un instrument eficient de lucru al cercetătorului sau proiectantului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ghinzburg V. M., Kuznețova E. A., Morozov E. V., Fomin Iu. Ia, Tarfin V. Ia,* Traktorî i selhozmaşinî 7/1973, pag. 14.
2. *Yamaoka K., Saito A., Okazaki M.,* Bulletin of JSME, vol. 15, nr. 82, April 1972, pag. 502–510.

Physico-mathematical Model for Fuel Injection in Internal Combustion Engines

Based on experimental investigations of the events, taking place in the connecting pipe between jerk pump and nozzle, during the injection, this work proposes a physical model of the process, more adequate to real conditions. Using this model, a computing program was developed for FELIX 256 machine.

The comparison between calculations and experimental results confirms the truth of the hypothesis.

The short computing time and the confidence of the results, proved by the experimental work, recomends this theoretical way of investigation, as a reliable tool for research and design.

din lichid și gaze față de transmițătorul perturbațiilor sonore. Experimentele efectuate în cadrul lucrării demonstrează că distribuția uniformă a golurilor este probabil cea mai apropiată de realitate. În acest apreciem perturbațiile mediului bifazic lucrarea propune folosirea unui coeficient de atenuare, definit ca raport al modulelor de elasticitate pentru mediul bifazic și lichid.

Verificarea modelului matematic și a programului de calcul aferent dovedește o apropiere foarte bună între rezultatele de calcul și experimentale. Timpul de calcul redus recomandă metoda de analiză teoretică drept un instrument eficient de lucru al cercetătorului sau proiectantului.

BIBLIOGRAFIE

1. Ghinsburg V. M., Kuznețov K. A., Morozov E. V., Formin Io. Ia, Tarfin V. Io. Traktori i avtomașini 7/1973, pag. 14.
2. Varvarea K., Sarin A., Oțetari M., Bulletin of ISMH, vol. 15, nr. 82, April 1972, pag. 302—310.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

C.Z.: 621.774
621.914

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

CONTRIBUȚII LA STABILIREA UNUI INDICATOR GLOBAL DE APRECIERE A PRELUCRABILITĂȚII OȚELURILOR INOXIDABILE

V. TACHE, A. VLASE*

Lucrarea face o analiză a indicatorilor de prelucrabilitate existenți în literatura de specialitate și în baza concluziilor rezultate, stabilește un indicator global de apreciere a prelucrabilității oțelurilor inoxidabile.
Autorii prezintă un model matematic rezultat din prelucrarea datelor și rezolvat cu ajutorul unui program de calculator.

În literatura de specialitate [1, 3, 4, 5] sînt prezentați o serie de indicatori ai prelucrabilității prin așchiere, care se aleg după anumite considerente. Este cunoscut faptul că prelucrabilitatea este o noțiune complexă prin varietatea factorilor de care depinde: materialul semifabricatului de prelucrat, materialul sculei așchietoare, compoziția chimică și procedeul de obținere a semifabricatului, regimul tratamentului termic care determină structura și proprietățile mecanice ale cuplului semifabricat — sculă etc.

Un material poate avea calități superioare, privind prelucrabilitatea lui, în cazul strunjirii și în același timp să fie greu prelucrabil la operațiile de broșare sau mortezare, unde se lucrează cu viteze de așchiere mai mici, obținîndu-se calități ale suprafeței prelucrate diferite. Deci, prelucrabilitatea se studiază pentru fiecare procedeu de prelucrare în parte: strunjire, frezare, găurire, broșare etc. [1, 3].

De asemenea, prelucrabilitatea aceluiași material poate fi diferită la degroșare și finisare. Deci, în cadrul unui procedeu de prelucrare, prelucrabilitatea trebuie să se studieze separat pentru degroșare și finisare [1, 3].

Majoritatea cercetătorilor [3, 4, 5] utilizează în principal următorii indicatori de apreciere a prelucrabilității: intensitatea uzurii sculelor așchietoare, durabilitatea sculelor așchietoare, mărimea vitezei de așchiere (v_{60}) corespunzătoare unei durabilități de 60 min., volumul specific de așchii îndepărtat, calitatea suprafețelor prelucrate, mărimea apăsărilor specifice la așchiere etc.

Alți cercetători [6, 1] au căutat să determine indicatorii de prelucrabilitate pe cale analitică, pentru a evita consumurile de material. Astfel,

Manuscris predat redacției la data de 2 aprilie 1978.
* Prof. dr. ing; Șef lucrări dr. ing. Catedra de Tehnologia construcției de mașini.

printre cei mai importanți indicatori de apreciere indirectă a prelucrabilității se numără: conductibilitatea termică a materialului de încercat, compoziția chimică, structura, rezistența la rupere, unghiul de forfecare etc.

Din cele prezentate mai înainte rezultă că, literatura de specialitate relevă o mulțime de indicatori ai prelucrabilității, în schimb, oferă foarte puține informații cum și cînd se utilizează un anumit indicator.

În lucrarea de față se va încerca să se facă acest lucru.

În laboratorul de cercetări al catedrei de Tehnologia construcției de mașini din Institutul politehnic București s-au efectuat o serie de încercări prin așchiere în vederea determinării prelucrabilității a trei oțeluri inoxidabile de producție indigenă: 25MoCl30, 22VNbMoCl10 și T7MSMoNC250.

Caracteristicile chimice și mecanice ale acestor oțeluri se găsesc în tabelele 1 și 2.

Tabelul 1

Oțelul inoxidabil	C %	Mn %	Si %	P %	S %	Cu %	Ni %	Cr %	Mo %	V %	Nb %	Co %
22VNbMoCl10	0,17	0,50	0,43	0,014	0,014	0,09	0,47	10,55	0,66	0,21	0,22	—
25MoCl30	0,24	0,64	0,45	0,018	0,027	0,05	0,34	12,50	0,45	0,09	—	—
T7MSMoNC250	0,07	0,72	1,24	0,02	0,012	0,09	13,67	25,03	0,05	0,03	—	0,08

Tabelul 2

Oțelul inoxidabil	Rezistența la rupere σ_r daN/mm²	Limita de curgere $\sigma_{0,2}$ daN/mm²	Alungirea relativă δ %	Reziliența K_{CU_5L} kgm/cm²	Reziliența K_{CU_5T} kgm/cm²	Duritate HB
22VNbMoCl10	101	79	11	3,5	2,9	285
25MoCl30	98	77	12	3,3	2,8	282
T7MSMoNC250	59	46,6	14	3	2,4	174

Condițiile în care s-au determinat regimurile de așchiere au fost următoarele:

— mașina — unealtă: strung SN 400 × 1500; — scula așchietoare: cuțit din oțel rapid R_{p3}, cu duritatea HRC = 62; — parametrii geometrici ai sculei așchietoare: $\gamma = 20°$; $\alpha = 8°$; $\alpha_1 = 8°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = 0°$; $\gamma = 0°$; $f = 0{,}3$ mm; $r = 1$ mm; $\rho = 14$ μm;

— fluidul de răcire — ungere: emulsie 20 %; — ascuțirea sculei așchietoare s-a făcut cu o piatră disc 200 × 20 × 20A 99 — 60 M; — calculul regimurilor de așchiere s-a făcut pentru durabilitatea economică $T = 60$ min

La studiul rugozităţii suprafeţelor prelucrate, viteza de aşchiere a fost variată în domeniul 5,35÷44,2 m/min; avansul în domeniul 0,06÷÷0,44 mm/rot; adîncimea de aşchiere $t = 0{,}5 \div 1{,}5$ mm.

Datele experimentale au fost prelucrate pe calculatorul electronic I.B.M. 1130 cu ajutorul a două programe special întocmite.

S-au obţinut relaţiile de forma:

$$v = \frac{C_v}{T^{m_v} \cdot t^{x_v} \cdot s^{Y_v}} \quad [\text{m/min}] \tag{1}$$

pentru vitezele de aşchiere;

şi $$R_a = C_R \cdot v^{Z_R}(b_R + g_R \cdot s^{Y_R}) \quad [\mu\text{m}] \tag{2}$$

pentru rugozitatea suprafeţelor prelucrate.

Modul cum au fost determinate aceste relaţii s-a prezentat în lucrările [1, 2].

Constantele determinate din relaţiile (1) şi (2) sînt prezentate în tabelul 3:

Tabelul 3

Oţelul inoxidabil	C_v	m_v	X_v	Y_v	C_R	Z_R	b_R	g_R	Y_R
22VNbMoCl10	19,67	0,157	0,366	0,487	1,3	−0,081	0,1	29,4	1,908
25 MoCl30	27,72	0,119	0,277	0,450	2,07	−0,255	0,2	22,68	1,738
T7MSMoNC250	11,15	0,167	0,309	0,805	2,567	−0,33	0,2	11,86	1,533

Din studiul rezultatelor obţinute s-a constatat că cele trei oţeluri inoxidabile se comportă diferit cînd se studiază regimul de aşchiere şi rugozitatea suprafeţelor. Clasificarea oţelurilor după indicatorul v_{60} este diferită de clasificarea după indicatorul R_a.

In aceste condiţii se pune problema alegerii acelui oţel care să conducă la cheltuieli minime de prelucrare. De aici a apărut necesitatea utilizării unui indicator global de apreciere a prelucrabilităţii, mai ales în cazul unei producţii de serie mare sau de masă, unde s-ar putea obţine economii însemnate prin alegerea corespunzătoare a oţelului.

Plecînd de la consideraţia că cele trei oţeluri inoxidabile au fost recomandate de constructor ca fiind corespunzătoare din punct de vedere al cerinţelor în exploatare şi că ele sînt la fel de scumpe,rămîne sarcina inginerului tehnolog de a determina proiectantul în alegerea acelui oţel care să conducă la cheltuieli minime de prelucrare. În aceste condiţii, cînd producţia este suficient de mare, se poate întocmi un model matematic de rezolvare a problemei.

Se stabileşte ca funcţie de optimizare, preţul de cost minim, a cărui relaţie este dată de literatura de specialitate [1, 5]:

$$C = C_1 \frac{l \cdot Z_b}{n \cdot t \cdot s}\left(1 + \frac{C_2}{C_1} \cdot T\right) \tag{3}$$

în care:

C este preţul de cost al prelucrării, în lei;
C_1 — salariul muncitorului ce efectuează prelucrarea la operaţia respectivă, în lei/min;
C_2 — cheltuielile legate de schimbarea sculei, în lei;

$$C_2 = \tau_S \cdot C_3 + \tau_1 \cdot C_1 + \frac{C_{SC}}{n_s} \tag{4}$$

τ_s — timpul de schimbare a sculei uzate şi reglarea maşinii — unelte, în min;
C_3 — salariul muncitorului de la ascuţitorie plus cota parte din regia secţiei, în lei/min;
τ_1 — timpul de ascuţire a sculei uzate, în min;
C_{sc} — costul sculei noi, în lei;
n_s — numărul de reascuţiri ale sculei;
l — lungimea trecerii, în mm;
Z_b — adaosul de prelucrare, în mm;
n — turaţia, în rot/min;
t — adîncimea de aşchiere, în mm;
s — avansul, în mm/rot;
T — durabilitatea sculei aşchietoare, în min;

Prima relaţie restrictivă importantă rezultă din relaţia de respectare a variaţiei rugozităţii, determinată cu relaţia (2):

$$R_a = C_R \cdot v^{z_R}(b_R + g_R \cdot s^{Y_R}) \quad [\mu m]$$

Înlocuind relaţia vitezei de aşchiere (1) în relaţia (2) se obţine restricţia căutată:

$$\frac{(b_R + g_R \cdot s^{Y_R})}{s^{y_v \cdot z_R}} \leqslant \frac{R_a \cdot T^{m_v \cdot z_R} \cdot t^{X_v \cdot z_R}}{C_R \cdot C_v^{z_R}} \tag{5}$$

A doua relaţie restrictivă rezultă din relaţia de respectare a durabilităţii economice:

$$\frac{C_v}{T^{m_v} \cdot t^{X_v} \cdot s^{Y_v}} = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \tag{6}$$

Urmează restricţiile adîncimii de aşchiere şi ale cinematicii masinii — unelte:

$$\left.\begin{aligned} t &\leqslant Z_b \\ t &\geqslant t_0 \\ n &\leqslant n_{max} \\ n &\geqslant n_{min} \\ s &\leqslant s_{max} \\ s &\geqslant s_{min} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Considerînd o prelucrare de finisare a unei piese suficient de rigidă, nu mai sînt necesare alte restricţii.

Prin urmare, modelul matematic propus are forma :

$$\left.\begin{aligned}
&C = C_1 \frac{l \cdot Z_b}{n \cdot t \cdot s}\left(1 + \frac{C_2}{C_1} T\right)\\
&\frac{b_R + g_R \cdot s^{Y_R}}{s^{y_v \cdot z_R}} \leqslant \frac{R_a\, T^{m_v \cdot z_R} \cdot t^{x_v \cdot z_R}}{C_R \cdot C_v^{z_R}}\\
&\frac{C_v}{T^{m_v} \cdot t^{x_v} \cdot s^{Y_v}} = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000}\\
&t \leqslant Z_b\\
&t \geqslant t_0\\
&n \leqslant n_{max}\\
&n \geqslant n_{min}\\
&s \leqslant s_{max}\\
&s \geqslant s_{min}
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Coeficienţii C_v, C_R, b_R, g_R şi exponenţii X_v, Y_v, m_v, Y_R, Z_R sînt daţi în tabelul 3. Restul constantelor au următoarele valori : $C_1 = 0{,}25$ lei/min ; $C_3 = 0{,}28$ lei/min ; $\tau_s = 1$ min ; $\tau_1 = 5$ min ; $C_{SC} = 100$ lei ; $n_s = 40$; $n_{min} = 12$ rot/min ; $n_{max} = 1500$ rot/min ; $R_a = 0{,}8$; 1,6 ; 3,2 ; 6,3 μm ; $t = 0{,}5$; 1,0 ; 1,5 mm ; $l = 200$ mm ; $T = 60$ min ; $d = 70$ mm ; $C_2 = 4{,}03$ lei.

Avînd în vedere că majoritatea coeficienţilor şi exponenţilor din modelul matematic (8) sînt diferiţi pentru cele trei oţeluri, conducînd la calcule dificile, s-a întocmit un alt program tot pe calculatorul IBM 1130. Programul întocmit a rulat mai multe variante cu combinaţii între valorile rugozităţii $R_a = 0{,}8$; 1,6 ; 3,2 ; 6,3 μm şi ale adîncimii de aşchiere $t = 0{,}5$; 1,0 ; 1,5 mm. De fiecare dată calculatorul a dat rezultatul optim pentru avans, turaţie şi preţ de cost la fiecare oţel.

Este important de semnalat faptul că pentru anumite combinaţii luate între parametrii R_a şi t s-au obţinut clasificări diferite ale oţelurilor. De exemplu, pentru $R_a = 0{,}8$ μm şi $t = 0{,}5$ mm s-a obţinut următoarea clasificare din punct de vedere al preţului de cost al prelucrării :
1) 25MoC130 ; 2) T7MSM0NC 250 ; 3) 22 VNbMoC110.

Concluzii

Din cele prezentate se poate trage o concluzie foarte importantă, în sensul că indicatorul de prelucrabilitate trebuie să se aleagă în funcţie şi de caracterul producţiei. De exemplu, se poate indica pentru producţia de serie mare şi de masă, indicatorul global al preţului de cost. În cazul unei

producţii de serie mijlocie se pot utiliza indicatorii : v_{60} pentru prelucrările de degroşare şi semifinisare şi R_a pentru prelucrările de finisare. În cadrul producţiei de serie mică şi unicate se recomandă să se utilizeze indicatori de apreciere indirectă a prelucrabilităţii cum ar fi : conductibilitatea termică, compoziţia chimică, structura metalografică, rezistenţa la rupere a materialului de prelucrat etc.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vlase, A.*, Contribuţii privind studiul prelucrabilităţii prin aşchiere a oţelurilor inoxidabile de producţie indigenă.
Teză de doctorat. Institutul politehnic Bucureşti, 1977.
2. *Tache, V., Vlase, A.*, Determinarea influenţei unor parametrii ai regimului de aşchiere asupra calităţii suprafeţelor la strunjirea oţelurilor inoxidabile. A II — a Conferinţă naţională de maşini-unelte, Bucureşti, dec. 1976.
3. *Bickel, E.*, Werkstattstechnik, Heft 9, sept. 1963.
4. *Reznikov, N. I.*, Obrabativaemosti jaroprocinih i titanovih splavov. Kuibişevskoe Knijnoe Izdatelistvo, 1962.
5. *Osipov, L. A.*, Voprosi teorii jaroprocinosti metallov i splavov. Izd. AN (U.R.S.S.), 1960.
6. *Oxley, P. L.* ş.a., Prelucrarea metalelor, nr. 9, 1965.

Относительно установления совокупного индикатора оценки обрабатываемости нержавеющих сталей

Работа производит анализ индикаторов обрабатываемости, существующих в литературе по специальности и на основе результирующих выводов устанавливает совокупный индикатор оценки обрабатыва емости нержавеющих сталей.

Авторы приводят математическую модель полученную путём обработки экспериментальных данных и решённую при помощи программы счётной машины.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 669.71:539.42

ASUPRA COMPORTĂRII LA RUPERE DUCTILĂ A ALIAJELOR DE ALUMINIU

N. ATANASIU, C. RADU, ZOE ATANASIU*

În lucrare se prezintă rezultatele cercetărilor microfractografice, efectuate cu ajutorul microscopului electronic cu baleiaj, asupra topografiei suprafețelor de rupere ductilă a țevilor din două aliaje de aluminiu greu deformabile : AlCu4Mgl și AlMg5. Din rezultatele obținute se constată că rezistența la rupere și ductilitatea materialelor sînt puternic influențate de mecanismul de coalescență microcavităților și de mărimea și gradul de dispersie a particulelor dure în matrice.

De asemenea, s-a descris o relație, folosind un model elipsoidal-sferic, pentru determinarea tensiunii relative de rupere, funcție de gradul de deformare a matricei, de viteza de formare a microcavității și de caracteristicile geometrice ale sferei și elipsoidului.

Introducere

Cercetările efectuate cu ajutorul microscopului electronic cu baleiaj am arătat că procesele de rupere ductilă sînt determinate de mecanismul de coalescență a microcavităților. Acest mecanism se produce prin nucleerea microcavităților, creșterea lor prin deformare plastică locală și în final coalescența numeroaselor microcavității formate care dau naștere la suprafețe de rupere în material caracterizate de numeroase cratere numite „cupules" sau „dimples" (1), (2).

1. Cercetări experimentale.

Pentru experimentări s-au folosit aliaje de aluminiu din producția curentă a Întreprinderii de prelucrare prin deformare plastică a aluminiului din Slatina. Suprafețele de rupere s-au analizat cu ajutorul unui microscop electronic cu baleiaj tip JSM 50 A.

În figura 1 la mărire $\times$ 2000 este reprezentată topografia suprafeței de rupere obținută pe o țeavă din AlCu4Mgl extrudată și recoaptă. Se observă aspectul ductil și o rupere normală a materialului. În figura 2, la mărire $\times$ 10000 se observă procesul de nucleere a microcavităților pe precipitate de dimensiuni mici între 1 și 5μm aflate la o distanță de circa 5μm. Prin formarea microcavității, precipitatul se află „pierdut" în matrice. În figura 3, la mărire $\times$ 3000 este ilustrat un alt aspect al supra-

Manuscris predat redacției la data de 22 septembrie 1978.
* Conf. dr. ing. Catedra Tehnologia metalelor ; Lector Catedra Matematică, I ; Șef lucrări ing. la Catedra Tehnologie Industrială, A.S.E. București.

feței de rupere ductilă cu șiruri de precipitate, pe care s-au format cratere alungite prin coalescența mai multor microcavități, iar în figura 4' la mărire × 10000 se observă formarea unei fisuri pe o incluziune mare de circa 10 μm.

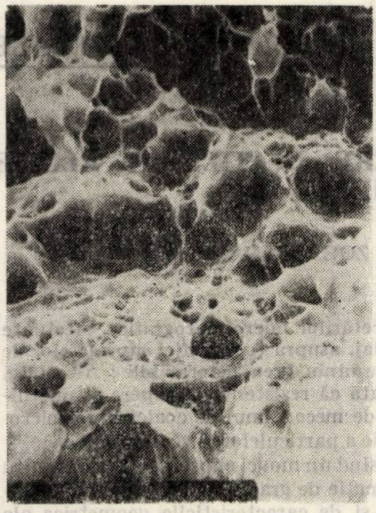


Fig. 1. Topografia suprafeței de rupere obținută pe o țeavă din aliajul de aluminiu AlCu4Mgl ; × 3000

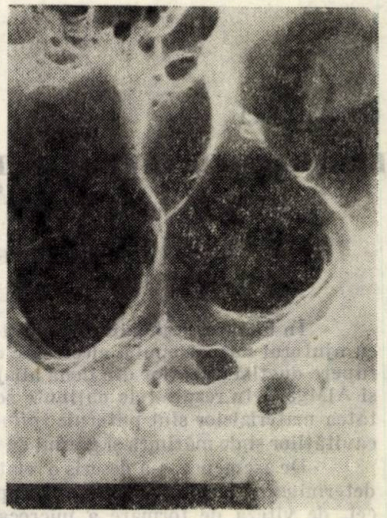


Fig. 2. Procesul de inițiere a microgolurilor pe precipitate de dimensiuni mici (AlCu4Mgl ; × 10.000)

Fig. 3. Topografia suprafeței de rupere ductilă cu șiruri de precipitate și cratere alungite (AlCu4Mgl ; ×3.000)

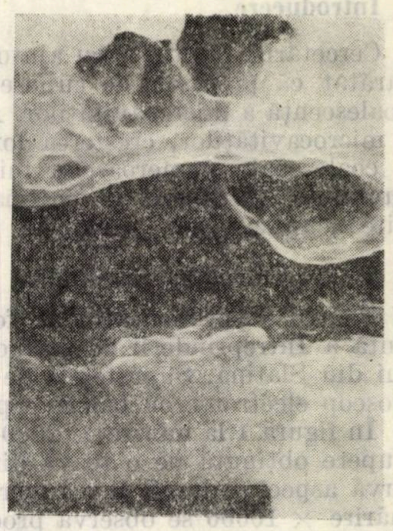


Fig. 4. Formarea fisurii pe incluziuni de circa 10 μm (AlCu4 ; × 10.000)

În figura 5 la măsuri × 5000 se prezintă topografia suprafeței de rupere în cazul aliajului AlMg5 după tragere la rece cu o reducere procentuală de 17%. Se observă un precipitat sub forma aciculară forfecat, cu

cele două jumătăți rămase în matrice. Nucleerea s-a produs pe precipitat, iar craterul format s-a alungit pe direcția de alunecare. În figura 6, la mărire × 3000 se vede că precipitatul este sfărîmat, avînd tendința de deplasare pe direcția de orientare a frontului de rupere.

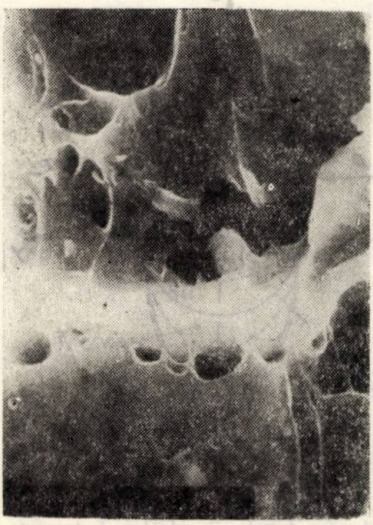


Fig. 5. Topografia suprafeței de rupere în cazul aliajului AlMg5 ; × 5.000

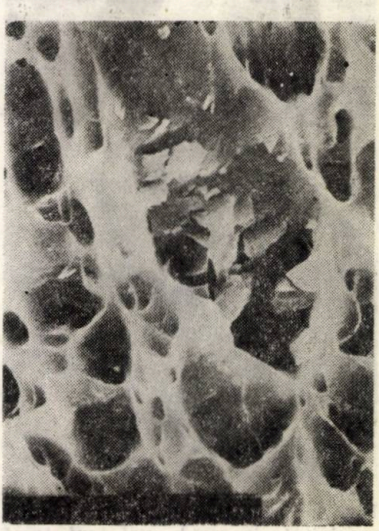


Fig. 6. Precipitat sfărîmat cu tendința de orientare a frontului de rupere (AlMg5 ; × 3.000)

În figura 7 la mărire × 10000 se pune în evidență, de asemenea, tendința de formare a microcavităților pe precipitate, în cazul unei țevi din AlCu4Mgl, după tragere cu o reducere procentuală de 15%. Se observă că precipitatele sînt sfărîmate datorită atît factorilor mecanici care provoacă concentrări mari de tensiuni, cît și factorilor fizico-chimici de care depind rezistența la coeziune a precipitatelor și legătura dintre precipitat și matrice.

În figura 8 la mărire × 10000 se prezintă microfractografia obținută pe o țeavă trasă în cîmp ultrasonic. Și în acest caz nucleerea microcavităților s-a produs tot pe precipitate dar se observă că matricea curge mai aproape de precipitat, datorită unei tenacități mai ridicate a materialului.

Incluziunile, precipitatele și microcavitățile influențează puternic rezistența la rupere și ductilitatea aliajelor de aluminiu, cum și a altor materiale metalice, atît în timpul cît și după prelucrare prin deformare plastică. Astfel, metalele prezintă o ductilitate mai ridicată la deformare plastică prin compresiune decît prin

Fig. 7. Formarea microcavităților pe precipitate (AlCu4Mgl ; × 10.000).

tragere. De aceea, aliajele de aluminiu prelucrate prin extrudare prezintă o ductilitate mai mare decît la deformare în timpul tragerii (3), (4), (5), (6).

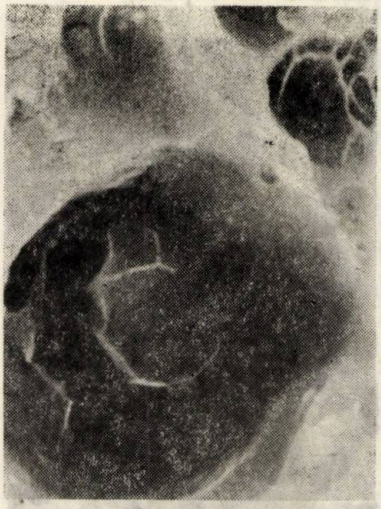


Fig. 8. Nucleerea microcavităților pe precipitate în cazul unei țevi trasă în cîmp ultrasonic (AlCu4Mgl ; × 10.000)

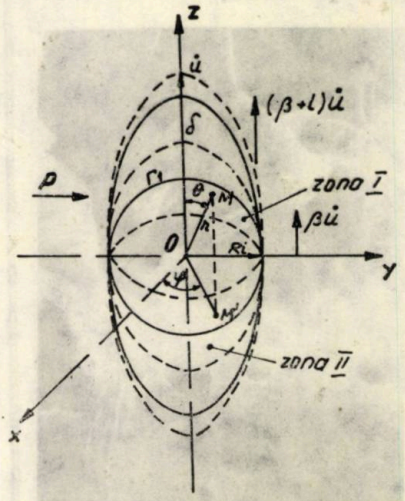


Fig. 9. Model elipsoid sferic pentru determinarea tensiunii relative de tragere.

Pentru determinarea tensiunii de rupere, în cazul materialelor ductile, în lucrările (7), (8), (9) se prezintă o serie de relații avînd ca model o matrice moale de formă cilindrică în care se află înglobată particula dură, de asemenea, cilindrică.

2. Descrierea modelului analitic

În lucrarea de față, pornind de la datele experimentale obținute pe numeroase aliaje și prezentate sumar mai sus, se folosește un model elipsoidal-sferic (fig. 9).

Se presupune că particula dură are inițial forma sferică cu raza R_i iar microcavitatea apărută în matrice după deformare este un elipsoid de rotație în jurul axei Oz. O epruvetă supusă la încercarea de tracțiune va cuprinde un număr important de asemenea unități.

Totodată, se consideră că atît matricea cît și particulele dure sînt materiale perfect plastice de tip Saint Venant Levi-Mises. Aceasta nu exclude posibilitatea ca modelul adoptat să nu reprezinte un material tehnic. În lucrare se urmărește descrierea cantitativă a comportării materialelor metalice reale în procesul deformării plastice.

Legătura dintre matrice și particulă este egală cu $m\sigma_{cm}/3$ unde m poate fi : $0 \leqslant m \leqslant 1$; (0 cînd nu există legătură și 1 cînd legătura este perfectă).

Pentru a descrie modelul adoptat se va porni de la ecuația:

$$\frac{x^2 + y^2}{R_i^2} + \frac{Z^2}{(R_i + \delta)^2} = 1 \tag{1}$$

Într-un sistem de coordonate sferice

$$x = r \sin\theta\cos\varphi$$
$$y = r \sin\theta\sin\varphi$$
$$z = r \cos\theta$$

Se admite că centrul sistemului de coordonate se află în punctul 0 din figura 9 și că există o simetrie în raport de unghiul φ, astfel că ecuația continuității va fi de forma:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 U_r) + \frac{\partial \dot{U}}{\partial z} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \dot{U}_r) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \partial \dot{U}_\theta) = 0 \tag{2}$$

Pentru a găsi soluțiile posibile ale ecuației (2) se utilizează metoda separării variabilelor, adică:

$$U_r = f(r) \cdot g(\theta)$$
$$U_\theta = \varphi(r) \cdot \psi(\theta) \tag{3}$$

Introducînd (3) în (2) se obține o egalitate care pentru a fi posibilă implică:

$$\frac{1}{\varphi(r)}\frac{d}{dr}(r^2 \cdot f(r) = \lambda$$
$$\frac{1}{g(\theta)\sin\theta}\frac{d}{d\theta}(\sin\theta \cdot \psi(0)) = -\lambda \tag{4}$$

Din expresiile (4) se obține:

$$f(r) = \frac{\lambda}{r^2}\int_0^r \varphi(t)\,dt + \frac{C_1}{r^2}$$
$$\psi(\theta) = -\frac{\lambda}{\sin\theta}\int_0^\theta \varphi(t)\,dt + \frac{C_2}{\sin\theta} \tag{5}$$

În relațiile (4) și (5), C_1 și C_2 sînt constante de integrare, iar λ constanta de separare. Din ecuațiile (3) și (5) și ținînd seama de condițiile de

liniaritate, rezultă:

$$\dot{U}_r(r, \theta) = \left(\frac{\lambda}{2} + \frac{C_1}{r^2}\right)\cos\theta$$

$$\dot{U}_\theta(r, \theta) = -\frac{\lambda}{2} r \sin\theta + C_2 \frac{r}{\sin\theta} \tag{6}$$

Sau sub forma carteziană:

$$\dot{U}_r = \frac{\lambda Z}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + C_1 \frac{Z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3}$$

$$\dot{U}_\theta = \frac{C_2(x^2 + y^2 + z^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{\lambda}{2}\sqrt{x^2 + y^2} \tag{7}$$

Determinarea constantelor se face cu ajutorul condiţiilor la limită:

$$\text{Pentru zona I} \begin{cases} z = 0; & \dot{U}_\theta = 0 \\ r = R_i; & \dot{U}_\theta = \beta\dot{U} \end{cases} \tag{8}$$

$$\text{Pentru zona II} \begin{cases} r = R_i & \dot{U}_\theta = (\beta + e)\,\dot{U} \\ r = \dfrac{R_i(R_i + \delta)}{\sqrt{R_i^2 + (2R_i + \delta)\sin^2\theta}}; & \dot{U}_\theta = \dot{U} \end{cases} \tag{9}$$

în care: $\dot{U}$ este viteza de încărcare a epruvetei; $\dot{U}_\theta$ — componenta vitezei radiale; β — gradul de deformare a particulei dure; e — viteza de deformare a microcavităţii.

Din considerente fizice adică din faptul că U_r trebuie să fie finit pentru $r \to 0$ (deoarece $\frac{C_1}{r^2} \to \infty$ cînd $r \to \theta$) se consideră:

$$C_1 = 0 \tag{10}$$

Pentru zona I, din (8) şi (10) rezultă:

$$\dot{U}_r(r, \theta) = \frac{\beta}{R_i}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\dot{U}$$

$$\dot{U}_\theta(r, \theta) = \frac{\beta r}{R_i}\dot{U} \tag{11}$$

Pentru zona II, din (9) și (10) se obține:

$$\dot{U}_\theta(r,\theta) = \frac{(\beta + e)\sin\theta}{R_i \cos\theta}\dot{U}$$

$$\dot{U}_\theta(r,\theta) = \frac{\beta + e}{R_i} r\dot{U} \tag{12}$$

Tensiunea relativă de rupere este dată de expresia (8):

$$\frac{\sigma}{\sigma_c} = \dot{W}_{i_1} + \dot{W}_{i_2} + \dot{W}_{S_1} + \dot{W}_P \tag{13}$$

în care: σ este rezistența metalului; σ_{cm} — limita de curgere a matricei; $\dot{W}_{ij}$ — puterea internă relativă a deformației în zona j; $\dot{W}_{S_1}$ — puterea relativă de forfecare pe suprafața S_1; $\dot{W}_P$ — puterea internă a deformației datorită presiunii P a mediului înconjurător.

Puterea internă a deformației este dată de expresia:

$$\dot{W}_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_{cm}\int_V \sqrt{\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}}\,dV \tag{14}$$

În expresia (14) $dV = 2\pi r^2 \sin\theta\, dr d\theta$ — elementul de volum în coordonate sferice, datorită simetriei în raport cu φ.

În zona I: $0 < r < R_i$ și $0 < \theta < \pi$.

Datorită simetriei în raport de φ, componentele vitezei de deformație în coordonate sferice sînt:

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\beta}{R_i}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\frac{\dot{U}}{r}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{\beta}{R_i}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\frac{\dot{U}}{r} + \frac{\beta}{R_i}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\dot{U}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{\beta}{2R_i}\frac{1}{\cos^2\theta}\frac{\dot{U}}{r}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\varphi} = -\frac{\beta}{2R_i}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\dot{U}$$

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = 0\,; \quad \dot{\varepsilon}_{r\varphi} = 0$$

Efectuînd calculele necesare se obține :

$$\dot{W}_{i_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_{cm} \beta R_i \frac{252R_i^2 - 128\,R_i - 435}{630} \dot{U} \tag{15}$$

În zona II : $R_i < r < \dfrac{R_i(R_i + \delta)}{\sqrt{R_i^2 + (2R_i + \delta)\sin^2\theta}}$ și $0 < \theta < \pi$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\beta + e}{R_i} \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \frac{\dot{U}}{r}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{\beta + e}{\cos\theta} \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \frac{\dot{U}}{r} + \frac{\beta + e}{R_i} \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \dot{U}$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{\beta + e}{2R_i} \frac{1}{\cos^2\theta} \frac{\dot{U}}{r}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\varphi} = -\frac{\beta + e}{2R_i} \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \dot{U}$$

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = 0\,; \quad \dot{\varepsilon}_{r\varphi} = 0$$

Efectuînd calculele și înlocuirile necesare rezultă :

$$\dot{W}_{i_2} = \frac{\pi \sigma_{cm}(\beta + e)\dot{U}}{36R_i} \left(\frac{428}{45} - \frac{2\,358}{385} \cdot \frac{\sqrt{\delta(2R_i + \delta)}}{R + \delta} \right) \tag{16}$$

Ecuația generală pentru puterea de forfecare de-a lungul suprafeței de discontinuitate a vitezelor este de forma :

$$\dot{W}_S = m \frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{3}} \int_\Gamma |\Delta\dot{U}_t|\, dS \tag{17}$$

unde : $\Delta\dot{U}_t$ este diferența vitezelor tangențiale la traversarea unei suprafețe de discontinuitate ; dS — elementul de suprafață ($dS = 2\pi R_i d\theta$) :

$$\Delta\dot{U}_t = \dot{U}_{\theta_2} - \dot{U}_{\theta_1} = \frac{e}{R_i} r|\dot{U}_{r=R_i} = e\dot{U}$$

Pe sfera Γ se obține :

$$\dot{W}_S = m \frac{\sigma_{cm}}{3} 2\pi R_i\, e\dot{U} \int_0^\pi = 2\pi^2 R_i\, me\, \frac{\sigma_{cm}}{3} e\dot{U} \tag{18}$$

Lucrul datorat creşterii volumului ca urmare a presiunii mediului înconjurător este dat de expresia:

$$\dot{W}_P = p\frac{dV}{dt} \tag{19}$$

Se admite că această creştere a volumului este egală cu volumul cavităţii de forma elipsoidală, deci:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4\pi(R_i + \delta)^2 \cdot e}{3}\dot{U} \tag{20}$$

Atunci din (19) şi (20) rezultă:

$$\dot{W}_P = \frac{4\pi_i(R + \delta)P \cdot e}{4}\dot{U} \tag{21}$$

Puterea totală a deformaţiei va fi:

$$I^* = \dot{W}_{i_1} + \dot{W}_{i_2} + \dot{W}_S + \dot{W}_P \tag{22}$$

Pe de altă parte, puterea totală este menţinută de tensiunea de rupere σ, astfel că:

$$I^* = \pi\sigma U (R_i + \delta)^2 \tag{23}$$

Introducînd (15), (16), (18) şi (21) în (22) şi împărţind cu $\pi\sigma_{cm}\dot{U}(R_i + \delta)^2$ se obţine tensiunea relativă de rupere de formă:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cm}} = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{em}}\beta R_i \frac{252R_i^2 - 128R_i - 435}{630(R_i + \delta)^2} +$$

$$+ \frac{\beta + e}{36R_i(R_i + \delta)^2} \times \left(\frac{428}{45} - \frac{2\,358}{385}\sqrt{\frac{\delta(2R_i + \delta)}{R_i + \delta}} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\frac{R_i}{(R_i + \delta)^2} me + \frac{4}{3}Pe\frac{1}{\sigma_{cp}}\frac{1}{R_i + \delta} \right) \tag{24}$$

Concluzii

Concluzii experimentale

Procesul de nucleere, creştere şi coalescenţa microcavităţilor este puternic influenţat de prezenţa particulelor dure, precum şi de mărimea şi dispersia lor în matrice. Aceasta se explică prin faptul că, în timpul deformării plastice a metalelor şi aliajelor, diferenţa dintre caracteristicile elastice şi plastice ale matricei şi a particulelor dure determină formarea microcavităţilor la interfaţa precipitat-matrice sau ruperea precipitatelor mai mari înainte de a se începe propagarea fisurii.

Coalescenţa microcavităţilor este în realitate o formă a „gîtuirii interne" unde materialul dintre două microcavităţi sau dintre o microcavitate şi vîrful unei fisuri este solicitat la întindere peste sarcina de rupere.

În faza inițială a deformației plastice, nucleerea microcavităților se produce pe particule mari fapt ce determină creșterea unui număr redus de microcavități pînă la punctul de coalescență și formarea unor cratere de dimensiuni mari. În schimb, în faza finală are loc nucleerea, creșterea și coalescența numeroaselor microcavități mici, care determină ruperea legăturilor dintre microcavitățile formate în faza precedentă. Ca urmare, topografia suprafețelor de rupere prezintă cratere de dimensiuni foarte variate de la cîteva μm în diametru pînă la 45 μm; prezența craterelor alungite ilustrează faptul că particulele dure creează aglomerări la limite de grăunți; dispersia neuniformă a particulelor dure în matrice cum și dimensiunile lor foarte variate contribuie la scăderea ductilității aliajelor.

Concluzii analitice

Folosind modelul — elipsoid de rotație — la analiza procesului de rupere ductilă s-a descris o relație pentru calculul tensiunii de rupere în cazul materialelor alcătuite dintr-o matrice moale și particule dure și care ține seama de fenomenul de coalescență a microcavităților.

Tensiunea minimă de rupere este funcție de geometria relativă a microcavităților și anume crește cu reducerea volumului microcavității și scade dacă microcavitatea deviază de la forma sa elipsoidală.

BIBLIOGRAFIE

1. *Leibovitz M*, Fracture, An Advanced Treatise, vol. I și II, New York, Academic Press, 1968.
2. *Gurland J., Plateau J.*, Transactions of ASM, vol. 56, 1963, p. 442.
3. *Atanasiu N.*, Asupra comportării particulelor dure din materiale metalice la deformarea plastică printr-o matriță conică. Vol. II, Tehnologii noi în sectoare calde, București, I.C.P.T.S.C., 1974, p. 65—79.
4. *Atanasiu N.*, Construcția de Mașini, nr. 10, 1076, p. 523.
5. *Atanasiu N.*, Influența ultrasunetelor asupra ruperii ductile a produselor din duraluminiu, Academia R.S. România, Sesiunea de comunicări de acustică, 29—30 noiembrie 1976. București.
6. *Atanasiu N.*, și alții, Metalurgia, nr. 7, 1977, p. 346.
7. *Kahlow K., Avitzur B.*, Void Behaviour as Influenced by Deformation and Pressure. Report to AISI, Lehigh University S.U.A. septembrie, 1969.
8. *Avitzur B.*, Journal of Engineering for Industry, Nr. 2, 1973, p. 1.
9. *Avitzur B.*, Lehigh University, Nr. 10, 173, p. 1.

Относительно поведения алюминиевых сплавов придуктильном раэрыве

В работе представлены результаты микрофрактографических исследований, проведенных при помощи электронного микроскопа со световым пучком, на топографию поверхностей дуктильного разрыва труб из двух трудно деформируемых алюминиевых сплавов AlCu4Mg1H și AlMg5 Из. полученных результатов обнаруживается, что сопротивление разрыву и дуктильность материалов находятся под сильным воздействием механизма коалесценции микропустот, а также величины и степени дисперсии твёрдых частиц в матрице.

Было также описано соотношение с использованием элипсоидально-сферической модели для определения относительного напряжения разрыва в засивимости от степени деформирования матрицы, от скорости образования микропустоты и от геометрических характеристик сферы и эллипсоида.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ“
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 1

HIDROTEHNICĂ

C.Z.: 621.2
532.5

ASUPRA SPECTRULUI HIDRODINAMIC INDUS DE AERATORUL MECANIC DE SUPRAFAȚĂ, CU APLICAȚIE LA DETERMINAREA DEBITULUI VEHICULAT

JULIETA FLOREA, D. ROBESCU, T. PETROVICI*

În lucrarea de față se fac cîteva considerații teoretice asupra spectrului hidrodinamic indus de aeratorul mecanic de suprafață, precum și asupra debitului vehiculat de acesta.

Se prezintă în continuare un model de simulare a spectrului hidrodinamic indus de aerator în zona de sucțiune a acestuia.

Rezultatele simulării într-un caz concret sînt comparate cu măsurătorile experimentale efectuate de autori „în situ”.

Se prezintă astfel o metodă rapidă pentru evaluarea debitului efectiv al unui aerator avînd la dispoziție cîteva măsurători de viteză în zona de sucțiune.

Aeratoarele mecanice de suprafață utilizate la treapta biologică a stațiilor de epurare ale apelor uzate, trebuie să asigure :

a) transferul oxigenului din aer în apă la un consum cît mai redus de energie electrică ;

b) o anumită intensitate a mișcărilor hidrodinamice induse în bazinul de aerare favorabilă desfășurării în bune condiții a fenomenului biologic de epurare.

Este desigur cunoscută importanța recirculării continue a apei în bazinele de aerare, în zona amestecului bifazic (rotor, pînze de jet și la interfața aer-apă).

O bună primenire a apei în diferitele zone ale bazinului de aerare, depinde în general de mai mulți parametrii care țin de tipul constructiv al aeratorului, dintre care un rol important îl joacă debitul de apă vehiculat de aerator asimilat cu un rotor de turbopompă.

La aeratoarele mecanice de suprafață, debitul de apă vehiculat, contribuie la oxigenarea masei de lichid prin efectul de jet, la omogeni-

Manuscris predat redacției la data de 22 septembrie 1978.

* Conf. dr. ing. ; Asistent dr. ing ; Cercetător științific ing. Catedra de hidraulică și mașini hidraulice.

zarea amestecului bifazic, la difuzia și dispersia oxigenului, prin curenții hidrodinamici induși.

Pentru un aerator mecanic de suprafață, indiferent de semnul algebric al imersiei rotorului, debitul total vehiculat este format din: a) *debitul efectiv* — cantitatea de fluid ce parcurge rotorul în unitatea de timp și participă direct la realizarea procesului de oxigenare, prin antrenarea aerului atmosferic la intrarea pînzelor de jet în masa de apă; acest debit este aspirat prin hidroconul de aspirație, natural sau cu frontiere solide; b) *debitul parazit* — cantitatea de fluid antrenată de efectul de sucțiune din extremitățile hidroconului care rămîne în masa fluidă parcurgînd un circuit închis; valoarea sa este dependentă în principal de semnul algebric al imersiei, de tipul constructiv al rotorului, turație și de curenții hidrodinamici secundari induși în masa fluidă.

Rolul preponderent îl are debitul efectiv deoarece el răspunde de îndeplinirea principalului deziderat al aeratorului: introducerea de oxigen în masa de apă, fiind un parametru care determină eficacitatea aeratorului prin randamentul volumic apreciat ca în cazul pompelor centrifuge.

Determinarea experimentală a debitului vehiculat, prin măsurarea directă a distribuției de viteze ascensionale din zona de sub rotor este o problemă dificilă, în special la scară naturală pentru tipurile de aeratoare care nu dispun de tuburi de aspirație.

Pe modele la scară redusă, în laborator, aceste cercetări au fost inițiate în țara noastră în cadrul Laboratorului de cercetări hidraulice, a IPB, prin aplicarea unei metode volumetrice [1].

1. Model tranzitoriu de simulare

Cercetările teoretice, în vederea evaluării debitului efectiv vehiculat de aeratoarele mecanice de suprafață, cu arbore vertical, au fost orientate în direcția obținerii unor modele de simulare a mișcării din hidroconul natural sau materializat prin frontiere solide.

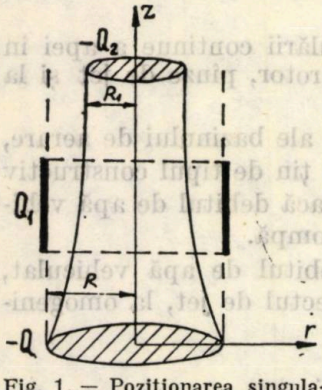


Fig. 1. — Poziționarea singularităților pentru simularea mișcării în tubul de aspirație.

Se remarcă faptul că modelele au fost astfel alese încît să răspundă unor cerințe practice. S-a impus astfel ca soluțiile să fie suficient de elastice, din punct de vedere al numărului de parametri, încît să acopere o gamă suficient de largă de situații reale și să poată fi ușor prelucrată numeric, deci, în concluzie, operative.

Schema teoretică aleasă simulează curgerea în hidroconul aeratorului printr-o suprapunere de surse disc și cilindrice (fig. 1), obținute ca soluții ale unei mișcări permanente potențiale și axial-simetrice dispuse într-o conductă circulară. Cercetările experimentale justifică această ipoteză pentru o mișcare medie, nepulsatorie.

În acest caz potențialul vitezei, $\Phi(r, z)$ și funcția de curent $\psi(r, z)$ ale mișcării verifică ecuațiile :

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1)$$

Datorită liniarității ecuațiilor (1) soluția problemei poate fi obținută prin suprapunerea unor soluții simple (fig. 1) — metoda singularităților.

Dacă se consideră o conductă circulară de rază $R = 1$ expresiile potențialului vitezei și funcției de curent ale unei surse disc plasată în planul $z = 0$ de rază a și având intensitatea $m = \frac{Q}{4\pi}$ sînt date în [2], [3]; iar expresiile potențialului vitezei și funcției de curent pentru o sursă cilindrică de rază $r = 1$ (plasată pe peretele conductei între planele $z = z_1$ și $z = z_2$) și de intensitate $m = \frac{Q}{4\pi}$ sînt indicate în [3].

Componentele vitezei se determină cu relațiile :

$$V_r(r, z) = \frac{\partial\Phi}{\partial r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z} \qquad (2)$$

$$V_r(r, z) = \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}$$

Valoarea presiunii rezultă imediat din relația lui Bernoulli.

2. Rezultate obținute prin simulare

Eficacitatea modelului de simulare propus a fost testată prin aplicarea lui în cîteva cazuri concrete pentru care s-au efectuat în paralel cercetări experimentale asupra parametrilor hidrodinamici ai mișcării induse în zona supusă studiului.

Astfel pentru aeratorul centrifug 16 TD 2000, cu tub de aspirație cu diametrul Ø 1200 mm, funcționînd într-un bazin de aerare cu dimensiunile 12 × 12 × 4,5 m, prin impunerea frontierelor solide s-au poziționat singularitățile conform figurii 2.

În figura 2 a fost reprezentat spectrul hidrodinamic generat de distribuția de surse care simulează mișcarea în zona de aspirație de sub aerator.

Vitezele ascensionale în zona tubului vertical au fost măsurate cu o micromorișcă hidrodinamică pentru diferite imersiuni ale rotorului, deci, implicit pentru diverse valori ale puterii aplicate la ax; distribuțiile de viteze măsurate efectiv sînt indicate în fig. 3. cu linie continuă.

Modelul matematic de simulare a mişcării, calibrat pe cazul concret experimentat în natură, a condus la o distribuţie a vitezelor ascensionale ce contribuie la calculul debitului vehiculat în gama de valori măsurate experimental.

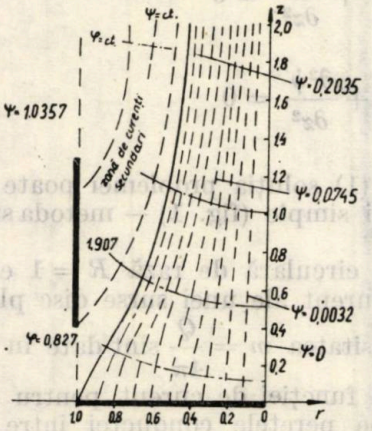


Fig. 2. — Tub de aspiraţie. Spectrul mişcării induse.

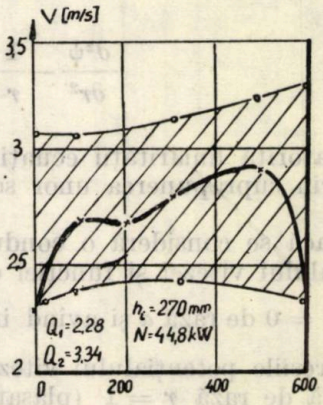


Fig. 3. — Distribuţia de viteze în tubul de aspiraţie.

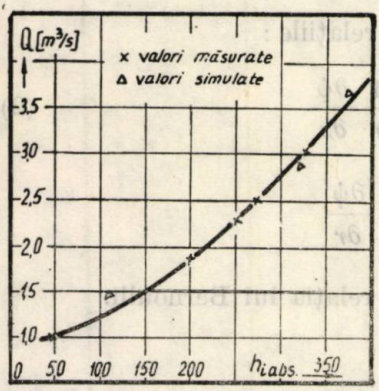


Fig. 4. — Variaţia debitului vehiculat funcţie de imersiune pentru aeratorul 16 TD 2000 cu tub de aspiraţie 1200

În figura 4 este dată corelaţia efectiv vehiculat — imersie absolută (cota gurii de aspiraţie a rotorului faţă de nivelul static al apei).

Concluzii

Schema teoretică aleasă simulează cu foarte bune rezultate mişcarea indusă în hidroconul de aspiraţie al rotorului de aerare. Sînt puse de asemenea în evidenţă şi alte caracteristici importante ale mişcării generale induse în bazinul de aerare (în figura 2, curenţii secundari din imediata apropiere a tubului de aspiraţie — cei care influenţează decisiv debitul parazit).

Metoda de simulare matematică permite determinarea pe cale teoretică a debitului vehiculat de un aerator mecanic reducînd astfel perioada de testare a unei tipodimensiuni. Metoda poate fi generalizată ca utilizare la toate tipurile de rotoare cu sau fără tub de aspiraţie materializat prin frontiere solide.

BIBLIOGRAFIE

1. *Florea J., Robescu D., Hîrceag V.*, ,,Determinarea corelațiilor existente între parametrii hidrodinamici și de aerare pentru aerator mecanice de suprafață" Hidrotehnica, nr. 6 23, 1978.
2. *Levine Ph.*, Jurnal of the Aeronautical Science — January, 1958 (pag. 33.
3. *Isbășoiu, E. C.*, Dezvoltarea hidrodinamicii axial-tubulare. Referat pentru teza de doctorat. Institutul politehnic din București, Catedra de hidraulică și mașini hidraulice, 1972.
4. *Kalinske A. A.* ,,Evaluation of oxygenation capacity of localised aerators" J.W.P.C.F. 37, 1521, 1965.

Sur spectre hydrodynamique induit par l'aérateur mécanique de surface avec application dans la détermination du débit entraîné

Le travail présente quelques considérations théoriques sur le spectre hydrodynamique induit par l'aérateur mécanique de surface ainsi que sur le débit entraîné par celui-ci.

Les auteurs ont construit un modèle de simulation du spectre hydrodynamique dans la zone de suction de l'aérateur. Les résultats de la simulation sont comparés dans un cas particulier avec les mesures expérimentales in situ.

Il en resulte ainsi une méthode d'évaluation rapide du débit effectif de l'aérateur à partir de quelques mesures de la vitesse dans la zone de suction.

Tiparul executat la „I. P. Informația" c. 836

40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic «Gh. Gheorghiu-Dej» Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежных научных периодических журналов,,, Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées'', ,,Buletinul Politehnicei din Bucureşti'' и Buletinul Institutului politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu—Dej'' Bucureşti

Составленный на новых основах, он отражает в первую очеред научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределахво зможностей будут публиковаться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка пеоизводятся по адресу института

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from ontside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the follwing address

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI SÉRIE MECANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens periodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les echanges de publications et les abonnamants est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1978 OKT 18

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLI NUMĂRUL 2 ANUL 1979
APRILIE – IUNIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Academician *Radu Voinea*

MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*, (secretar științific) Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu*; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu*.

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX: 10.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1980 FEB 13

Sumar

MATEMATICĂ

V. Prepeliță

Algoritm de realizare minimală și diagrame comutative pentru sisteme dinamice multiindiciale 3

D. Filipescu

Quelques applications d'une formule intégrale de E_3 15

MECANICĂ FINĂ

Tr. Demian, D. Tudor

Asupra utilizării moderatoarelor la antrenările cu elemente elastice din mecanica fină 19

W. Krause, Phan Ba

Montage von Plastgleitlagern durch Einpressen und Kleben 25

TERMOTEHNICA

S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ștefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu, Stanca Trifan, Marieta Grigoriu, O. Mălăncioiu, N. Băran, T. Brusalis

Realizarea și testarea unor captatoare solare cu concentratori cilindro-parabolici cu deschiderea de 1 m, 2 m, și 4 m 35

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grünwald, S. Saviuc, V. Gheorghiu

Controlul performanțelor în regimuri de sarcină și turație reduse la motorul ARO L—25 prin modificarea fazelor de distribuție 43

D. Taraza, A. Manole, A. Belei

Some Aspects Concerning the Rocker-tappet Valve Mechanism Design . . . 51

Al. Manea, Gh. Tiu

Măsurarea deplasării supapei de refulare a pompei de injecție 61

CAZANE

C. Neaga

Variația concentrației de oxigen în procesele de aprindere și ardere ale particulei de cărbune 67

AERONAVE

P. Marinescu

Determinarea circulației în jurul aripei de anvergură finite cu ajutorul potcoavelor de vîrtej 75

REZISTENȚA MATERIALELOR

C. Atanasiu

Metodă pentru sporirea sensibilității Moiré-urilor 83

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

A. Vlase, C. Dumitraș, P. Dumitrescu

Determinarea durabilității seulei aşchietoare cu plăcuțe din carburi metalice P 10, folosite la strunjirea oțelului înalt aliat 28VMoC 12 91

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

A. Ghionea

Metodica determinării suprafețelor flancurilor danturii polihipocicloidale generate pe roata cilindrică 97

HIDRAULICĂ

D. Robescu

Metodă de proiectare a aeratoarelor axiale rapide 107

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z.: 519.422.: 681.3.04/.06

ALGORITM DE REALIZARE MINIMALĂ ȘI DIAGRAME COMUTATIVE PENTRU SISTEME DINAMICE MULTIINDICIALE

VALERIU PREPELIȚĂ*

Se dă o metodă de determinare a realizărilor minimale pentru o clasă de sisteme dinamice liniare multiindiciale.

1. Aplicații intrare-ieșire multiindiciale

Fie K un corp comutativ; notăm cu Ω $K[z_1, \ldots, z_N]$ — modulul $K^m[z_1, \ldots, z_N]$ și cu Γ $K[z_1, \ldots, z_N]$ — modulul seriilor formale din $K[[z_1^{-1}, \ldots, z_N^{-1}]]$ de forma

$$\sum a_{i_1 \ldots i_N} z_1^{-i_1} \ldots z_N^{-i_N} \text{ cu } i_k > 0, \ \forall k \in [1, N]^{\Delta} \{1, \ldots, N\}.$$

Fie $e_i = (0, \ldots, 0, 1, 0, \ldots, 0)$ baza canonică și $g_i : K[z_1, \ldots, z_N] \to \Omega$ injecțiile canonice $(g_i(p(z)) = p(z)e_i)$.

Considerăm un K — omomorfism $f : \Omega \to K^r$, căruia îi asociem $K[z_1, \ldots, z_N]$ — omomorfismele $\bar{f}$ și f_i, definite de relațiile :

$$\bar{f}(u) = \sum_{\substack{s_k \geqslant 0 \\ k \in [1,N]}} f\left(\left(\prod_{k=1}^{N} z_k^{s_k}\right)u\right)\prod_{k=1}^{N} z_k^{-s_k-1}; \ f_i = \bar{f} \cdot g_i \tag{1.1}$$

Definiția 1.1. K — omomorfismul f se numește N — *aplicație intrare-ieșire* dacă

a) $\operatorname{Ker} f_i \cap K[z_k] \neq \{0\}, \quad \forall k \in [1, N], \quad \forall i \in [1, m]$ (1.2)

b) $\exists\, i \in [1, m]$ astfel încît $\operatorname{Ker} f_i \cap K = \{0\}$ (1.3)

2. Sisteme liniare multiindiciale

Considerăm clasa de sisteme liniare multiindiciale studiată în [4] și [5], ca generalizare a sistemelor cu doi indici [1]. Fie spațiile vectoriale

Manuscris predat redacției la data de 6 aprilie 1978
* Lector dr. Catedra de matematici I

$X = K^n$, $U = K^m$, $Y = K^r$, ale căror elemente x, u și y vor fi numite respectiv stări, intrări și ieșiri. Pentru o mulțime de v numere $J_v \subset [1, N]$ notăm $x_{[i_1,\ldots,i_N,J_v]} = x_{i'_1,\ldots,i'_N}$ unde $i'_k = \begin{cases} i_k & \text{pentru } k \in J_v \\ i_k + 1 & \text{pentru } k \in [1, N] \setminus J_v \end{cases}$

Definiția 2.1. Se numește N — *sistem liniar* ansamblul $\Sigma_N = (F_1, \ldots, F_N; G; H)$ cu ecuațiile de stare și ieșire

$$x_{i_1+1,\ldots,i_{N+1}} = \sum_{v=1}^{N} (-1)^{v-1} \sum_{J_v \subset [1,\ N]} \prod_{k \in J_v} F_k x_{[i_1,\ldots,\ i_N;\ J_v]} + G u_{i_1,\ldots,i_N} \tag{2.1}$$

$$y_{i_1,\ldots,\ i_N} = H\, x_{i_1,\ldots,\ i_N} \tag{2.2}$$

unde F_k sînt matrici permutabile de ordin n, G și H matrici $n \times m$, respectiv $r \times n$, peste K.

În [5] s-a demonstrat

Teorema 2.1. Aplicația $f_\Sigma \in Hom_K(\Omega, K^r)$ *definită de relația*

$$f_\Sigma(z_1^{i_1} \ldots z_N^{i_N} e_i) = H\, F_1^{i_1} \ldots F_N^{i_N} G\, e_i \tag{2.3}$$

este o N-aplicație intrare-ieșire.

Definiția 2.2. Sistemul $\Sigma_N = (F_1, \ldots, F_N; G; H)$ se numește *realizare* a N-aplicației intrare-ieșire f dacă $f = f_\Sigma$.

Teorema 2.2 [5] *Orice N-aplicație intrare-ieșire f admite o realizare de dimensiune finită.*

În demonstrație [5] se indică o realizare abstractă minimală, cu spațiul stărilor $X = \Omega/\mathrm{Ker}\, f$.

În cele ce urmează vom da un algoritm pentru obținerea realizărilor minimale obținut prin extinderea algoritmului lui Ho [2] la sistemele multiindiciale, utilizînd pentru demonstrații diagrame comutative ca în [3], [6].

Pentru simplitatea expunerii vom considera cazul $N = 2$, adică sisteme $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ cu ecuațiile de stare și ieșire

$$x_{i_1+1,\ i_2+1} = F_1 x_{i_1,\ i_2+1} + F_2\, x_{i_1+1,\ i_2} - F_1 F_2\, x_{i_1,\ i_2} + G\, u_{i_1,i_2} \tag{2.4}$$

$$y_{i_1,\ i_2} = H\, x_{i_1,\ i_2} \tag{2.5}$$

3. Algoritmul de realizare minimală

Fie $\Omega = K^m[z_1, z_2]$, $\Gamma \subset K^r[[z_1^{-1}, z_2^{-1}]]$ și $f \in \mathrm{Hom}_K(\Omega, K^r)$ o 2 — aplicație intrare-ieșire.

Considerăm șirul de matrici

$$A_{k,j} = [f(z_1^k z_2^j e_1) \ldots f(z_1^k z_2^j e_m)]$$

Definiția 2.2. devine :

Definiția 3.1. Se numește *realizare* a lui f sistemul $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ cu F_1, F_2 matrici permutabile de ordin n, G și H matrici $n \times m$ respectiv $r \times n$, cu proprietatea :

$$A_{kj} = H F_1^k F_2^j G \quad \forall k, j \geqslant 0 \tag{3.1}$$

Asociem aplicației f matricea Hankel

$$A^{k, k' : j : j'} = \begin{bmatrix} A_0^{k, k'} & A_1^{k, k'} & \dots & A_{j-1}^{k, k'} \\ A_1^{k, k'} & A_2^{k, k'} & \dots & A_j^{k, k'} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{j-1}^{k, k'} & A_j^{k, k'} & \dots & A_{j+j'-2}^{k, k'} \end{bmatrix}$$

unde

$$A_v^{k, k'} = \begin{bmatrix} A_{0v} & A_{1v} & \dots & A_{k-1, v} \\ A_{1v} & A_{2v} & \dots & A_{k, v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{k'-1, v} & A_{k', v} & \dots & A_{k+k'-2, v} \end{bmatrix}$$

Definim operatorii σ, σ_1 și σ_2 astfel :

$$\sigma A_v^{k, k'} = \begin{bmatrix} A_{1v} & A_{2v} & \dots & A_{k, v} \\ A_{2v} & A_{3v} & \dots & A_{k+1, v} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{k', v} & A_{k'+1, v} & \dots & A_{k+k'-1, v} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 A^{k, k' : j, j'} = \begin{bmatrix} \sigma A_0^{k, k'} & \sigma A_1^{k, k'} & \dots & \sigma A_{j-1}^{k, k'} \\ \sigma A_1^{k, k'} & \sigma A_2^{k, k'} & \dots & \sigma A_j^{k, k'} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma A_{j'-1}^{k, k'} & \sigma A_{j'}^{k, k'} & \dots & \sigma A_{j+j'-2}^{k, k'} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_2 A^{k, k' : j, j'} = \begin{bmatrix} A_1^{k, k'} & A_2^{k, k'} & \dots & A_j^{k, k'} \\ A_2^{k, k'} & A_3^{k, k'} & \dots & A_{j+1}^{k, k'} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{j'}^{k, k'} & A_{j'+1}^{k, k'} & \dots & A_{j+j'-1}^{k, k'} \end{bmatrix}$$

Analog se pot defini produse de operatori σ_1 și σ_2; se observă că

$$\sigma_1\sigma_2 A^{k,k';j,j'} = \sigma_2\sigma_1 A^{k,k';j,j'} \tag{3.3}$$

Notăm cu I_n matricea unitate de ordin n, cu 0_q^p matricea nulă cu q linii și p coloane și

$$E_p^q = \begin{cases} [I_q \quad 0_{p-q}^q] & \text{dacă } q < p \\ I_q & \text{dacă } q = p \\ \begin{bmatrix} I_p \\ 0_p^{q-p} \end{bmatrix} & \text{dacă } q > p \end{cases}$$

Formăm matricea

$$\begin{bmatrix} I_{rk'j'} & A^{k,k';j,j'} \\ 0 & I_{mkj} \end{bmatrix}$$

Cu transformări elementare pe linii și coloane o aducem la forma

$$\begin{bmatrix} R & \bar{A} \\ O & M \end{bmatrix} \text{ unde } \bar{A} = \begin{bmatrix} I_n & O_{mkj-n}^n \\ O_n^{rk'j'-n} & O_{mkj-n}^{rk'j'-n} \end{bmatrix} = E_n^{rk'j'} E_{mkj}^n$$

R și M fiind produse ale matricilor transformărilor elementare, rezultă

$$R\, A^{k,k';j,j'}\, M = E_n^{rk'j'}\, E_{mkj}^n \tag{3.4}$$

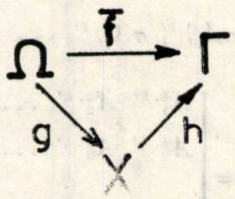
Teorema 3.1

Dacă f este 2-aplicație intrare-ieșire atunci există k, j, k', j' astfel încît o realizare minimală a lui f este $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ cu

$$\begin{aligned} F_1 &= E_{rk'j'}^n\, R[\sigma_1 A^{k,k';j,j'}]\, M\, E_n^{mkj} \\ F_2 &= E_{rk'j'}^n\, R[\sigma_2 A^{k,k';j,j'}]\, M\, E_n^{mkj} \\ G &= E_n^{rk'j'}\, R\, A^{k,k';j,j'}\, E_m^{mkj} \\ H &= E_{rk'j'}^r\, A^{k,k';j,j'}\, M\, E_n^{mkj} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Demonstrație: I. *Determinăm numerele k, j, k', j'.*

Deoarece f este 2-aplicație intrare-ieșire, din [5, teorema 2.3] și teorema de omomorfie, rezultă factorizarea:



unde $X = \Omega/\mathrm{Ker}\, f$, g este surjecția canonică și h injecția canonică.

Fie $U_{s,t} \subset \Omega$ spațiul vectorial al polinoamelor de grad $s-1$ în z_1 și $t-1$ în z_2 și $Y_{s,t} \subset \Gamma$ spațiul vectorial al seriilor formale de forma $\sum_{v=1}^{s}\sum_{w=1}^{t} y_{v,w} z_1^{-v} z_2^{-w}$.

Considerăm injecțiile canonice $i_{s,t}: U_{s,t} \to \Omega$ și proiecțiile canonice $p_{s,t}: \Gamma \to Y_{s,t}$

$$p_{s,t}: \sum_{v=1}^{\infty}\sum_{w=1}^{\infty} y_{v,w} z_1^{-v} z_2^{-w} \to \sum_{v=1}^{s}\sum_{w=1}^{t} y_{v,w} z_1^{-v} z_2^{-w}$$

Notăm:

$$g_{s,t} = g \cdot i_{s,t} \in \mathrm{Hom}_K(U_{s,t}, X)$$

$$h_{s,t} = p_{s,t} \cdot h \in \mathrm{Hom}_K(X, Y_{s,t})$$

$$X_{s,t} = \mathrm{Im}\, g_{s,t}\,;\ X'_{s,t} = \mathrm{Ker}\, h_{s,t}$$

S-au format subspațiile vectoriale din următoarele tablouri, în care fiecare este inclus în cel situat la dreapta sau sub el:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & \{0\} & \{0\} & & & \\
 & & \cap & \cap & & & \\
\{0\} & \subset & X_{1,1} & \subset X_{1,2} & \subset & \ldots & \subset X \\
 & & \cap & \cap & & & \\
\{0\} & \subset & X_{2,1} & \subset X_{2,2} & \subset & \ldots & \subset X \\
 & & \cap & \cap & & & \\
 & & \cdot & \cdot & & \cdots & \cdot \\
 & & \cap & \cap & & & \\
 & & X & X & & &
\end{array}$$

și

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & \{0\} & \ldots & \{0\} & \{0\} & \\
 & & \cap & & \cap & \cap & \\
\{0\} & \subset & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot & \subset X \\
 & & \cdot & \ldots & \cap & \cap & \cdot \\
\{0\} & \subset & \cdot & \ldots & \subset X'_{2,2} & \subset X'_{2,1} & \subset X \\
 & & & & \cap & \cap & \\
\{0\} & \subset & \cdot & \ldots & \subset X'_{1,2} & \subset X'_{1,1} & \subset X \\
 & & \cap & & \cap & \cap & \\
 & & X & \ldots & X & X &
\end{array}$$

Lema 1. Există k, j, k', j' astfel încît $X_{k,j} = X$ și $X'_{k',j'} = \{0\}$.

Demonstrație. Deoarece X este spațiu vectorial de dimensiune finită, $\forall v \geqslant 1$, $\exists j_v \geqslant 1$ astfel încît $X_{v,j_v} = X_{v,j_v+t}$, $\forall t \geqslant 1$; putem alege numerele j_v încît să formeze un șir crescător. Obținem șirul ascendent $\{0\} \subset X_{1,j_1} \subset X_{2,j_2} \subset \ldots \subset X$; din nou, X avînd dimensiune finită, $\exists v$ astfel încît $X_{v,j_v} = X_{v+t,j_{v+t}}$, $\forall t \geqslant 1$. Cu același raționament, pentru $\forall w < j_v$ există un s_w încît $X_{s_w,w} = X_{s_w+t,w}$, $\forall t \geqslant 1$. Fie $k = \max(s_1, \ldots, s_{j_v-1}, v)$ și $j = j_k$. Din incluziunile din tablou rezultă $X_{k,j} = X_{s,t}$ $\forall (s,t)$ cu $s \geqslant k$, $t \geqslant j$ și $X_{k,j} \supset X_{s,t}$ și $\forall s < k$ sau $t < j$, de unde $X_{s,t} \subset X_{k,j}$ $\forall (s,t)$.

Presupunem prin absurd că $X_{k,j} \neq X$. Atunci $\exists x \in X \setminus X_{k,j}$ și, deoarece g este surjectivă, $\exists u \in \Omega \setminus U_{k,j}$ astfel încît $g(u) = x$; u fiind

polinom $\exists\ s, t$ încît $u \in U_{s,t}$. Rezultă $x \in X_{s,t}$, deci $X_{s,t} \not\subset X_{k,j}$, contradicție.

Analog se demostrează existența lui k', j' cu proprietatea $X'_{k',j'} = \{0\}$.

Corolar 1. Aplicația $g_{k,j} : U_{k,j} \to X$ este surjecție și aplicația $h_{k',j'} : X \to Y_{k,j}$ este injecție.

II. *Factorizarea matricii* $A = A^{k,k',j,j'}$

Fie $n = \operatorname{rang} A$ (cf. (3.4)); considerăm proiecția canonică $p_{kj} : K^{mkj} \to K^n$ (fiecărui vector din K^{mkj} îi asociază vectorul format cu primele n componente) și injecția canonică $i_{k'j'} : K^n \to K^{rk'j'} : x \mapsto [x\, O_{rk'j'-n}]$. Matricile acestor aplicații sînt E^n_{mkj} respectiv $E^{rk'j'}_n$.

Notăm cu $\varphi_{k,j}$ izomorfismul $\varphi_{k,j} : U_{k,j} \to K^{mkj}$ care asociază polinomului $u = \sum_{s=0}^{k-1} \sum_{t=0}^{j-1} u_{st} z_1^s z_2^t$ vectorul

$$\tilde{u} = [u'_{00}\, u'_{10} \ldots u'_{k-1,0} : u'_{01}\, u'_{11} \ldots u'_{k-1,1} \vdots \ldots \vdots u'_{0,j-1}\, u'_{1,j-1} \ldots u'_{k-1,j-1}]'$$

și cu $\psi_{k',j'}$ izomorfismul $\psi_{k',j'} : K^{rk'j'} \to Y_{k',j'}$ care asociază vectorului

$$\tilde{y} = [y'_{00}\, y'_{10} \ldots y'_{k'-1,0} \vdots y'_{01}\, y'_{11} \ldots y'_{k'-1,1} \vdots \ldots \vdots y'_{0,j'-1}\, y'_{1,j'-1} \ldots y'_{k'-1,j-1}]'$$

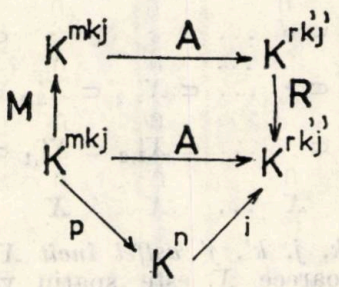
suma

$$y = \sum_{s=0}^{k'-1} \sum_{t=0}^{j'-1} y_{st} z_1^{-s-1} z_2^{-t-1}$$

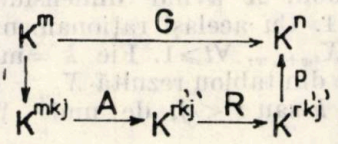
Vom nota aceste aplicații cu i, p, φ, ψ atunci cînd indicii lor sînt evidenți.

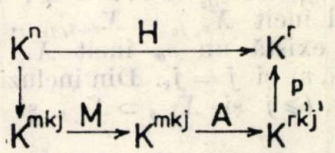
Din relația (3.4) obținem :

Lema 2. Următoarea diagramă este comutativă :



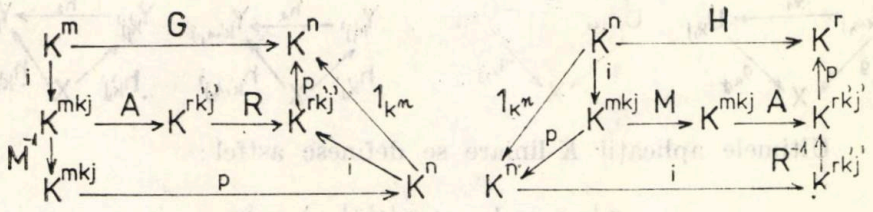
III. Aplicațiile G și H se definesc astfel încît diagramele următoare să fie comutative :





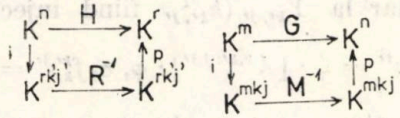
de unde rezultă expresiile matricilor G și H din (3.5).

Folosind diagrama din lema 2, obținem diagramele comutative:



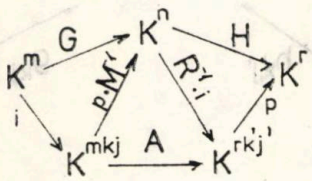
deci

Lema 3. Diagramele următoare sînt comutative:



Corolar 2. $HG = A_{00}$ (3.6)

Aceasta rezultă din diagrama comutativă obținută din lemele 2, 3:



se verifică ușor că $p \cdot A \cdot i = A_{00}$.

IV. *Determinarea matricilor F_1 și F_2*

Considerăm următoarele aplicații

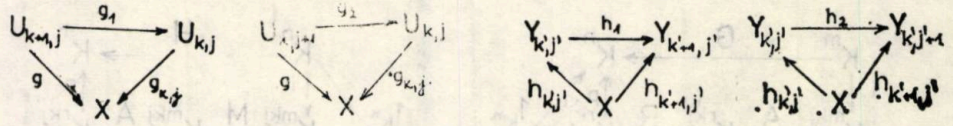
$$\sigma\Omega_1 : \Omega \to \Omega, \quad \sigma\Omega_1(\pi(z_1, z_2)) = z_1\, \pi(z_1, z_2)$$

$$\sigma\Omega_2 : \Omega \to \Omega, \quad \sigma\Omega_2(\pi(z_1, z_2)) = z_2\, \pi(z_1, z_2)$$

$$\sigma\Gamma_1 : \Gamma \to \Gamma, \quad \sigma\Gamma_1 \left(\sum_{s=1}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} y_{s,t}\, z_1^{-s}\, z_1^{-t} \right) = \sum_{s=2}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} y_{s,t}\, z_1^{-s+1}\, z_2^{-t}$$

$$\sigma\Gamma_2 : \Gamma \to \Gamma, \quad \sigma\Gamma_2 \left(\sum_{s=1}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} y_{s,t}\, z_1^{-s}\, z_2^{-t} \right) = \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{t=2}^{\infty} y_{s,t}\, z_1^{-s}\, z_2^{-t+1}$$

și aplicațiile g_1 și g_2, h_1 și h_2, care fac comutative diagramele:



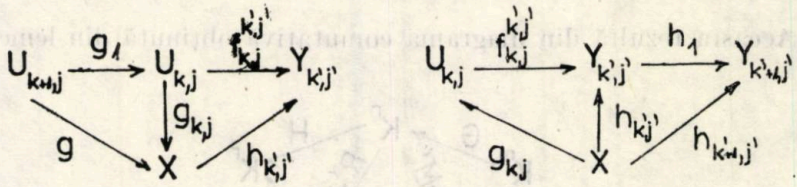
Ultimele aplicații K-liniare se definesc astfel:

$$g_1|_{U_{k,j}} = 1_{U_{k,j}};\ g_1(z_1^{k+1} e_s) = u_s$$

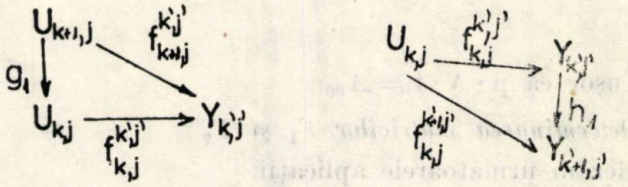
unde $u_s (1 \leqslant s \leqslant m)$ este un polinom din $U_{k,j}$ cu proprietatea $g_{k,j}(u_s) = g(z_1^{k+1} e_s)$ (existența lui u_s este asigurată de faptul că $g_{k,j}$ este surjecție, cf. Corolar 1); analog se definește g_2; $h_1 = h_{k'+1,j'} \cdot h_{k',j'}^{-1}$ pe $Im\, h_{k',j'}$ extinsă liniar la $Y_{k',j'}$ ($h_{k',j'}^{-1}$ fiind injectivă) și analog $h_2 = h_{k',j'+1} \cdot h_{k',j'}^{-1}$.

Mai notăm: $f_{k,j}^{k',j'} = \psi \cdot [A^{k,k';\,j,j'}] \cdot \varphi$, $\sigma_1 f_{k,j}^{k',j'} = \psi \cdot [\sigma_1 A] \cdot \varphi$, $\sigma_2 f_{k,j}^{k',j'} = \psi \cdot [\sigma_2 A] \cdot \varphi$.

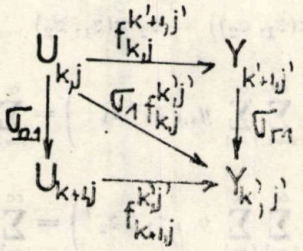
Deoarece $h_{k',j'} \cdot g|_{U_{k+1,j}} = p_{k',j'} \cdot h \cdot g|_{U_{k+1,j}} = p_{k',j'} \cdot \bar{f}|_{U_{k+1,j}} = f_{k+1,j}^{k',j'}$ și $h_{k'+1,j'} \cdot g|_{U_{k,j}} = f_{k,j}^{k'+1,j'}$ din diagramele comutative:



obținem

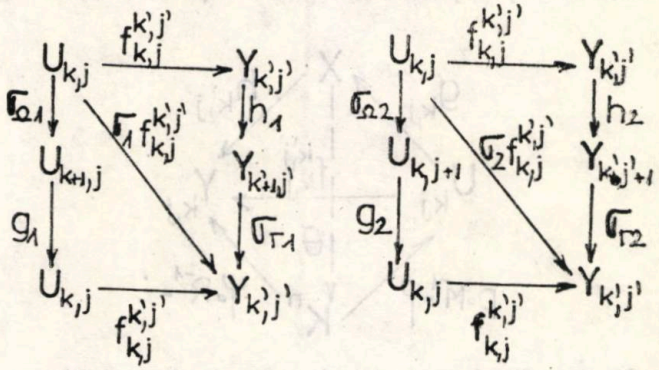


combinînd aceste diagrame comutative cu

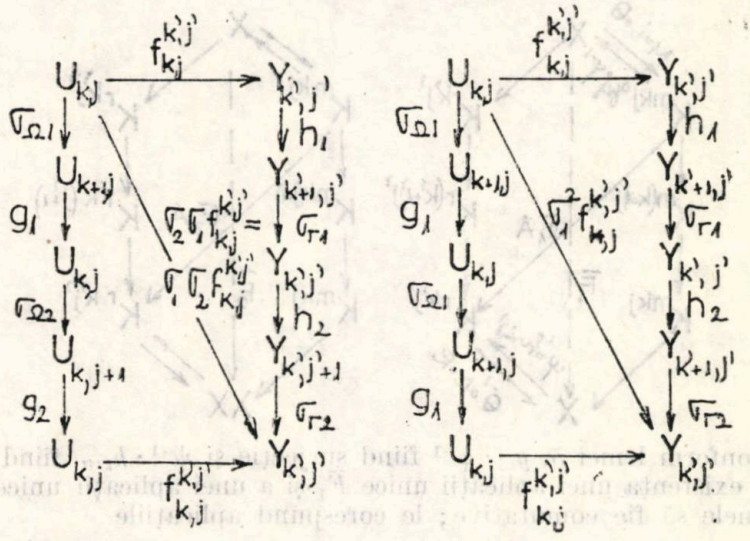


luînd în considerație diagramele analoage, rezultă:

Lema 4. Diagramele următoare sînt comutative:

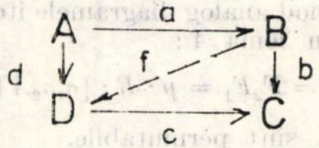


Iterînd, obținem diagrame comutative de forma



ș.a.m.d.

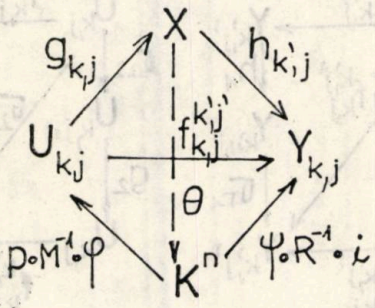
Lema 5 (Zeiger). Dacă în diagrama comutativă



a este surjecție și c injecție, atunci există o aplicație unică $f: B \to D$ *(indicată punctat) încît diagrama rămîne comutativă.*

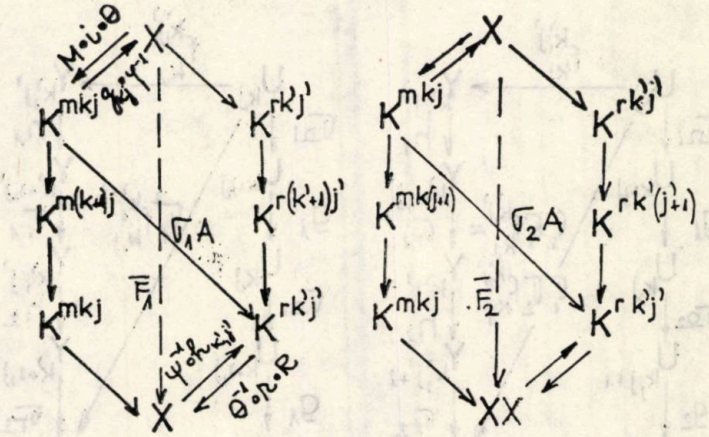
Corolar 3. Spațiul stărilor X este izomorf cu K^n.

Izomorfismul θ rezultă aplicînd în două sensuri lema lui Zeiger diagramei comutative, obținută din lema 1 și lema 2,



g_{kj}, $p\cdot M^{-1}\cdot\varphi$ fiind surjecții, $h_{k'j'}$ și $\psi\cdot R^{-1}\cdot i$ fiind injecții.

Din diagramele lemei 4 obținem diagramele comutative:



Conform lemei 5, $g_{kj}\cdot\varphi^{-1}$ fiind surjecție și $\psi^{-1}\cdot h_{k'j'}$ fiind injecție, rezultă existența unei aplicații unice $\bar{F}_1$ și a unei aplicații unice $\bar{F}_2$ încît diagramele să fie comutative; le corespund aplicațiile

$$F_1 = \theta\cdot\bar{F}_1\cdot\theta^{-1}: K^n\to K^n \text{ și } F_2 = \theta\cdot\bar{F}_2\cdot\theta^{-1},$$

care au expresiile $F_1 = p\cdot R\cdot[\sigma_1 A]\cdot M\cdot i$ și $F_2 = p\cdot R\cdot[\sigma_2 A]\cdot M\cdot i$, de unde rezultă matricile F_1 și F_2 din enunțul teoremei.

Transformînd în mod analog diagramele iterate, obținem, în virtutea unicității aplicației din lema 4:

$$F_1F_2 = F_2F_1 = p\cdot R\cdot[\sigma_1\sigma_2 A]\cdot M\cdot i,$$

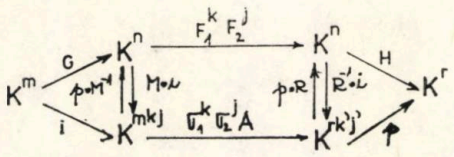
deci matricile F_1 și F_2 sînt permutabile.

$F_1^2 = p\cdot R\cdot[\sigma_1^2 A]\cdot M\cdot i$ ș.a.m.d. În general:

$F_1^k F_2^j = p\cdot R\cdot[\sigma_1^k\sigma_2^j A]\cdot M\cdot i$

Din această relație și lema 3 rezultă

Lema 6. Diagrama următoare este comutativă :



Din expresia matricii Hankel A și definiția operatorilor σ_1 și σ_2 rezultă $p \cdot [\sigma_1^k \sigma_2^j A] \cdot i = A_{kj}$, deci

$$A_{kj} = H F_1^k F_2^j G \tag{3.7}$$

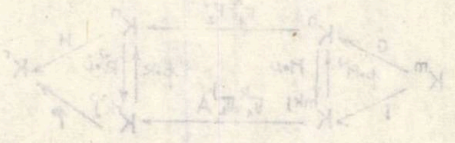
Cu (3.6) și (3.7) am arătat că $\Sigma = (F_1, F_2; G; H)$ este o realizare a 2-aplicației f. Minimalitatea rezultă din izomorfismul spațiilor K^n și X și din faptul că realizarea din [5] cu spațiul stărilor X este minimală.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Attasi*, C.R. Acad. Sc. Paris, t. 277, série A, 1973, p. 1135.
2. *B. L. Ho, R. E. Kalman.* Regelungstechnik, 14, p. 545, 1966.
3. *R. E. Kalman, P. L. Falb, M. A. Arbib*, Topics in mathematical system theory, Mc. Graw-Hill, 1969.
4. *V. Prepeliță*, C.R. Acad. Sc. Paris, 279, 1974, p 387.
5. *V Prepeliță*, R.A.I.R.O. Automatique, vol. 10, no. 11, novembre 1976.
6. *H. P. Zeiger*, Inf. and control 11 ; p. 71.

A Minimal Realization Algorithm and Commutative Diagrams for Dynamical Multiindex Systems

A method for the determination of a minimal realization for a class of linear dynamical multiindex system is given.



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

C.Z.: 519.214

QUELQUES APPLICATIONS D'UNE FORMULE INTÉGRALE DE E_3

DUMITRU FILIPESCU *

On considère m figure, P_1, P_2,..., P_m, aléatoires comme position, par rapport à la mesure cinématique, où chaque figure est formée par une paire de plans parallèles à la distance b, qui coupe une figure convexe de position fixe K_0.

Notant par K_m^r la configuration géométrique formée avec les points communs pour r des m figures convexes données, de la formule qui donne le nombre N_m^r de domaines simplement conexes de la configuration géométrique $K_0 \cap K_m^r$, on établit une formule intégrale dans l'espace euclidien E_3.

On retrouve certaines formules données par Santaló et Blaschke.

1) Dans le travail [1] on considère m figures $P_1, P_2, \ldots, P_m$ où chacune est formée par paire de plans, parallèles à la distance b et K_0 un corps convexe de position fixe, de volume V_0, l'aire de la frontière K_0 égale à S_0 et l'intégrale de la courbure moyenne $\overline{H}_0$.

On note avec K_m^r la configuration géométrique formée avec les points communs pour r des m figures convexes égales et avec N_m^r le nombre de domaines simplement connexes de la configuration géométrique $K_0 \cap K_m^r$.

Si $E(N_m^r)$ désigne la valeur moyenne, nous avons [1]:

$$
\begin{aligned}
(1)\qquad E(N_m^r) = (4\pi b + 2\overline{H}_0)^{-m}\,[&\binom{m}{r}(4\pi b)^r(2\overline{H}_0)^{m-r} + 8\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-3}V_0\,\pi^4\cdot \\
&\cdot(4\pi b)^{r-3}(2\overline{H}_0)^{m-r} + 8\binom{m}{3}\binom{m-3}{r}V_0\pi^4(2\overline{H}_0)^{m-r-3}(4\pi b)^r + \\
&+ 24\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-2}\pi^4 V_0(4\pi b)^{r-2}(2\overline{H}_0)^{m-r-1} + \binom{m}{2}\binom{m-2}{r}\pi^3 S_0\cdot \\
&\cdot(4\pi b)^r(2\overline{H}_0)^{m-r-2} + \binom{m}{2}\binom{m-2}{r-2}\pi^3 S_0(4\pi b)^{r-2}(2\overline{H}_0)^{m-r} + \\
&+ 2\binom{m}{2}\binom{m-2}{r-1}(4\pi b)^{r-1}\pi^3 S_0(2\overline{H}_0)^{m-r-1} + m\binom{m-1}{r}(4\pi b)^r\cdot \\
&\cdot(2\overline{H}_0)^{m-r} + m\binom{m-1}{r-1}(4\pi b)^{r-1}(2\overline{H}_0)^{m-r+1} + \\
&+ 24\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-1}\pi^4 V_0(2\overline{H}_0)^{m-r-2}(4\pi b)^{r-1}]
\end{aligned}
$$

Ouvrage reçu à la rédaction le 21 Juin 1978
* Maître de conférences dr. ing. Chaire de mathématiques I

Notant avec dP la mesure élémentaire pour une paire de plans, parallèles à la distance b, on a [2] :

$$\int_{\{P\cap K_0\neq\emptyset\}} \chi(K_0 \cap P)\, dP = 4\pi b + 2\overline{H}_0 \tag{2}$$

où χ est la caractéristique respective d'Euler Poincaré.

De (1) on obtient l'intégrale

$$\int_{\{P_1\cap K_0\neq\emptyset,\ \ldots\ P_m\cap K_0\neq\emptyset\}} N_m^r\, dP_1\, dP_2\, dP_3 \ldots dP_m \tag{3}$$

$$\binom{m}{r}(4\pi b)^r (2\overline{H}_0)^{m-r} + 8\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-3} V_0\pi^4(4\pi b)^{r-3}(2\overline{H}_0)^{m-r} + 8\pi^4 V_0\binom{m}{3}\cdot$$

$$\cdot\binom{m-3}{r}(4\pi b)^r (2\overline{H}_0)^{m-r-3} + 24\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-2}(4\pi b)^{r-2}(2\overline{H}_0)^{m-r-1}\pi^4 V_0 +$$

$$+ \binom{m}{2}\binom{m-2}{r}\pi^3 S_0 (4\pi b)^r (2\overline{H}_0)^{m-r-2} + \binom{m}{2}\binom{m-2}{r-2}\pi^3 S_0 (4\pi b)^{r-2}(2\overline{H}_0)^{m-r} +$$

$$+ 2\binom{m}{2}\binom{m-2}{r-1}(4\pi b)^{r-1}(2\overline{H}_0)^{m-r-1}\pi^3 S_0 + m\binom{m-1}{r}(4\pi b)^r (2\overline{H}_0)^{m-r} +$$

$$+ m\binom{m-1}{r-1}(4\pi b)^{r-1}(2\overline{H}_0)^{m-r+1} + 24\binom{m}{3}\binom{m-3}{r-1}\pi^4 V_0 (4\pi b)^{r-1}(2\overline{H}_0)^{m-r-2}$$

2) Si K_0 est une courbe ouverte de longueur L_0, de classe C^2, de (3) ($S_0 = V_0 = 0$; $\overline{H}_0 = \pi L_0$), on obtient la formule :

$$\int_{\{P_1\cap K_0\neq\emptyset,\ \ldots,\ P_m\cap K_0\neq\emptyset\}} N_m^r\, dP_1\, dP_2\, dP_3 \ldots dP_m = \binom{m}{r}(4\pi b)^r (2\pi L_0)^{m-r} + \tag{4}$$

$$+ m\binom{m-1}{r}(4\pi b)^r (2\pi L_0)^{m-r} + m\binom{m-1}{r-1}(4\pi b)^{r-1}(2\pi L_0)^{m-r+1}$$

3) Pour $m = r = 1$, de (4) résulte la formule donnée par Santaló [2] :

$$\int_{\{P_1\cap K_0\neq\emptyset\}} n\, dP_1 = 4\pi b + 2\pi L_0 \tag{5}$$

4) Si $m = r = 2$, de (3) on obtient :

$$\int_{\{P_1\cap K_0\neq 0,\ P_2\cap K_0\neq\emptyset\}} N_2^2\, dP_1\, dP_2 = 16\pi^2 b^2 + 16\pi b\overline{H}_0 + \pi^3 S_0 \tag{6}$$

qui résulte de [2] pour $b_1 = b_2$.

5) Dans l'hypothèse que les figures P_1, P_2, ..., P_m sont des plans ($b \to 0$), qui coupent le corps convexe K_0, de (1) résulte

$$E(N_m^0) = m + 1 + \binom{m}{3} \pi^4 V_0 \overline{H}_0^{-3} + \frac{1}{4} \binom{m}{2} \pi^3 S_0 \overline{H}_0^{-2} \tag{7}$$

$$E(N_m^3) = \binom{m}{3} \pi^4 V_0 \overline{H}_0^{-3} \tag{8}$$

Les formules (7) et (8) résultent de [3], pag. 295. D'autres applications on trouve dans [1].

BIBLIOGRAPHIE

1. *Filipescu D.*, Revue roumaine de mathématiques pures et appliquées, tome XXI nr. 7, 1976.
2. *Santaló, L. A.*, G.I. 10 Abh. Math. Sem. Hans. Univ., Hamburg, 1938, 12, 38.
3. * * * Integral Geometry and Geometric Probability-Addison-Wesley Publishing Company — 1976.
4. *Vrănceanu G.*, Géométrie Différentielle, Bucarest, 1947.

Aplicații ale unei formule integrale din E_3

Se consideră m figuri, P_1, P_2, ..., P_m, aleatoare ca poziție în raport cu măsura cinematică, unde fiecare figură este formată de o pereche de plane paralele la distanța b, care intersectează o figură convexă de poziție fixă K_0.

Notînd prin K_m^r configurația geometrică formată cu punctele comune pentru r din cele m figuri convexe date, din formula care dă numărul N_m^r de domenii simplu conexe al configurației geometrice $K_0 \cap K_m^r$ se stabilește o formulă integrală în spațiul euclidian E_3.

Se regăsesc unele formule date de către Santaló și Blaschke.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

MECANICĂ FINĂ

C.Z.: 681.1
62—55

ASUPRA UTILIZĂRII MODERATOARELOR LA ANTRENĂRILE CU ELEMENTE ELASTICE DIN MECANICA FINĂ

T. DEMIAN, D. TUDOR*

În lucrare este prezentată o variantă de moderator pentru mecanismele din aparate acționate cu arcuri spirale plane motoare. Sînt prezentate calculele pentru uniformizarea mișcării și datele necesare proiectanților, în vederea adaptării acestor noi moderatoare la tipul de element motor — arc spiral plan.

Pentru acționările de scurtă durată, în mecanica fină, se pot folosi electromagneți, elemente elastice și greutăți. Acționările cu elemente elastice au avantajul că sînt simple și nu necesită o sursă specială de alimentare, dar viteza elementului motor se poate abate mult de la cea nominală, fără a influența condițiile funcționale prescrise (fig. 1, a). Există și situații în care pentru a garanta prescripțiile funcționale impuse, viteza de antrenare a motorului trebuie să se mențină între anumite valori limită cînd este necesară o uniformizare a mișcării. Aceasta se poate face cu moderatoare, la antrenările de scurtă durată și grad de neuniformitate relativ mare sau prin regulatoarele de împiedicare la acționările de durată mai mare și grad de neuniformitate mic (fig. 1, b).

În figura 1 s-a notat prin S_i semnalul de intrare, iar prin S_e semnalul de ieșire.

Amplificatorul din figura 1, b este necesar pentru mărirea eficacității moderatorului sau regulatorului, respectiv pentru mărirea vitezei unghiulare la moderator comparativ cu cea de la motor.

Între semnalele S_{e2} și S_i există relația

$$S_{e2} = i_0 S_i \qquad (1)$$

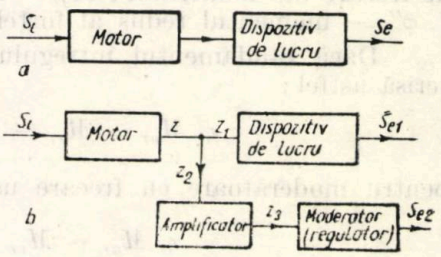


Fig. 1

iar raportul de transmitere este:

$$S = \frac{d\,S_{e2}}{d\,S_i} \approx \text{ct} \qquad (2)$$

Manuscris predat redacției la data de 3 ianuarie 1979
* Prof. dr. doc. ing.; Conf. dr. ing. Catedra de Mecanică fină

Pentru proiectare trebuie să se cunoască limitele de utilizare a sistemelor de antrenare cu arc. La stabilirea acestor limite se consideră parametrii cei mai importanți cum sînt : timpul de funcționare ; gradul de neuniformitate al mișcării ; solicitarea motorului.

În calcule se poate aprecia că moderatoarele sînt cu frecare uscată (discurile telefonice și aparatele de filmat) sau cu frecare fluidă (combine muzicale, diverse jucării). De aceea s-au considerat cele două cazuri :

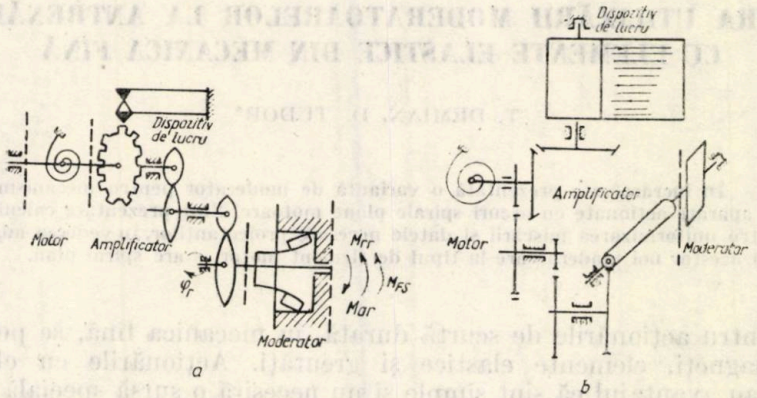


Fig. 2

schema discului telefonic (fig. 2, a) și schema combinei muzicale (fig. 2, b).

Ecuația mișcării moderatorului va fi :

$$I_r\varphi_r'' + M_{fr} + M_{rr} + M_{FS} = M_{ar} \tag{3}$$

unde : M_{ar} — momentul redus al motorului de acționare ; M_{rr} — momentul redus al forțelor rezistente din dispozitivul de lucru : M_{FS} — momentul de frecare din moderator ; M_{fr} — momentul redus al forțelor de frecare ; $I_r\,\varphi_r''$ — momentul redus al forțelor de inerție.

Dacă randamentul întregului sistem este η_t ecuația (2) poate fi scrisă astfel :

$$\eta_t M_{ar} - M_{rr} - K\,\omega_r^2 - qEI = I_r\,\varphi_r'', \tag{4}$$

pentru moderatoare cu frecare uscată, și

$$\eta_t M_{ar} - M_{rr} - K\,\omega_r^2 = I_r\,\varphi_r''; \tag{4'}$$

pentru moderatoare cu frecare fluidă.

S-au notat : K — constanta moderatorului ; ω_r — viteza unghiulară a moderatorului, $qEI = k\omega_{r_0}^2$ — parametru dependent de forma constructivă a elementului elastic utilizat la moderator (ω_{r_0} este viteza unghiulară de cuplare a moderatorului).

La proiectare se pot neglija forțele de inerție, în domeniul de funcționare al moderatorului. În acest mod se simplifică relațiile de calcul, iar

concluziile finale referitoare la limitele de utilizare a moderatoarelor sînt mult mai ușor de evidențiat. Proiectarea aproximativă se corectează ulterior la montaj la seria zero prin modificări simple operate asupra parametrilor K și q.

Scriind ecuațiile de echilibru, pentru pozițiile corespunzătoare vitezelor unghiulare ω_r, maximă și minimă, rezultă conform figurilor 3, a și 3, b :

$$\eta_{it} M_{ar1} - M_{rr1} - K(\omega_{rM}^2 - \omega_{r_0}^2) = 0, \tag{5}$$
$$\eta_{it} M_{ar2} - M_{rr2} - K(\omega_{rm}^2 - \omega_{r_0}^2) = 0$$

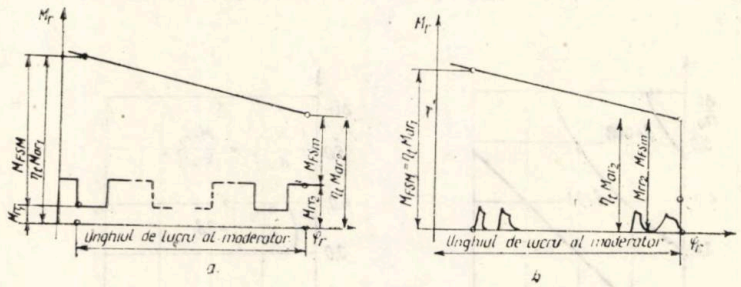


Fig. 3

pentru discul telefonic și

$$\eta_{it} M_{ar1} - K\,\omega_{rM}^2 = 0,$$
$$\eta_{it} M_{ar2} - M_{rr2} - K\omega_{rm}^2 = 0 \tag{5'}$$

pentru combina muzicală.

Din relațiile (5) și (5'), considerîndu-se $\omega_r = \omega_{r\,\text{med}} = \dfrac{\omega_{rM} + \omega_{rm}}{2}$, $\delta = \dfrac{\omega_{rM} - \omega_{rm}}{\omega_r}$, (unde δ este gradul de neregularitate al mișcării, ω_{rM} și ω_{rm} vitezele unghiulare maximă și minimă, φ_a deformația arcului motor)

$$\varphi_a = 2\pi\,(\Delta i + n_v) = \frac{M_a l}{EI}; \tag{6}$$

rezultă :

$$\frac{n_e}{\Delta_i} = \frac{\dfrac{M_{rr_1}}{K\omega_r^2} + \left(1 + \dfrac{\delta}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\omega_{r_0}}{\omega_r}\right)^2}{\dfrac{M_{rr_2}}{K\omega_r^2} + \left(1 - \dfrac{\delta}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{\omega_{r_0}}{\omega_r}\right)^2} - 1 \tag{7}$$

pentru moderatorul cu frecare uscată și

$$\frac{n_v}{\Delta_i} = \frac{\left(1 + \frac{\delta}{2}\right)^2}{\frac{M_{rr_2}}{K\omega_r^2} + \left(1 - \frac{\delta}{2}\right)^2} - 1 \qquad (7')$$

pentru moderatorul cu frecare fluidă. În aceste relații n_v reprezintă numărul de rotații ale arcului între poziții corespunzător valorilor maxime și minime ale vitezei unghiulare; $\Delta i = i_1 - i_p$ (i_1 este numărul de spire pentru poziția în care $\omega_r = \omega_{rm}$; i_p numărul de spire ale arcului în stare li-

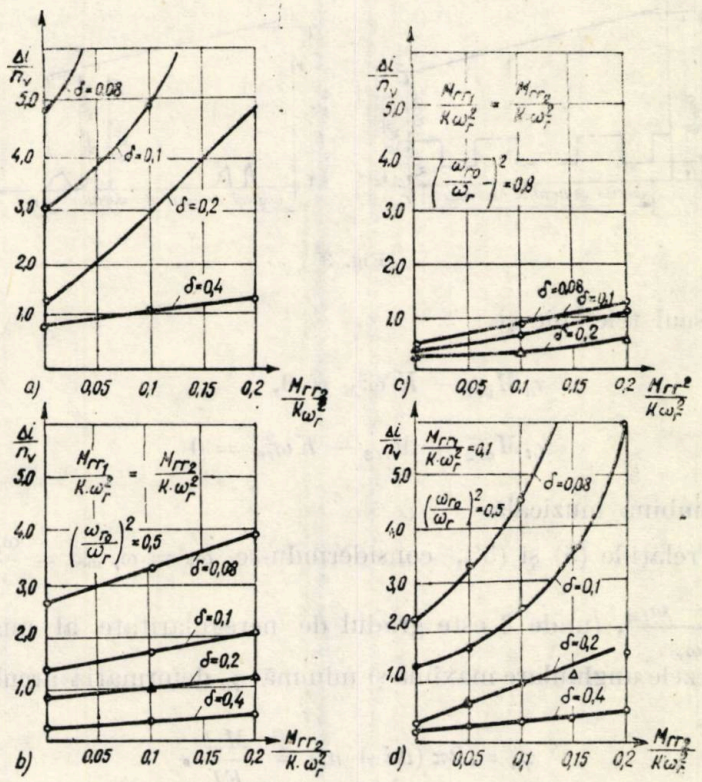


Fig. 4

beră). Relațiile (7) și (7') reprezentate grafic în diagramele din figurile 4 indică limitele de utilizare a moderatoarelor cu frecare uscată și lichidă care, în principal, sînt:

1. Pentru solicitarea corespunzătoare a arcului motor $\Delta i \approx (1 - 3)$ spire, astfel că numărul de rotații este limitat la 1—3, pentru valorile mici ale gradului de neuniformitate.

2. Valorile optime pentru δ sînt cuprinse între 0,1 ÷ 0,2.

3. Valoarea momentului redus M_{rr} și variația acestuia în timp, raportată la produsul $K\,\omega_r^2$ trebuie să fie cît mai mică, deci cu cît $\frac{M_{rr}}{K\omega_r^2} \ll 1$, se poate considera ca ω_{rM} și ω_{rm} corespund pozițiilor limită de funcționare ale moderatorului.

4. Varianta constructivă de moderator cu palete deși prezintă avantaje constructive, este dezavantajoasă din punct de vedere al solicitării arcului spiral motor și vitezei unghiulare mari la axa moderatorului; randamentul mecanismului amplificator este scăzut din cauza angrenajului melcat amplificator.

5. Cu cît viteza unghiulară ω_{r0} este mai apropiată de ω_r, solicitarea din arc este mai mică; trebuie însă garantată funcționarea moderatorului pentru ω_{rm} și corectat parametrul K la montaj.

6. O soluție constructivă avantajoasă pentru reglajul parametrului ω_{r_0} este reprezentată în fig. 5, din care se vede că parametrul q se poate determina cu relația:

$$q = \frac{8}{3\pi}\frac{f_M}{R_0^3}\mu\,\frac{RS}{\mu d + b} \qquad (8)$$

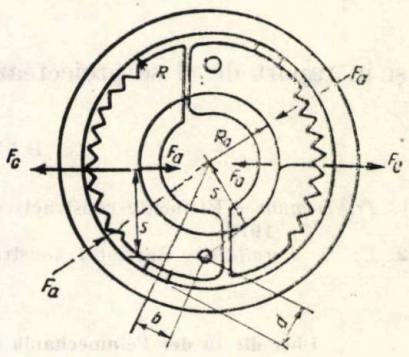


Fig. 5

unde R_0 reprezintă raza de curbură a arcului preformat; μ coeficientul de frecare din moderator; f_M deformația arcului la cursa unui sabot.

Modificîndu-se poziția arcului performat cu ajutorul crestăturilor de pe sabot, se poate regla pentru un domeniu mai mare S și q.

Pentru proiectare relațiile (5) și (5′) se pot scrie sub forma:

$$\eta_t\,\Delta M_{ar} = \Delta M_{rr} + 2K\delta\omega_r^2 \qquad (9)$$

unde $\Delta M_{ar} = M_{ar_1} - M_{ar_2}$, $\Delta M_{rr} = M_{rr_2} - M_{rr_1}$.
Se obține astfel o relație între parametrii K, δ, ω_r și momentele din arc și este posibil să se aleagă arcul motor în funcție de δ, ω_r, M_{rr} și K. (adoptat din condiții de gabarit).

Erorile introduse de metoda de proiectare prezentate apar întrucît se neglijează în calcule forțele de inerție și se consideră constant randamentului η_t. Aceste erori pot fi eliminate însă la montajul seriei zero prin modificarea curburei paletei, și prin decuparea unei părți din suprafața acesteia sau prin modificarea masei sabotului ori a parametrului q.

Considerațiile de mai sus fac posibilă adoptarea unei soluții convenabile pentru uniformizarea mișcării la mecanismele din mecanica fină antrenate cu arc motor cît și alegerea corespunzătoare a caracteristicilor moderatorului.

Timpul de funcționare al dispozitivelor antrenate cu arc motor și moderator este de ordinul secundelor și a zecilor de secundă.

Numărul de rotații în unitatea de timp executat de către arc se determină cu relația

$$n_a = \frac{n_v}{t} \ /\text{rot/s}/.$$

și este în general un parametru subunitar. De la această turație este necesar să se realizeze viteze unghiulare de (80—500) r/s pentru moderatoarele cu saboți și gabarit mic și de peste 500 r/s pentru moderatoarele cu palete.

Raportul de amplificare i_0 se determină cu relația

$$i_0 = \frac{n_v}{n_a}$$

și în raport de el se proiectează mecanismul amplificator.

BIBLIOGRAFIE

1. *Tr. Demian* — Elemente constructive de mecanică fină. Editura didactică și pedagogică, 1976.
2. *U. D. Pervițkii* — Rasciot i konstruirovanie tocinih mehanizmov.

Uber die in der Feinmechanik bei den antreibenden Spiralfedern benützten Geschwindigkeitshalter

In der Arbeit ist eine optimale Variante für Getriebe der Geräte, die mit „Flachspiralfedern angetrieben werden dargestellt. In enthält die Berechnungen für eine konstante Drehzahl und die nötigen Angaben für die wichtigen Parameter der Geschwindigkeitshalter in Abhängigkeit von den antreibenden Spiralfedern.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

C.Z. 621.82:678

MONTAGE VON PLASTGLEITLAGERN DURCH EINPRESSEN UND KLEBEN

W. KRAUSE, PHAN BA

Im Beitrag werden Möglichkeiten beschrieben, die Montage von Gleitlagerbuchsen aus Flastwerkstoffen durch Einpressen oder kleben im Interesse einer wirtschaftlichen Fertigung ohne zusätzliche Formschlußelemente vorzunehmen. An Hand begründeter theoretischer Grundlagen sowie von Ergebnissen umfangreicher experimenteller Untersuchungen soll damit ein Beitrag zur Aufstellung von Montagerichtlinien geleistet werden.

Einleitung

In der Feingerätetechnik werden wegen der vielfach besonderen Betriebsbedingungen in den Geräten (z.B. langsame und mitunter nur oszillierende Bewegungen), der miniaturisierten Bauweise und des oft vorliegenden Massenbedarfs der Erzeugnisse zunehmend Plastgleitlager eingesetzt.

Ihre Anwendung ist dann sinnvoll, wenn der Betrieb im Gebiet der Misch- und Grenzreibung erfolgen muß, wenn spezielle Lagereigenschaften, wie gutes Dämfungsvermögen, chemische Beständigkeit und elektrische Isolation gefordert werden und die Verarbeitungsmöglichkeiten wirtschaftliche Vorteile ergeben.

Als Werkstoffe für die Lagerbuchsen kommen vor allem Polytetrafluoräthylen (PTFE), Polyoxymethylen (POM) und Polyamid (PA), zur Anwendung [1]. PTFE besitzt dabei den niedrigsten Reibungskoeffizienten und wird deshalb sehr häufig eingesetzt. Nachteilig sind allerdings das hohe Relaxationsverhalten sowie die geringe mechanische Festigkeit. Außerdem ist die Schmelze von PTFE so hochviskos, daß die Verarbeitung im Spritzgußverfahren nicht möglich ist. PTFE — Lager werden deshalb vielfach gesintert. Diese zuletzt genannten Nachteile entfallen bei den weiteren genannten Werkstoffen, so daß deren Einsatz vor allem in Form von Massivlagerbuchsen (Bild 1a) sowohl im Interesse der Wirtschaftlichkeit als auch wegen der Möglichkeit der Herstellung in kleinen Abmessungen sowie der günstigen Beschaffung (Fertigung durch eigene

Manuskript am 3 Ianuar 1979 eingegangen
* Prof. dr. ing : Dr. ing Technische Universität Dresden

betriebliche Kapazität) zur Zeit noch oft angestrebt wird. Weitere Ausführungsformen sind die Verbund-, Gewebe-, Faser- und Folienlager sowie Lager mit Gleitschichten (Bilder 1b bis e), [5] bis [9]. Deren Herstellung ist aber gegenwärtig vielfach noch mit sehr hohem Aufwand verbunden,

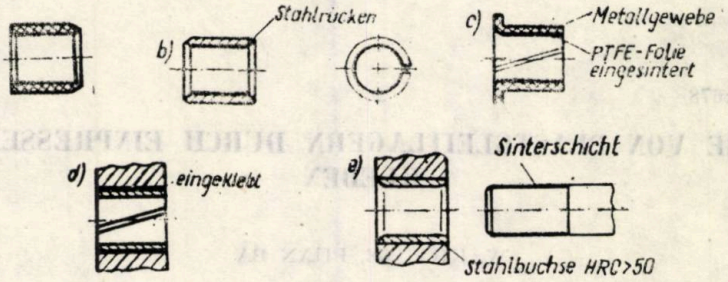


Bild 1 : Ausführungsformen von Gleitlagerbuchsen aus Plast
a) Massiv-, b) Verbund-, c) Gewebe- oder Faserlager,
d) Folienlager, e) Gleitschichtenlager

obwohl sie sich durch eine Reihe von Vorteilen, wie bessere Wärmeabführung, geringer Feuchtigkeits- und Temperatureinfluß auf das Lagerspiel usw. auszeichnen.

Nachfolgend sollen deshalb zunächst nur die Massivbuchsen näher betrachtet werden. Ihre Montage kann in erster Linie durch Einpressen oder Einkleben erfolgen. Unter den Bedingungen der Feingerätetechnik stehen dafür aber bisher keine geeingneten Dimensionierungrichtlinien zur Verfügung, so daß man derartige Verbindungen aus Gründen der Sicherheit bisher vielfach durch zusätzliche Formschlußelemente gesichert hat.

Das Ziel des vorliegenden Beitrags besteht darin, die Montage von Massivbuchsen durch Einpressen oder Einkleben im Interesse einer wirtschaftlichen Fertigung ohne derartige zusätzliche Elemente zu untersuchen. An Hand begründeter theoretischer Grundlagen sowie von Ergebnissen umfangreicher experimenteller Untersuchungen [2] soll damit ein Beitrag zur Aufstellung von Montagerichtlinien geleistet werden.

1. Montage durch Einpressen

Bei der Dimensionierung der Preßverbindung besteht das Ziel in der Bestimmung des richtigen Übermaßes und der dabei erzielbaren Haftkräfte. Diese Größen sind bei den Plasten in erster Linie zeit und temperaturabhängig.

Die Wahl des Übermaßes wird in der Praxis noch oft auf Grund von Überschlagsformeln vorgenommen. Eine rechnerische Abschätzung der Haftkräfte ist deshalb nicht möglich.

Die Berechnung der Passung nach den Gleichungen aus der Elastizitätstheorie ergibt zu kleine Werte, die sich mit den relativ großen Maßabweichungen von gespritzten Plastbuchsen nicht ohne weiteres in Einklang bringen lassen. Aus diesem Grunde sowie wegen der Forderung nach möglichst großen Haftkräften in der Verbindung ist es deshalb notwendig,

Übermaße so zu wählen, daß plastische Verformungen zugelassen werden.

Aus der Differentialgleichung des rotationssymmetrischen Spannungszustandes lassen sich unter Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes oder eines ebenen Spannungszustandes zwei verschiedene Lösungen für die Übermaße und Fugenpressungen ableiten. Diese sind zum einen von Beshelukova [3] zum anderen von Lundberg [4] entwickelt worden, erstere zur Berechnung der Preßverbindung von Plastteilen, letztere wurde dagegen bisher nur an metallischen Werkstoffen mit zum Teil guten Ergebnissen überprüft.

Die Gleichungen für die Übermaße und Fugenpressungen haben folgende Gestalt:

Gleichung nach Beshelukova

$$\frac{e_{Ii} \cdot E}{D_{Ii}\,\sigma_s} = \frac{r_s^2}{r^2}\left[\frac{e_{Ia}}{D_{Ia}}\cdot\frac{E}{\sigma_s}\cdot\frac{1-2\cdot\dfrac{1}{m}}{2\left(1-\dfrac{1}{m}\right)}+\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\cos\varphi\right].$$

Gleichung nach Lundberg

$$\frac{e_{Ia}\cdot E}{D_F\cdot\sigma_s} = \sqrt{1-\frac{3}{4}\left(\frac{p_{max}}{\sigma_s}\right)^2}+\frac{p_{max}}{\sigma_s}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{m}\right).$$

Im oberen Teil ist die Verformung des Innendurchmessers nach [3] angegeben, im unteren Teil die größte Fugenpressung p_{max} für den Innenring nach [4].

Darin bedeuten:

σ_s Streckgrenze; E Elastizitätsmodul; D_I Innendurchmesser des Innenteils; e_{Ii}, e_{Ia} Verformungen; r_s Plastizitätsradius; m Poissonsche Zahl; p_{max} größte Fugenpressung; D_{Ia} Außendurchmesser des Innenteils. Im Bild 2 ist zu erkennen, inwieweit sich diese Berechnungsverfahren voneinander unterscheiden.

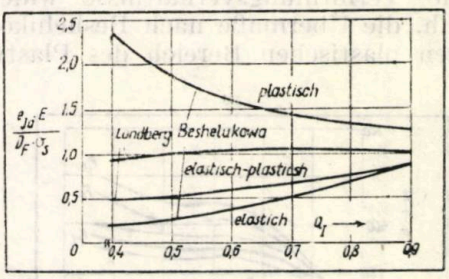


Bild 2: Vergleich der rechnerischen Grenzverformungen (nach [3] und [4])

Im Bild sind die bezogenen Übermaße beim ersten Auftreten plastischer Verformungen und beim vollplastischen Zustand der Buchse nach den zwei Berechnungsverfahren eingetragen. Die Abszisse stellt das Durchmesserverhältnis der Buchse dar:

$$Q_I = \frac{D_{Ii}}{D_F} = \frac{\textit{Innendurchmesser des Innenteils}}{\textit{Fugendurchmesser}}$$

Es zeigt sich, daß die Unterschiede mit zunehmender Wanddicke größer werden. Die Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes bei Beshelukova führt zu einer rechnerischen Fugenpressung, die größer ist als die

tatsächliche. Die Annahme eines ebenen Spannungszustandes nach Lundberg entspricht dagegen den Gegebenheiten eines kurzen Zylinders am besten.

Zur Beurteilung der Berechnung des Übermaßes werden experimentell gewonnene Verläufe der Einpreß-und Haftkräfte herangezogen (Bild 3).

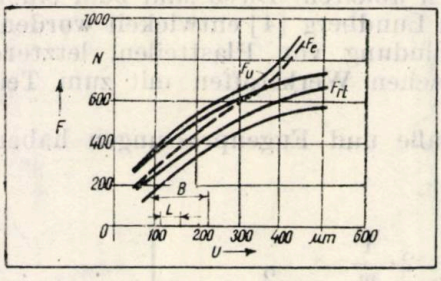


Bild 3: Abhängigkeit der Einpreß — und Hafkräfte von Übermaß (Buchsen aus Polyoxymethylen mit $D_a = 6{,}65$ mm, $D_i = 5{,}0$ mm)

Es bedeuten:

Abszisse: U Übermaß; B, L elast.-plast. Verformungsbereich nach Beshelukowa (B), Lundberg (L).

Ordinate: F_e Einpreßkraft; F_{rt} Längsrutschkraft, F_{ll} Längslösekraft. Hervorgehobener Bereich: Streubereich von F_{r1}.

Es wurde in anderen Arbeiten mehrfach bestätigt, daß sich diese Kurvenverläufe im Sinne des Spannungs — Dehnungs — Diagramms interpretieren lassen. D.h., in dem Bereich verhalten sich die Kräfte linear zu den Verformungen und bei vollplastischer Verformung erfolgt, wenn eine Verfestigung nicht auftritt, kein Anstieg der Kräfte.

Diese Überprüfung ist als qualitativ anzusehen, da sich die Grenzen nicht exakt nachweisen lassen. Die Aufnahme der Kurvenverläufe erfolgte dabei für Buchsen aus Polyamid 6 und Polyoxymethylen mit Außendurchmessern von 6,5 ; 9 ; 10 ; und 12 mm bei Wanddicken von 0,75 mm ; 1 mm ; 1,5 mm und 2,5 mm.

Im Bild 4 wird deutlich, daß die Berechnung nach Lundberg besser die Verformungsverhältnisse widerspiegelt als die nach Beshelukowa, d.h. die Übermaße nach Beshelukowa sind zu groß und reichen weit in den plastischen Bereich des Plastwerkstoffes hinein.

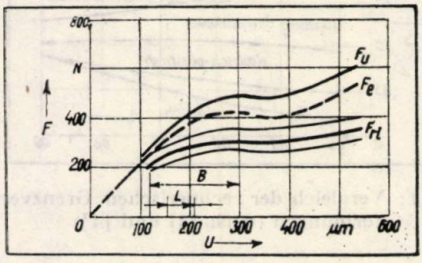


Bild 4: Abhängigkeit der Einpreß — und Haftkräfte von Übermaß (Buchsen aus Polyamid mit $D_a = 6{,}75$ mm, $D_i = 5{,}1$ mm; B — nach Beshelukowa; L — nach Lundberg)

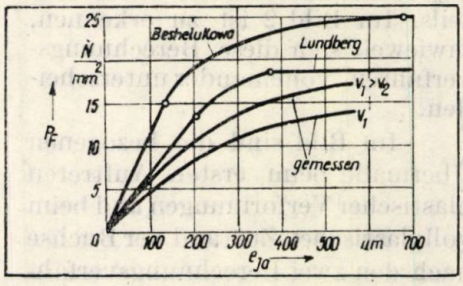


Bild 5: Abhängigkeit der Fugenpressung vom Übermaß (Polyamid)

Im Bild 5 wird die Fugenpressung als Funktion des Übermaßes dargestellt. Auch hier trifft die gesagte Feststellung zu, wobei v_1, v_2 die Verformungsgeschwindigkeiten darstellen.

Damit erhebt sich die Frage, ob die Berechnung nach Lundberg auch hinreichend genau für die Dimensionierung und Nachrechnung einer Preßverbindung ist. Diese Frage kann aus zwei Gründen bejahend beantwortet werden:

1. Die Berechnung ist für die Verhältnisse der plastischen Verformung als relativ gut anzusehen,

2. Die Kennwerte der Plastwerkstoffe gelten nur als Richtwerte, da die am Bauteil tatsächlich, vorhandenen Werte stark streuen können. Deshalb ist es derzeit nicht sinnvoll, eine noch genauere Berechnungsvorschrift anzugeben.

Im weiteren soll die Zeit- und Temperaturabhängigkeit der Haftkräfte betrachtet werden. Plastwerkstoffe haben die Eigenschaft, die durch eine aufgezwungene Dehnung hervorgerufenen Spannungen zeit und temperaturabhängig abzubauen. Diese Spannungsrelaxation führt in vielen Fällen zum Ausfall einer Preßverbindung. Untersuchungsergebbnisse dazu soll Bild 6 wiedergeben. Bei einer Normfeuchtigkeit von 65% relative Luftfeuchte wurden eingepreßte Proben längere Zeit unter bestimmten Temperaturen aufbewahrt und anschließend ausgespreßt. Das Nachlassen der Haftkräfte findet in den ersten 100 Stunden statt. Die Lagertemperatur hat einen sehr entscheidenden Einfluß, die nach diesen Untersuchungen bei eingepreßten Buchsen 50°C nicht überschreiten sollten (es bedeuten: Frl Längsrutschkraft; Fe Einpreßkraft). Die formelmäßige Erfassung dieser Abhängigkeiten wurde von Beshelukowa angestrebt und zwar in Form von e — Funktionen. Sie sind aber für den Anwender in der bekannten Form noch zu umfangreich. Dagegen dürften die hier gezeigten Diagramme zur Abschätzung der Haftkräfte genügen.

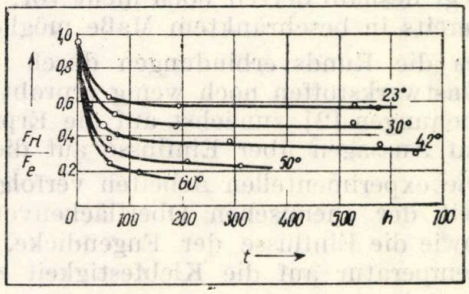


Bild 6: Einfluß der Zeit und der Temperatur auf die Haftkraft

Zusammenfassend läßt sich zur Montage von Plastgleitlagerbuchsen durch Einpressen folgendes feststellen:

a) Bei der Berechnung der Übermaße ist notwendigerweise die elastisch-plastische Verformung des Plastwerkstoffs einzubeziehen. Dabei stellen die Gleichungen nach Lundberg die derzeit geeignetste Berechnungsvorschrift dar.

b) Aus der Tendenz der Abnahme der Haftkräfte unter dem Einfluß von Zeit und Temperatur läßt sich schließen, daß eingepreßte Plastbuchsen bei Temperaturen bis 50°C dauerhaft funktionsfähig bleiben.

Für höhere Lagertemperaturen muß man die Buchse formschlüssig sichern oder einkleben.

2. Montage durch Einkleben

Diese Art der Montage von Plastgleitlagern findet man in der Praxis relativ selten. Die Ursache liegt darin, daß Plastgleitlager zunehmend aus thermoplastischen Werkstoffen bestehen, bei denen die Klebtechnologien noch nicht so bekannt sind und in vielen Fällen auch noch keine wirtschaftliche Fertigung möglich ist.

Bewährte Lagerwerkstoffe aus Thermoplaste, wie PTFE, POM und PA lassen sich ohne eine meist chemische Vorbehandlung nicht kleben. Hinzu kommt die Schwierigkeit, daß die Klebstoffe oft nicht gleichzeitig auf Metall und Thermoplast gut haften. Für diese Werkstoffpaarung befindet sich die Forschung noch auf dem Stand der Untersuchung zur Klebbarkeit und der damit erzielbaren Festigkeiten. Ein Berechnung zur Voraussage von Klebfestigkeiten und zur Dimensionierung einer Klebverbindung liegt deshalb derzeit noch nicht vor. Bei Metallpaarungen ist sie dagegen bereits in beschränktem Maße möglich.

Da die Rundsverbindungen durch Kleben mit den vorher genannten Plastwerkstoffen noch wenig erprobt sind, konzentierten sich die Untersuchungen [2] zunächst auf die Erprobung von Klebtechnologien sowie auf Aussagen über Einflusse auf die Klebfestigkeiten.

Die experimentellen Arbeiten verfolgten deshalb das Ziel, die Wirksamkeit der chemischen Oberflächenvorbehandlungen und der Klebstoffe sowie die Einflüsse der Fugendicke, der Füllstoffe im Klebstoff und der Temperatur auf die Klebfestigkeit zu erfassen.

Die Oberflächenvorbehandlung der Fügeteile sollte dabei eine gute Benetzung der Klebflächen durch den Klebstoff und die Vergrößerung der spezifischen Oberfläche der Fügeteile erreichen.

Für Plastwerkstoffe sind eine Reihe chemischer Vorbehandlungsverfahren bekannt, wie die, die vorliegenden Versuchsergebnisse zeigen, z.T. aber nicht zum Erfolg führen.

Bild 7 verdeutlicht die Wirksamkeit der Oberflächenvorbehandlung. Es zeight Druckscherfestigkeiten, d.h. die auf die Fläche bezogene Kraft beim Ausdrücken der Buchse, bei verschiedenen Werkstoffpaarungen, Klebstoffen und Vorbehandlungsverfahren.

Von großem Einfluß ist desweiteren der Einfluß der Fugendicke (Bild 8). Die Wahl derselben hängt von den Abbindebedingungen und von der Viskosität des Klebstoffs ab. Für niedrigviskose Klebstoffe, wie EGK 19 und EG 34 sind die Fugendicken kleiner zu wählen als bei höher viskosen Klebstoffen. Das Zusetzen von Füllstoffen, wie z.B. Grafit zum Klebstoff bedingt die Wahl größerer Fugendicken. Es führt aber zum Teil auch zur beträchtlichen Erhöhung der Klebfestigkeiten, da die Schrumpfspannungen dadurch abgebaut werden.

Einegrößere Beeinflussung der Wärmebeständigkeit der Klebverbindung läßt sich damit nicht erreichen.

Bild 9 zeigt den Einfluß der Temperatur auf die Klebfestigkeit. Die Wärmebeständigkeit hängt vom Klebstoff ab. Der Anwender kann diese nur

durch eine Nachhärtung bei erhöhter Temperatur voll ausschöpfen, aber nicht zusätzlich beeinflussen. Insgesamt ergeben sich zum Einkleben von Plastgleitlagerbuchsen folgende Schlußfolgerungen:

1. Die chemische Oberflächenvorbehandlung für Thermoplaste zum Kleben stellt einen wesentlichen Teil der Klebtechnologie dar. Feste Klebverbindungen werden erreicht, wenn PA mit m — Kresol, POM mit Chromschwefelsäure und PTFE mit NH_3 — Na — Lösung vorbehandelt werden.

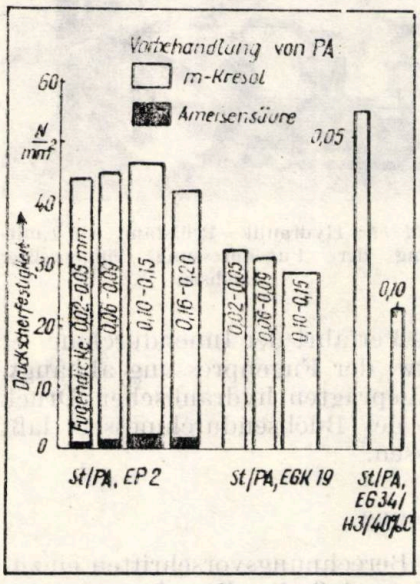


Bild 7: Einfluß der Fugendicke auf die Klebfestigkeit

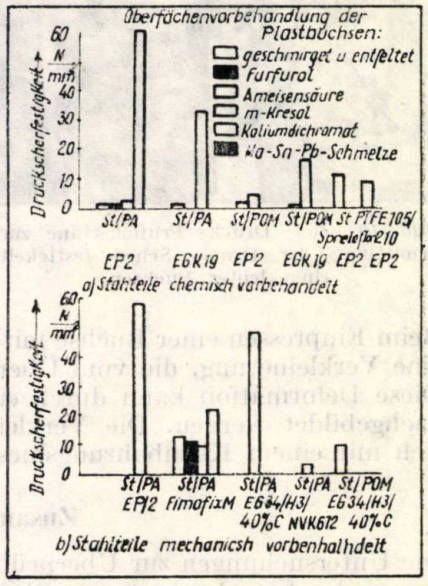


Bild 8: Einfluß der Oberflächenvorbehandlung auf die Klebfestigkeit

2. Gute Klebfestigkeiten werden mit Epoxidharz — Klebstoffen, wie EP 2, EGK 19 und EG 34 sowie Klebstoffen auf Acrylat — Basis, wie Fimofix, erreicht.

Die nächsten Bilder zeigen einige Versuchsaufbauten. Im Bild 10 ist die Zug — Druck — Prüfmaschine mit Aufbau zur Ermittlung der Druck —

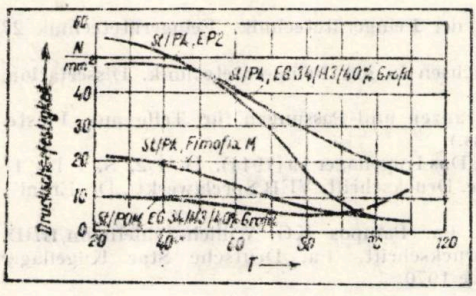


Bild 9: Einfluß der Temperatur auf die Klebfestigkeit

Scherfestigkeit als Funktion der Temperatur eingeklebter Buchsen zu sehen. Die Temperatur wird mit Hilfe von Thermoelementen gemessen. Der Prüfstand zur Prüfung eingepreßter Buchsen ist ein Hydraulik System (Bild 11), mit dem die Fugenpressung p_F ermittelt wird.

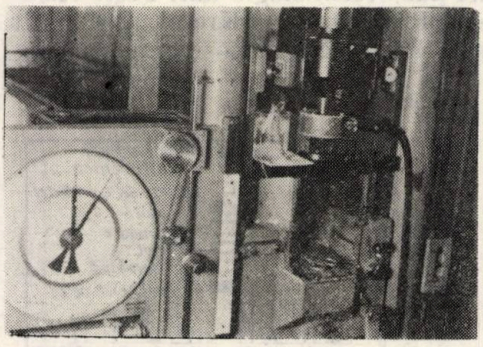


Bild 10: Zug- Druck- Prufmaschine zur Ermittlung der Druck- Scher- festigkeit eingeklebter Buchsen

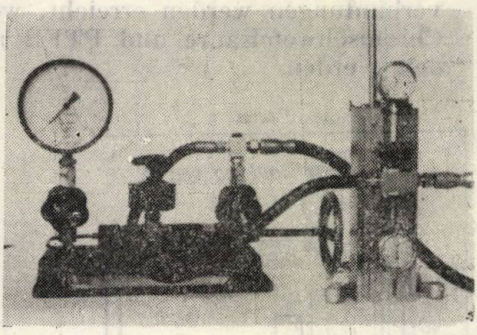


Bild 11: Hydraulik—Prüfstand zur Emittlung der Fugenpressung eingepreßter Buchsen

Beim Einpressen einer Buchse mit Übermaß erfährt der Innendurchmesser eine Verkleinerung, die vom Übermaß bzw. der Fugenpressung abhängt. Diese Deformation kann durch einen aufgeprägten hydraulischen Druck nachgebildet werden. Die Verkleinerung des Buchsendurchmessers läßt sich mit einem Kleinbohrungsmesser messen.

Zusammenfassung

Die Untersuchungen zur Uberprüfung der Berechnungsvorschriften einzüpressender Legerbuchsen aüs Plaste ergaben, daß die Berechnung nach Lundberg für die Festlegung der Paßtoleranz gut geeignet ist. Die rechnerisch ermittelten Fugenpressungen können dabei zur angenäherten Bestimmung der Haftkräfte benutzt werden. Bei Lagertemperaturen bis 50°C ist eine daüerhafte Funktionsfähigkeit eingepreßter Lagerbuchsen zu erwarten. Bei höheren Betriebstemperaturen sind die Lagerbuchsen zu kleben oder zusätzlich formschlüssig zu sichern.

LITERATUR

[1] *Krause, W., Phan Ba*: Plastgleitlager in der Feingerätetechnik. Feingerätetechnik 27 (1978), 4, S. 178

[2] *Phan Ba*: Montage von Plastgleitlagerbuchsen in der Feingerätetechnik. Dissertation, TU Dresden 1976

[3] *Vorobjew, I. A., Beshelukowa. E. F.*: Toleranzen und Passungen für Teile aus Plaste. Verlag Maschinenbau Moskau (russ.)

[4] *Lundberg, G.*: Die Festigkeit von Preßsitzen. Das Kugellager 19 (1944), H. 1/2, S. 1 bis 11

[5] * * * Buchsen, Anlaufscheiben, Gleitbeläge. Druckschrift, VEB Sprelawerke „Dr. Erani", Spremberg, Ausgabe 1970.

[6] * * * Pampos Metaloplast, Druckschrift, Fa. Pampos KG, Willich-Schiefbahn/BRD.

[7] * * * Nyliners — Kunststoffgleitlager. Druckschrift, Fa. Deutsche Star Kugellager GmbH, Schweinfurt/BRD, Ausgabe 1970.

[8] * * * Auslegung von Gleitlagern aus Hostaform, Hostadur KVP 4022, Hostalen GUR. Druckschrift, Farbwerke Hoechst AG, Frankfurt (Main)/BRD, Ausgabe 1970.

[9] *Gitter, J.* : Wartungsfreie Gleitlager. Schmierungstechnik 3 (1972) 3, S. 81—87.

[10] *Erhard, G., Striekle, E.* : Gleitelemente aus thermoplastischen Kunststoffen. Kunststoffe 62 (1972), 1, S. 2—9 ; 4, S. 232—234 und 5, S. 282—288.

[11] * * * VDI — Richtlinie 2541 : Gleitlager aus thermoplastischen Kunststoffen ohne Zusatzstoffe. Ausgabe 1973

[12] *Hildebrand, S., Krause, W.* : Fertigungsgerechtes Gestalten in der Feingerätetechnik. Berlin : VEB Verlag Technik 1977.

Montarea lagărelor de alunecare din materiale plastice prin presare și lipire

În articol se descrie posibilitatea, montării de bucșe de alunecare din material plastic, prin presare sau lipire, care prezintă interes deosebit datorită avantajelor economice , eliminîndu-se elementele suplimentare de prindere. Problemele teoretice ale lucrării sînt completate cu încercări experimentale cuprinzătoare care garantează utilitatea practică a lucrării.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

TERMOTEHNICĂ

C.Z.: 621.1.01:535.87

REALIZAREA ȘI TESTAREA UNOR CAPTATOARE SOLARE CU CONCENTRATORI CILINDRO-PARABOLICI CU DESCHIDEREA DE 1 m, 2 m și 4 m

S. PETRESCU, AL. DĂNESCU, D. ȘTEFĂNESCU, T. DUICU, S. DIMITRIU, STANCA TRIFAN, MARIETA GRIGORIU, O. MĂLĂNCIOIU, N. BĂRAN, T. BRUSALIS*

Sînt prezentate rezultatele încercărilor efectuate în cadrul laboratorului de Termotehnică din I.P.B. cu captatoare solare cu concentratori cilindro-parabolici cu deschiderea de 1 m, 2 m și 4 m. și diverse suprafețe (0,2 m²; 2 m², 8 m²; 12 m², 24 m², 36 m²).

În toate cazurile s-au obținut temperaturi în jur de 300—310°C în mod uzual, iar temperatura maximă de echilibru a fost de 350°C. S-au testat diverse tipuri de receptoare de radiație concentrată (U, V, Plan) obținîndu-se abur cu performanțele maxime 220°C și 20 bar.

Oglinda cilindro-parabolică cu ajutorul căreia au fost efectuate primele încercări experimentale a fost construită din tablă de oțel inoxidabil cu următorii parametri: deschiderea $D = 1$ m; unghiul de deschidere $u = 60°$ și distanța focală $f = 0{,}433$ m. Foaia de tablă utilizată a avut lățimea de 200 mm și grosimea de 1 mm.

În scopul obținerii unei mai bune concentrări a razelor pe linia focarelor și a măririi stabilității oglinzii metalice în timpul manevrărilor și reglării poziției sale, s-au construit, după profilul parabolic al oglinzii, două suporturi laterale din tablă de oțel cu grosimea de 2 mm (fig. 1). Tabla de inox a fost fixată pe cele două suporturi profilate cu ajutorul unor benzi metalice subțiri, care au asigurat o bună realizare a profilului parabolic de către oglindă. Cele două suporturi au fost rigidizate cu ajutorul a patru tije de oțel.

Pentru asigurarea posibilității de orientare a oglinzii, s-a construi un dispozitiv de susținere și reglare manuală a poziției oglinzii, conform schiței din fig. 2.

Manuscris predat redacției la data de 24 decembrie 1977

* Conf. dr. ing., Prof. dr. ing., Conf ing., Șef lucrări ing., Asistent ing., Șef lucrări ing., Șef lucrări dr. ing., Șef lucrări dr. ing., Asistent ing., Șef lucrări ing. Catedra de Termotehnică și mașini termice.

Determinarea valorii randamentului de captare a energiei transmisă prin radiație termică solară s-a făcut prin plasarea pe linia focală a oglinzii a unei eprubete de sticlă conținînd o tijă de cărbune spectral și apă.

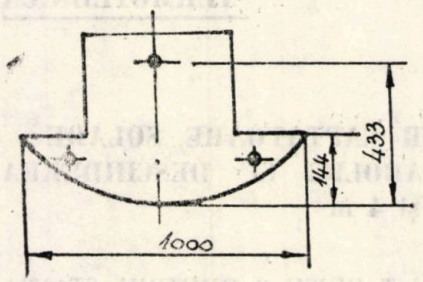


Fig. 1

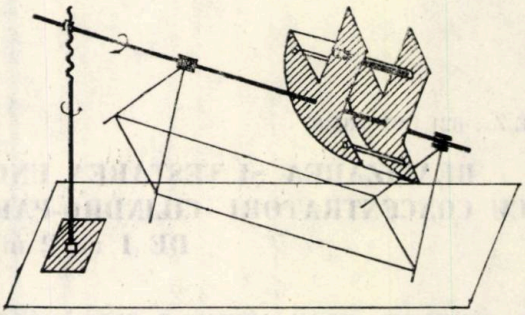


Fig. 2

Captatorul a fost construit din :

— 13,44 g cărbune spectral avînd căldura specifică 2,09 $\frac{kJ}{kg \cdot k}$;

— 10,10 g sticlă avînd căldura specifică 0,481 $\frac{kJ}{kg \cdot k}$;

— 15,80 g apă avînd căldura specifică 4,18 $\frac{kJ}{kg \cdot k}$;

— 4,16 g cauciuc avînd căldura specifică 0,167 $\frac{kJ}{kg \cdot k}$;

— 17,56 g azbest avînd căldura specifică 0,795 $\frac{kJ}{kg \cdot k}$;

adică în total : 63,81 g. Cu aceste date a rezultat capacitatea calorică a captatorului :

$$C = \Sigma\, m_i c_i = 119{,}27\ 10^{-3}\ kJ/grd \qquad (1)$$

Temperatura inițială a sistemului fiind de 20°C, ajungînd la punctul de fierbere, la presiunea atmosferică, apa a preluat o cantitate de căldură.

$$Q = C \cdot \Delta t = 9{,}542\ kJ \qquad (2)$$

Atingerea punctului de vaporizare, producîndu-se la 2 minute după plasarea captatorului în focar, fluxul termic absorbit a fost de 261,2 kJ/h, ceea ce, pentru aria radiantă a oglinzii de 0,1235 m² conduce la o densitate de flux de căldură de 0,643 $\frac{kW}{m^2}$. Corespunzător condițiilor meteorologice ale zilei respective, valoarea intensității radiației solare fiind de 0,9 kW/m², rezultă un randament de captare al căldurii de 71,5% (la o temperatură medie de 60°C).

După atingerea temperaturii de vaporizare, în timp de 10 minute s-au vaporizat 10 g de apă, absorbind o cantitate de căldură de 25,08 kJ ceea ce corespunde la un flux termic de 43 W și la o densitate de flux de 0,34 $\frac{kW}{m^2}$. Rezultă pentru perioada de vaporizare un randament de captare de 37,8% (la o temperatură medie de 100°C).

Considerînd un ciclu Carnot care s-ar desfășura între temperatura de 100°C, corespunzătoare vaporizării apei la presiunea atmosferică și temperatura de 20°C corespunzătoare mediului ambiant, s-ar obține un randament termic $\eta_C = 21{,}4\,\%$.

Pentru o mașină termică reală, considerînd o valoare acoperitoare pentru randamentul intern, $\eta_i = 30\,\%$, și un randament de ireversibitate a ciclului de $\eta_{ir} = 0{,}3$ rezultă o valoare a randamentului total

$$\eta_T = \eta_i \cdot \eta_C \cdot \eta_{ir} \approx 2\,\% \tag{3}$$

Deși încercările efectuate cu acest prim dispozitiv experimental nu au o precizie foarte mare, ele au meritul de a fi condus la precizarea mersului ulterior al experimentelor. S-au impus :

— necesitatea reducerii schimbului de căldură convectiv cu exteriorul ;

— determinarea precisă a lățimii focarului ;

— stabilirea unui dispozitiv de orientare a oglinzii în direcția soarelui.

Din unele încercări experimentale a rezultat posibilitatea obținerii în focar a unor temperaturi de pînă la 310°C (de remarcat că aceste experiențe s-au făcut în septembrie).

Randamentele de captare a energiei radiației termice solare s-au situat la valori în jur de 30%, comparabile cu cele din literatură. Acestea au condus la concluzia posibilității obținerii unei puteri utilizabile de 1 kW date de un motor solar prin folosirea unor oglinzi cilindro-parabolice cu suprafața totală de cca. 80 m².

Pe baza concluziilor experimentărilor preliminare, s-a trecut la măsurători termometrice, în scopul determinării temperaturilor maxime ce pot fi atinse la diverse ore ale zilei și a lățimii aproximative a focarului.

a) Experimentări cu menținerea unei poziții fixe a oglinzii

S-a fixat oglinda în poziția de captare a razelor solare pe toată suprafața sa reflectantă, sub unghiul optim. În focarul oglinzii s-a montat un termocuplu fier-constantan care indică temperatura momentană din focar.

S-a fixat poziția oglinzii astfel ca, la începutul experiementării, razele reflectate de oglindă să formeze un focar în poziție laterală față de poziția focarului în cazul orientării perfecte. Datorită rotației pămîntului poziția focarului s-a deplasat coincizînd la un moment dat cu poziția calculată pentru focarul oglinzii, în care se găsea termocuplul. În acest moment, milivoltmetrul a indicat temperatura maximă.

Măsurînd timpul în care s-a produs creșterea temperaturii pînă la valoarea maximă și apoi scăderea sa pînă la temperatura ambiantă se

poate determina lățimea focarului. În medie acest interval de timp a fost de 30 minute, ceea ce corespunde la un unghi de rotație a pămîntului de 7°30′.

Cunoașterea acestui unghi dă posibilitatea calculării lățimii focarului r_F în funcție de distanța focală f:

$$r_F = f \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \tag{4}$$

în care α este unghiul de rotație al pămîntului. Rezultă:

$$r_F = 28{,}4 \text{ mm}$$

Aceste experimentări s-au efectuat de mai multe ori pe parcursul aceleiași zile și s-au construit curbele de variație ale temperaturii în funcție de timp.

Prima experimentare s-a efectuat între orele 8^{50} și 9^{25}, fără a proteja termocuplul montat într-o eprubetă așezată în focar cu teacă de azbest pe partea opusă suprafeței reflectante a oglinzii. Valoarea maximă a temperaturii (118°C) este relativ coborîtă, intensitatea fluxului radiației termice solare fiind mai redusă în cursul dimineții. Variația temperaturii măsurate în focar t (°C), în funcție de timp τ (min) este redată în figura 3.

Rezultă o temperatură medie pentru întregul interval; care include atît perioada de situare a termocuplului în focar cît și perioadele în care termocuplul s-a aflat în zonele adiacente lățimii focarului — de 77,5°C.

A doua experimentare s-a efectuat în intervalul 10^{10}—10^{35} în condițiile unei insolații crescute. Nici de data asta termocuplul nu a fost protejat cu teacă de azbest pe partea opusă suprafeței reflectante a oglinzii.

Rezultă o temperatură medie pentru întregul interval de 96,5°C.

Variația t (°C) — τ (min) este redată în figura 4.

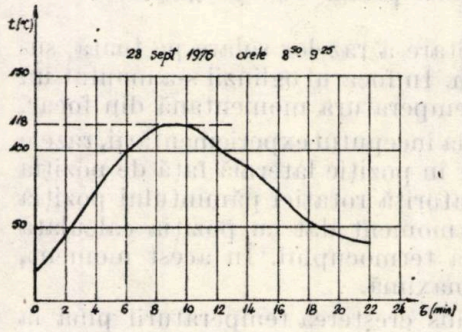


Fig. 3

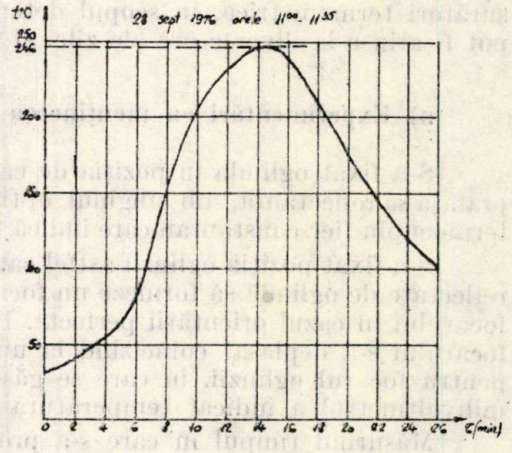


Fig. 4

A treia experimentare s-a realizat în intervalul de timp 11^{00}—11^{35} în condiții de flux termic solar de valoare ridicată.

Temperatura medie a rezultat: 132°C.

La această experimentare termocuplul a fost protejat cu o teacă de azbest pe partea opusă suprafeței reflectante a oglinzii.

Variația t (°C) — τ (min) este redată în figura 5. Temperatura maximă atinsă a fost de 245°C.

Pe axa absciselor celor trei diagrame s-a plasat și lățimea focarului $x_F = 28{,}4$ mm. Astfel curbele t (°C) — τ (min) arată în același timp și modul de variație a temperaturii pe lățimea focarului.

Alura diferită a ramurilor ascendentă și descendentă ale curbei t (°C) — τ (min) se explică prin inerția termică a termocuplului care determină o revenire mai înceată a temperaturii la valoarea temperaturii mediului ambiant.

b) Experimentări cu orientarea continuă a poziției oglinzii

Nebeneficiind de un dispozitiv pentru orientarea automată a oglinzii cilindro-parabolice în corelație cu poziția soarelui pe boltă, s-a procedat la o orientare manuală efectuată la intervale dese. S-a urmărit determinarea temperaturii ce se obține în focarul oglinzii, de-a-lungul unei zile (de toamnă) caracterizată printr-o nebulozitate ușoară, dată de fișii subțiri de nori și pîclă persistentă.

În figura 6 s-a reprezentat variația în timp a temperaturii în focar, măsurată cu ajutorul unui termocuplu, fier-constantan introduse într-o eprubetă de sticlă, care a fost protejată cu o teacă de azbest pe fața opusă suprafeței reflectante a oglinzii.

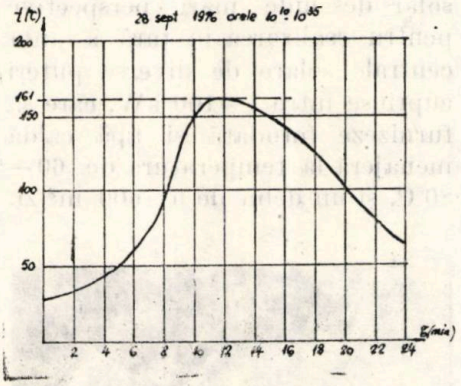


Fig. 5

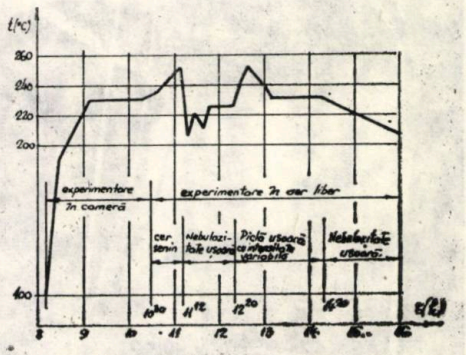


Fig. 6

Se constată influența importantă pe care **o are asupra temperaturii** deci, și asupra densității fluxului termic **al soarelui, nebulozitatea atmosferică.** Se poate de asemenea aprecia că insolația **maximă** se obține între orele 11^{00}—14^{00}, dar ea are valori importante și în **intervalele** 9^{00} — 11^{00} și 14^{00} — 16^{00}.

c) Dezvoltarea ulterioară a experimentelor

Pornind de la rezultatele preliminarii promițătoare obținute în toamna anului 1976 cu oglinda cilindro-parabolică cu deschiderea de 1 m, prezentate mai sus, s-a trecut în anii care au urmat, la proiectarea și realizarea unor captatoare cu oglinzi cilindro-parabolice tot mai mari. Astfel s-au realizat succesiv oglinzi cu suprafața de captare de : 2 m^2, 8 m^2, 12 m^2, 24 m^2, 36 m^2 și receptoare de radiație concentrată de diverse forme constructive : cu secțiune de tip *U*, de tip *V*, de tip plan).

Rezultatele obținute cu aceste oglinzi și receptoare [3—6], prezentate în tabela 1, sînt comparabile cu cele semnalate în literatura de specialitate, iar uneori sînt superioare acestora. Se remarcă în mod deosebit realizarea oglinzilor cilindro-parabolice cu deschidere de 4 m. În ceea ce privește temperatura maximă de echilibru atinsă în focar de 350°C și cea a agentului termic (abur) de 220°C aceste rezultate sînt comparabile cu cele din literatura de specialitate, de ex. cele raportate de firma M.A.N. din RFG [7] și cercetările efectuate în SUA [2, 8].

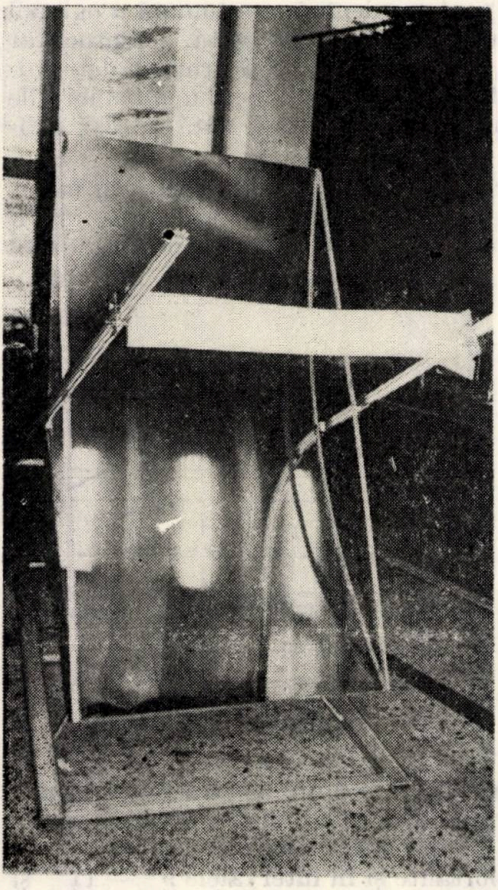


Fig. 7

Pe baza rezultatelor obținute cu oglinzile notate în tabela 1 cu numerele 1—6, s-a proiectat la Catedra de Termotehnică un cazan solar cu oglinzi cilindro-parabolice cu deschiderea de 4 m și suprafața de 128 m^2 ce urmează a fi montat și testat în vara și toamna anului 1979 (poziția 7 în tabelul 1).

Realizarea acestui cazan solar deschide mari perspective pentru realizarea în țară a unor centrale solare de diverse puteri cuprinse între 1—100 kW, care să furnizeze totodată și apă caldă menajeră la temperatura de 60—80°C, și un debit de 6—600 m^3/zi.

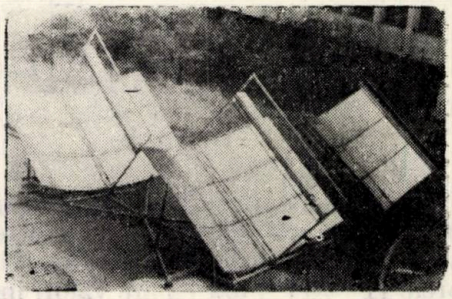


Fig. 8

Tabelul 1

Performanțele experimentale obținute cu diverse oglinzi cilindro-parabolice

Oglinda nr.		$D(m)$	$L(m)$	$S(m^2)$	Tipul Receptorului	Temp. max. de echilibru	Temp. max. a vaporilor	Data. Insolația
1		1	20	0,2 m²	Eprubetă de sticlă cu cărbune	300°C	100°C (1 bar)	Sept. 1976
2 (fig. 7)		2	1	2 m²	Trei tuburi de cupru în serie, U	310°C	190°C (1 bar)	Nov. 1976
3		4	2	8 m²	Serpentină de oțel, tip U	350°C	140°C (1,3 bar)	Vara 1977
4	a	4	3	12 m²	Țevi de oțel cu circulație naturală, V	350°C	170°C (6 bar)	mai-iunie 1978
	b	4	3	12 m²	Receptor plan din Cu neizolat nevopsit	350°C	135°C	iunie 1978
	c	4	3	12 m²	Receptor plan din Cu : — vopsit — neizolat	350°C	155°C	iulie 1978
	d	4	3	12 m²	Receptor plan din Cu : — vopsit — izolat cu un strat	350°C	174°C	10 august 1978 Ins. = 0,865 kW/m²
5 Cazan solar de 24 m² cu 2 module de 12 m² legate în serie		4	3	2 module de 12 m² = 24 m²	Receptor plan cu țeavă de Cupru	350°C	208°C (17 bar)	3 oct. 1978 Ins. = 0,66 kW/m²
6 Cazan solar de 36 m² : 3 module de 12 m² legate în serie (fig. 8)		4	3	3 module de 12 m² = 36 m²	Receptor plan : — țeavă Cu — izolat cu 2 straturi — vopsit — geam	350°C	220°C (p = 20 bar)	10 oct. 1978 Ins. = 0,84 kW/m²
7 Proiect de cazan solar cu S = 128m		4	8	4 module de 32 m² = 128 m²	Receptoare plane, Cu	350°C	Parametrii estimați : 200—220°C (10—20 bar)	Testare prealabilă în vara și toamna lui 1980

BIBLIOGRAFIE

1. *S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ștefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu,* Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Nr. 1/1979 Seria Mecanică, tom XLI
2. *J. A. Duffie, W. A. Beckman.* Solar Energy Thermal Processes. John Willey Sons New. York, 1974.
3. *S. Petrescu, Al. Dănescu, N. Băran, S. Dimitriu,* Experimental Researches Concerning the use of Solar Energy in the generation of Electric Energy. Proceedings of the 2nd International Forum in Conjunction with the 17th Annual Meeting of COMPLES 12—14 July 1978. Hamburg RFG.
4. *Al. Dănescu, S. Petrescu.* 1—10 kW Solar Power Plant with Cilindro-Parabolic Concentrators. Lucrările Simpozionului Româno-Austriac — Tehnologii de utilizarea energiei solare. București 15—17 ian. 1979.
5. *Al. Dănescu, S. Petrescu, N. Băran, S. Dimitriu.* Experimental Researches of the Solar Radiation Concentration with Cilindrical-Parabolic Mirrors. Revue Roumaine de Sciences Techniques (under press) 1979.
6. *S. Petrescu, S. Trifan, Al. Dănescu, M. Grigoriu, N. Băran* Solar Boiler with Cilindro-Parabolic Concentrator with 4 m span and area of 12 m², Solar Energy) under press).
7. *Joerg Feustel.* Development of Surall Solar Power Systems — MAN — Proceedings of the International Congress Science, Technology and Economy of Solar Energy. Genova, June 15 —18 , 1978.
8. *Michael W. Edenburn.* Performance Analysis of a Cilindrical-Parabolic Focussing Collector and Comparison with Experimental Results, Solar Energy, vol. 18, pp. 437—444, Pergamon Press, 1976.
9. *Gerhard Faninger.* Solar Thermal Power Stations. Lucrările Simpozionului Româno-Austriac. Tehnologii de utilizare a energiei solare. București, 15—17 ian. 1979.
10. * * * Austrian 10 kwe Solar Power Plant. A Project of the Federal Ministry for Science and Research. Vienna 1977. Published by the Federal Press Service.

Solar Focussing Collectors with Cilindro-parabolic Mirrors with Different Spans: 1 m, 2 m and 4 m

In this paper are sowhn the results of the experiments realized in the Engineering Thermodynamics laboratory of the Polytechnical Institute of Bucharest with focussing collectors using cylindro-parabolic mirrors with different span: 1 m, 2 m, 4 m and different arreas: 0,2 m²; 2 m²; 8 m²; 12 m²; 24 m²; 36 m².

With all of these we have obtained usually a temperature of 300—310°C, and a maximum equilibrium temperature 350°C. We have tested different types of receivers for concentrated radiation (U, V, Plan shape) obtaining steam with maximum performances of 220°C and 20 bar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z. ; 621.43.4

CONTROLUL PERFORMANȚELOR ÎN REGIMURI DE SARCINĂ ȘI TURAȚIE REDUSE LA MOTORUL ARO L—25 PRIN MODIFICAREA FAZELOR DE DISTRIBUȚIE

B. GRÜNWALD, S. SAVIUC, V. GHEORGHIU*

Cu ajutorul unui program de calcul al schimbului de gaze se stabilește influența fazelor de distribuție asupra masei de gaze reziduale, puterii și randamentului motorului ARO L—25 în regimuri de sarcină și turație reduse. Rezultatele calculului se confruntă cu măsurătorile experimentale efectuate pe un motor ARO L—25 adaptat pentru modificarea continuă a fazelor de distribuție în funcționare. Se conchide asupra fazelor optime de distribuție sub aspectul reducerii consumului specific de combustibil și conținutului de noxe din gazele de evacuare.

Cercetările privind optimizarea fazelor de distribuție la motorul cu aprindere prin scînteie s-au concentrat asupra regimurilor de vîrf urmărind obținerea unei valori ridicate a gradului de umplere sau a unei variații convenabile a acestuia, la sarcină totală.

În regimurile de sarcină redusă problema fazelor de distribuție e diferită. Deoarece un reglaj nesatisfăcător se compensează prin deschiderea suplimentară a obturatorului, fazele optime nu interesează pentru performanța de putere sau moment. La sarcini și turații reduse fazele de distribuție ar putea să influențeze alte două performanțe : consumul specific de combustibil și concentrația de noxe. Întrebarea „de ce la deschiderea parțială a obturatorului s-ar putea obține performanțe mai bune de consum specific de combustibil cînd se variază fazele de distribuție?" nu are un răspuns evident.

În trecut s-a considerat că la sarcini mici, presiunea și turbulența reduse sînt răspunzătoare pentru viteza mică de ardere și deci pentru randamentele scăzute. Un pas înainte, în domeniul cunoașterii, a fost făcut cu prilejul cercetării cauzelor care generează produși nocivi în gazele de evacuare, la sarcini reduse. Un experiment de mare valoare a fost făcut [1] cu un motor echipat cu o chiulasă de cuarț, care a funcționat

Manuscris predat redacției, la data de 16 martie 1979

* Prof. dr. ing. Catedra de motoare cu ardere internă ; Ing. I.C.P.T.TC., Asistent ing. Catedra de motoare cu ardere internă

la sarcini reduse. S-a fotografiat camera de ardere într-un ciclu normal apoi, într-un ciclu cu aprindere, precedat de o succesiune de patru cicluri fără aprindere, în care s-a asigurat baleierea completă a gazelor reziduale. S-a evidențiat cu această ocazie că, în absența gazelor reziduale, chiar la presiunile mici din cilindru corespunzătoare sarcinilor reduse, arderea decurge rapid și cuprinde în întregime amestecul. Experimentul a arătat că propagarea decurge normal și este posibilă chiar în condițiile unor sarcini mici dacă amestecul nu este diluat cu gaze reziduale. Motorul supracomprimat reprezintă o soluție pentru mărirea vitezei de ardere, la sarcini reduse, prin efectul de presiune și temperatură. Reducerea masei de gaze reziduale din cilindru poate constitui o alternativă pentru mărirea vitezei de ardere, în măsură să conducă la o scădere a consumului specific de combustibil. Acest obiectiv se urmărește în lucrarea de față, prin variația fazelor de distribuție la sarcini și turații reduse. Cercetarea s-a efectuat pe motorul de serie ARO L—25.

Autorii au acționat pe două căi:

1. au elaborat un program de calcul al schimbului de gaze cu ajutorul căruia și-au propus să cerceteze influența fazelor de distribuție în regimuri de sarcină și turație reduse asupra masei de gaze reziduale din cilindrul motorului ARO L—25 asupra puterii, gradului de umplere și randamentului indicat;

2. au investigat motorul ARO L—25 în funcționare, după ce a fost echipat cu un mecanism de variație continuă a fazelor de distribuție în regim de lucru.

Particularitățile programului de calcul au fost expuse într-o lucrare anterioară [2]. Programul permite calculul schimbului de gaze în mai multe ipoteze dintre care s-a ales aceea a curgerii fluidului proaspăt cu viteză variabilă prin conducte. S-a apreciat că la motorul cu aprindere prin scînteie în regimurile de sarcini mici, prin obturarea parțială a conductei, regimul dinamic de curgere este practic eliminat. La aceeași concluzie se ajunge și în lucrarea [3]. Pentru calculul schimbului de gaze trebuie să se precizeze condițiile inițiale de curgere, adică presiunea și temperatura în momentul deschiderii supapei de evacuare. Ca urmare, programul efectuează calculul complet al ciclului, presupunînd că arderea decurge după o lege de tip Vibe iar fluidul motor schimbă căldură cu pereții. Întrucît la declanșarea calculului condițiile inițiale se aleg, se parcurg succesiv 2—4 cicluri pînă cînd eroarea la parametri de stare din momentul deschiderii supapei de evacuare devine mai mică decît 1%. Programul a fost rulat pe calculatorul Felix—256, la Institutul politehnic din București.

Dispozitivul de variație continuă a fazelor de distribuție la motorul ARO L—25 a fost prezentat într-o lucrare anterioară [4]. Dispozitivul se compune din opt mecanisme diferențiale, cîte unul pentru fiecare camă. Schema cinematică a unui mecanism se arată în figura 1. Axul port-camă I, acționat de arborele cotit, transmite mișcarea la axul planetar II; camă primește mișcarea de la axul II prin o transmisie cu roți planetare și se rotește liber cu avans sau cu întîrziere față de axul I. Sistemul permite modificarea momentelor de deschidere și închidere a supapelor cu o precizie de 10′, menținînd însă neschimbată durata totală de deschidere. Motorul ARO L—25 echipat cu mecanismul de variație a fazelor de distri-

buție în funcționare a fost montat pe o frînă Schenck și echipat cu un număr de receptori de presiune și temperatură care controlează regimul lui funcțional și termic. În timpul încercărilor s-a urmărit concentrația de HC, CO, NO_x din gazele de evacuare cu ajutorul unui echipament de măsură Beckman. Încercările experimentale s-au efectuat la Institutul de cercetări și proiectări tehnologice în transporturi București.

Investigația s-a efectuat, experimental și analitic, pentru aceleași regimuri de funcționare a motorului. S-au cercetat două regimuri distincte de sarcină și turație precizate în figura 2 : unul corespunde turației de 1700

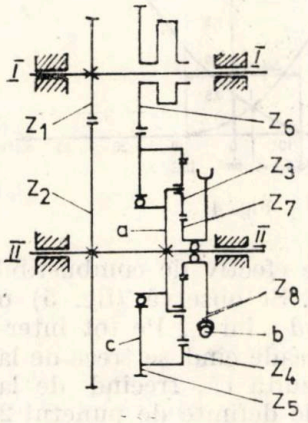


Fig. 1

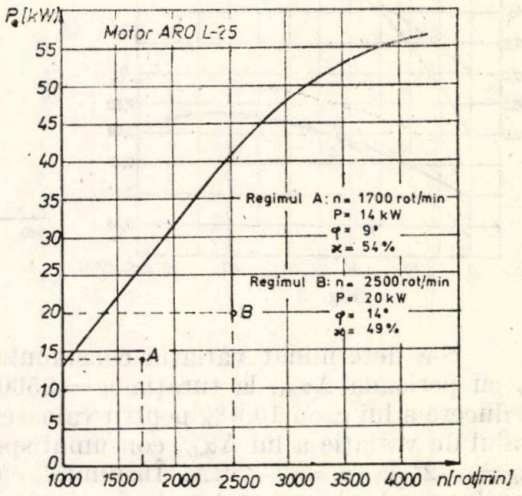


Fig. 2

rot/min, cu o deschidere a obturatorului de 9°, celălalt, turației de 2500 rot/min cu o deschidere a obturatorului de 14°. Regimurile au fost determinate pe baza unui studiu statistic efectuat pe turismul de teren ARO 240 și autofurgoneta TV 12 F [5]. Ele reprezintă regimurile cu cea mai mare frecvență cînd autovehiculele menționate lucrează cu încărcarea și la deplasarea corespunzătoare din exploatare. În programul de calcul, influența închiderii obturatorului s-a evaluat printr-un coeficient de rezistență gazo-dinamică a traseului de admisiune definit astfel încît la turațiile amintite să se obțină puteri apropiate ($\pm$ 1 CP) cu acelea determinate experimental. În figura 3 se arată comparativ puterea P_e și gradul de umplere η_v, determinate pentru regimul de 2500 rot/min prin calcul (C) experimental (E), în funcție de perioada deschiderii simultane a supapelor $\Delta\alpha_{ds}$.

Pentru studiul fazelor de distribuție s-a ales ca parametru variabil durata deschiderii simultane a supapelor. Durata standard este de 20° RA (figura 4) ; ea a fost redusă în două trepte pînă la anulare și amplificată în trei trepte. Au rezultat astfel cinci valori distincte pentru $\Delta\alpha_{ds}$ = = 0°, 10°, 20°, 30°, 40° și 50° RA. S-a cercetat în plus poziționarea pe ciclu a fiecărei durate, definită prin unghiul α_i care corespunde inter-

secţiei legii de ridicare h a supapelor. Valoarea standard a lui α_i este $\alpha_i = -2°$, iar valoarea nouă $\alpha = +3°$RA, adică 2°RA avans faţă de p.m.i. şi 3° RA întîrziere faţă de p.m.i. În timpul încercărilor, reglajul dozajului a rămas nemodificat iar variaţia coeficientului de exces al aerului este practic invariabilă.

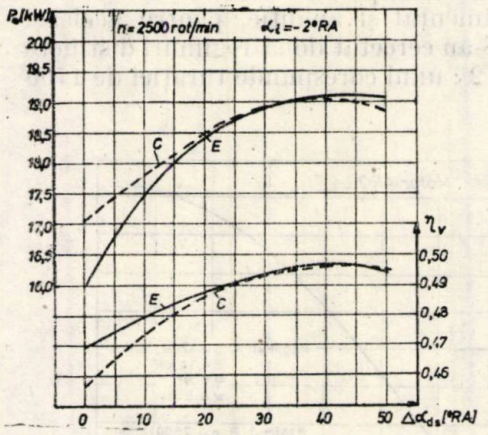


Fig. 3

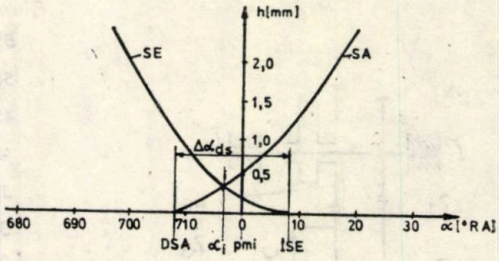


Fig. 4

S-a determinat variaţia consumului specific efectiv de combustibil c_e cu perioada $\Delta\alpha_{ds}$, la turaţia $n = 2500$ rot/min. Se observă (fig. 5) o reducere a lui c_e cu 10,9% pentru valoarea standard a lui α_i. Pe tot intervalul de variaţie a lui $\Delta\alpha_{ds}$, consumul specific c_e scade cînd se trece de la $\alpha_i = -2°$ la $\alpha_i = +3°$RA. Însumînd efectele rezultă că, trecînd de la fazele standard, punctul 1, la fazele de distribuţie definite de punctul 2 ($\Delta\alpha_{ds}$=40°RA, α_i=+3°RA) economia de combustibil este de 4,3%. La turaţia $n = 1700$ rot/min (fig. 6) rezultatele sînt similare. Reducerea glo-

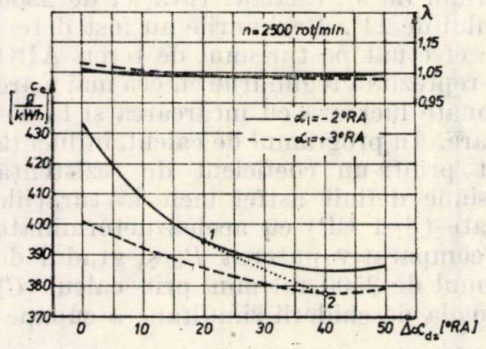


Fig. 5

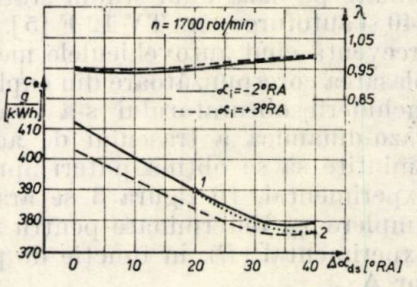


Fig. 6

bală de consum specific, care se obţine cînd se trece de la $\Delta\alpha_{ds} = 0°$ şi $\alpha_i = -2°$RA la $\Delta\alpha_{ds} = 40°$ şi $\alpha_i = +3°$RA este de 9%.

Reducerea consumului specific s-ar explica prin două împrejurări: una de natură cinetică şi anume mărirea vitezei de ardere; alta de natură

gazo-dinamică şi anume reducerea lucrului mecanic de pompaj. Mărirea vitezei de ardere este determinată de reducerea gradului de diluare a fluidului motor cu gaze reziduale, dacă toţi ceilalţi factori rămîn neschimbaţi. S-a calculat cantitatea de gaze reziduale din cilindru şi s-a constatat că la mărirea duratei de deschidere simultană a supapelor, coeficientul gazelor reziduale înregistrează o reducere de 25,7% pentru $n = 2500$ rot/min (fig. 7) şi de 15,4% pentru $n = 1700$ rot/min (fig. 8). Programul de calcul

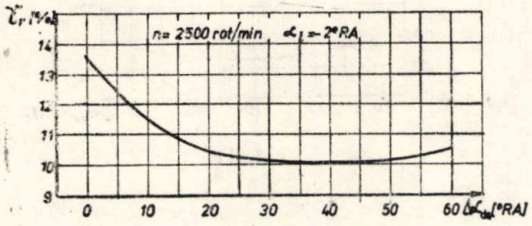


Fig. 7

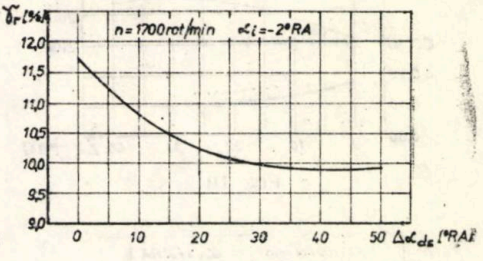


Fig. 8

nu a fost în măsură să sesizeze modificările cinetice din timpul arderii dar a însumat lucrul mecanic efectuat sau primit de fluidul motor în toate cele patru curse ale pistonului. Nefiind motive pentru variaţia lucrului mecanic determinată prin calcul, în procesele de comprimare, ardere, destindere, modificarea randamentului indicat η_i ilustrează numai variaţia lucrului mecanic de pompaj. Faptul că η_i rămîne practic acelaşi cînd se modifică $\Delta\alpha_{ds}$ (fig. 9) permite să se conchidă că lucrul mecanic de pompaj nu este influenţat de durata deschiderii simultane a supapelor. Concluzia nu pare veridică dacă este judecată prin prisma regimurilor de vîrf ale motorului. Dar, la sarcină şi turaţie reduse, pe deoparte, masa de gaze de evacuare este mai mică, pe de altă parte, timpul de schimbare a gazelor se amplifică. Astfel, chiar dacă supapa de evacuare se închide în punctul mort interior, pistonul nu trebuie să efectueze un lucru mecanic suplimentar pentru evacuarea forţată a gazelor de ardere. Rămîne atunci ca singură explicaţie posibilă a reducerii lui c_e, aceea de natură cinetică.

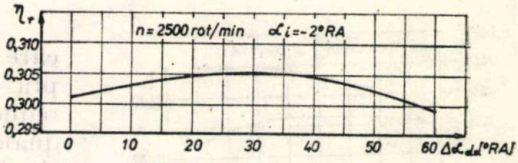


Fig. 9

De altfel, modificarea concentraţiei substanţelor nocive din gazele de evacuare este în măsură să întărească această concluzie. Astfel, măsurătorile indică o reducere a concentraţiei de CO şi HC, atît la $n = 1700$ rot/min (fig. 10, 12) cît şi la $n = 2500$ rot/min (fig. 11, 13), ceea ce este explicabil prin creşterea vitezei de reacţie. Creşterea concentraţiei de NO_x cu mărirea lui $\Delta\alpha_{ds}$ începînd de la valoarea $\Delta\alpha_{ds} = 0$ este explicabilă prin doi factori, unul fiind mărirea vitezei de ardere, celălalt reducerea concentraţiei de gaze reziduale. Primul factor determină o sporire a presiunii şi

temperaturii fluidului motor și amplifică viteza reacțiilor care generează NO_x. S-a dovedit că prin recircularea de gaze arse se obține o reducere a concentrației de NO_x ceea ce se explică prin influența fizică și cinetică pe

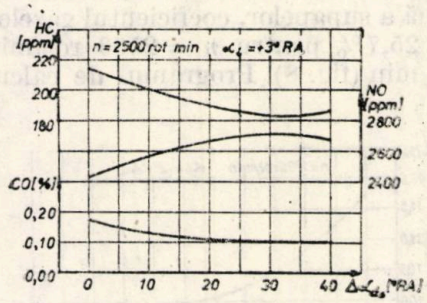


Fig. 10

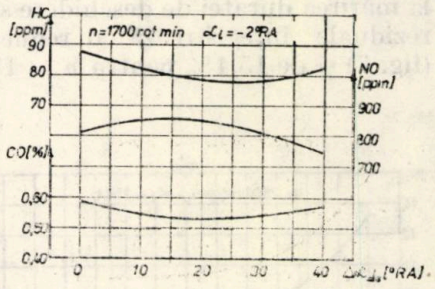


Fig. 11

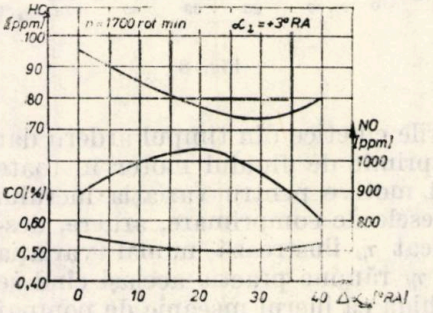


Fig. 12

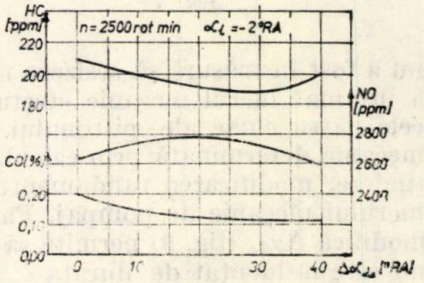


Fig. 13

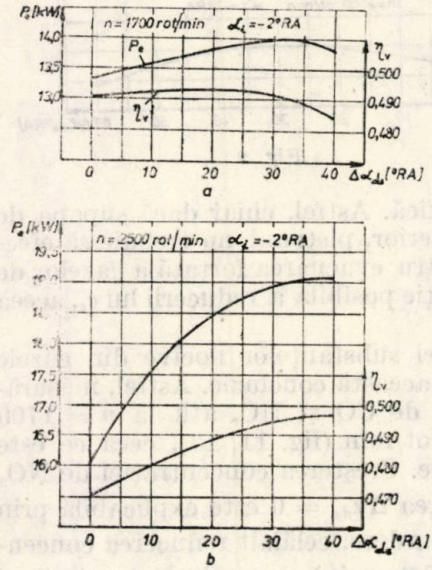


Fig. 14

care o exercită gazele reziduale asupra mecanismului Zeldovici. Atunci, reducerea concentrației de gaze reziduale trebuie să sporească concentrația de NO_x ceea ce coincide cu măsurătorile efectuate. La valori mari ale perioadei $\Delta\alpha_{ds}$, concentrația de NO_x începe să scadă. Evenimentul se corelează de astădată cu reducerea gradului de umplere.

Se constată că la mărirea perioadei $\Delta\alpha_{ds}$, puterea crește (fig. 14) ceea ce s-ar pune pe seama reducerii consumului specific de combustibil, deci pe seama creșterii randamentului indicat. Se știe că, dacă n = constant, puterea efectivă a unui motor pe stand este $P_e \sim \eta_e \times \eta_v/\lambda$ sau $P_e \sim \eta_i \times \eta_v$ deoarece λ și η_m nu s-au schimbat în timpul încercărilor.

Puterea efectivă crește la $n = 2500$ rot/min cu 19,4% cînd se trece de la $\Delta\alpha_{ds} = 0$ la $\Delta\alpha_{ds} = 40°$ RA. Întrucît reducerea consumului specific c_e este de numai 11%, rezultă că creșterea trebuie pusă și pe seama sporirii gradului de umplere, ceea ce se confirmă experimental: la $n=2500$ rot/min η_v crește cu aproape 6%. La turația de 1700 rot/min, η_v începe să scadă în domeniul valorilor mari ale lui $\Delta\alpha_{ds}$ și explică reducerea lui NO_x.

În concluzie, se observă că modificarea perioadei de deschidere simultană a supapelor este în măsură să ofere un avantaj interesant în exploatarea sub aspectul reducerii consumului specific de combustibil ca și al reducerii concentrației de substanțe nocive din gazele de evacuare. Efectele obținute sînt determinate, în primul rînd, de creșterea eficienței procesului de ardere, prin reducerea gradului de diluare a fluidului motor cu gaze reziduale.

BIBLIOGRAFIE

1. *Wentworth, J. T., Daniel, W. A.*, Flame Photographs of Light — Soad Combustion Point the Way to Reduction of Hydrocarbons in Exhaust Gas. SAE Annual Meeting, Paper, nr. 425, 1955
2. *Grünwald, B., Gheorghiu, V.* Contribuții la studiul schimbului de gaze în motoarele cu ardere internă. Comunicare la prima sesiune de comunicări tehnico-științifice a INMT dedicată centenarului independenței naționale 1877—1977. București, 25—26 februarie 1977.
3. *Kiselev, B. A., Kurov, B. A., Ibrahimov, V. V., Glagovski, S. A., Brașov, V. V.* Matematicescoe modelirovanie gazodinamiceschih proțesov vo vpusknom sisteme dvigatelia. In: Avtomobilnaia promîslennosti, 1, 1973, p. 8—11.
4. *Saviuc, S., Dumitrescu V.* Dispozitiv pentru optimizarea fazelor de distribuție la motorul ARO L—25, în funcționare. Comunicare la Sesiunea de comunicări științifice a Academiei militare, București 16—17 noiembrie 1978.
5. *Saviuc, S., Theodorescu, S., Carp, V.* Determinarea regimurilor caracteristice de funcționare ale motorului ARO L—25 în condiții reale de exploatare. Comunicare la simpozionul „Mijloace de sporire a economicității și siguranței transporturilor auto" Rîmnicu Vîlcea, mai 1978.

Контроль массы остаточных газов при низких режимах нагрузки и оборотов двигателя АРО Л-25 изменением фазов распределения

При помощи вычислительной программы газообмена определяется влияние фаз газораспределения на массу остаточных (отботанных) газов мощность и кпд двигателя АРО Л—25 при низких режимах нагрузки и оборотов. Результаты расчета сопоставляются с экспериментальными измерениями, произведенными на двигателе АРО Л—25, приспособленным к постоянному изменению фаз распределения во время работы. Делаются выводы относительно оптимальных фаз газораспределения в смысле уменьшения удельного расхода топлива и содержания вредных веществ выхлопных газов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

C.Z.: 621.43 : 621.835

SOME ASPECTS CONCERNING THE ROCKER-TAPPET VALVE MECHANISM DESIGN

D. TARAZA, A. MANOLE, A. BELEI *

The rocker-tappet valve mechanism is increasingly used in modern high-speed automotive engines. Its peculiarities, consisting mainly in the nonsymmetry of the cam profile, yield some problems for the designer in order to obtain a good volumetric efficiency and a convenient shape of the cam profile. This paper presents a method of determining the cam profile and points-out the correlations between the motion law parameters, and the mechanism geometry, on one side and the geometric characteristics of the cam profile, on the other side. The analysis presented in the paper provides the possibilities to optimize such a valve mechanism design.

The continuous trend to increase internal combustion engine performances, in order to obtain more compact units with larger specific power outputs, determined the requirement for higher engine speeds. Besides many problems connected with engine design, reliability and long life, the speed increase has claimed for adequate solutions concerning a better breathing of the engine in order to obtain a high volumetric efficiency.

The speed increase implies a decrease of the time period during which the valves are opened and closed, requiring a higher acceleration of the valve mechanism parts. In order to maintain under control the valve motion, the mass of the parts that must be returned by the valve spring must be drastically reduced. The only possibility to perform a substantial reduction of the moving mass in order to allow a corresponding speed increase, consists in a simplification of the mechanism structure by placing the camshaft as near as possible to the valves that must be operated. A solution, very well suited for a compact design of the cylinder head, is the one in which the valves are operated by rocker-arms directly actuated by cams (fig. 1).

Thus, the rocker-arm, which acts at the same time as a tappet, becomes the only intermediate part between cam and valve, simplifying

Manuscript received, 14 February 1979

* Conf. dr. eng. ; Conf. dr. eng., Lect. dr. eng. Chaire for Internal Combustion Engines

the mechanism structure and providing motion amplification from cam to valve. That permits a compact design of the camshaft by allowing smaller pin diameters as a consequence of the fact, that cam heights could be made smaller than the respective valve maximum lifts.

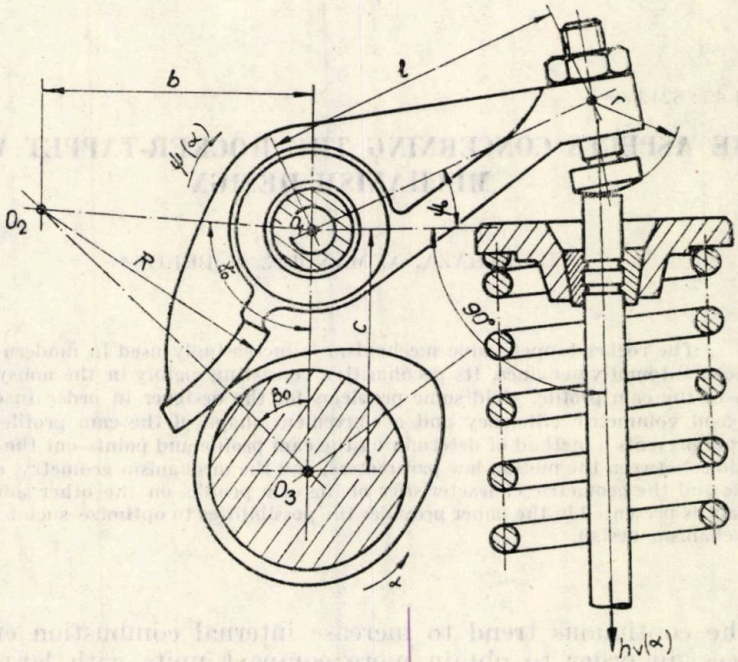


Fig. 1

The oscilating motion of the rocker-tappet causes some specific peculiarities, for such a type of a mechanism. Thus, a valve motion composed by symmetrical opening and closing periods, requires a nonsymmetrical cam contour. This nonsymmetry of the cam contour is caused by the fact that, during the opening motion (or closing motion if an opposite direction of rotation is used) the contact between cam and rocker-tappet takes place in a region closer to its center of oscilation (fig. 2a) while, during the closing (or respective opening) motion the contact takes place in a region farther from this center of oscilation (fig. 2b). For the cam flank working with that region of the rocker-tappet which is situated farther from its center of oscilation the motion amplification is smaller and consequently the flank profile takes a steeper slope. At the same time this flank slides along a shorter sector of the rocker-tappet, a fact that causes a tendency of shortening the flank contour. On the contrary, the flank working with a rocker-tappet region situated closer to its center of oscilation slides along a larger sector, a fact that causes a tendency of lengthening the flank contour. As a consequence the cam profile is built-up by two flanks of different lengths and different angular elongation : a long flank and a short flank (fig. 3).

In order to establish the influence of the characteristic parameters of the valve motion law upon the geometric particularities of the cam profile, continuous sinusoidal acceleration laws [2] have been considered.

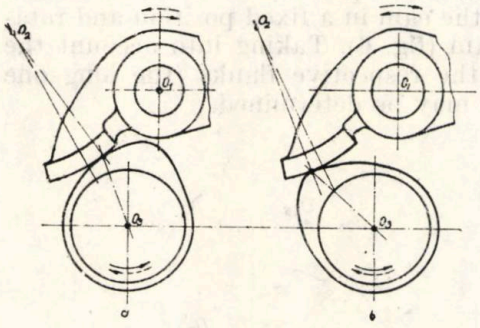


Fig. 2

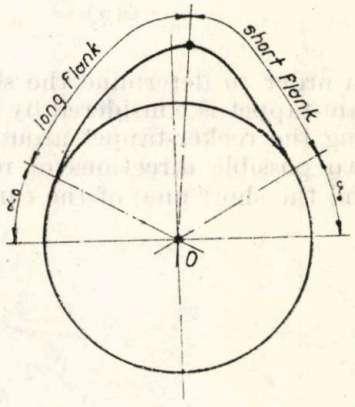


Fig. 3

Such a law (fig. 4) is expressed by a continuous curve of the valve acceleration (a_v), built-up by three arcs : a half-wave of a sinusoid (α_1) representing the period of acceleration, a quarter-wave of a sinusoid (α_3), representing the main period of decelaration and an arc of a sinusoid (α_2) which fits the curve, beeing tangent to both arcs (α_1) and (α_3). Passing to dimensionless parameters by dividing the angular motion of the camshaft to the total angle corresponding to the complete opening of the valve $\alpha_t = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, different shapes of the valve motion laws may be obtained by the variation of two parameters : $\chi_1 = \alpha_1/\alpha_t$ and $\chi_2 = \alpha_2/\alpha_t$. Thus, this type of valve motion law has the important advantage to allow an almost continuous variation of the main parameters of the motion (maximum positive and negative accelerations) and of the general shape of the motion law (fig. 5).

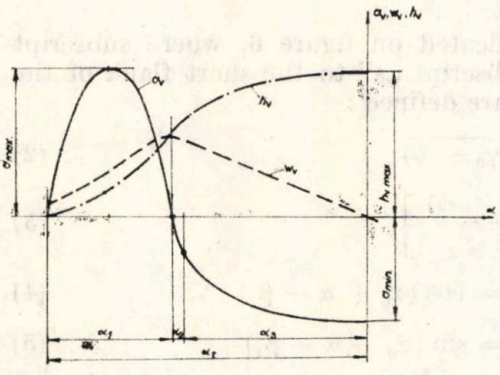


Fig. 4

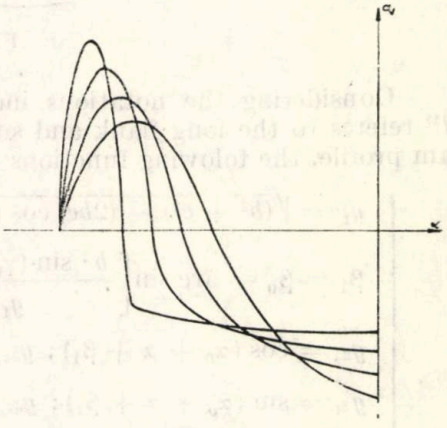


Fig. 5

Using the notations shown in figure 1 the angular motion $\psi(\alpha)$ of the rocker-tappet may be deduced from the valve motion law $h_v(\alpha)$:

$$\psi(\alpha) = \psi_0 - \arcsin\left[\sin\psi_0 - \frac{1}{l}\,h_v(\alpha)\right] \tag{1}$$

In order to determine the shape of the cam profile, the relative motion cam-tappet is considered by keeping the cam in a fixed position and rotating the rocker-tappet around the cam (fig. 6). Taking into account the two possible directions of rotation, the respective flanks (the long one and the short one) of the cam profile may be determined.

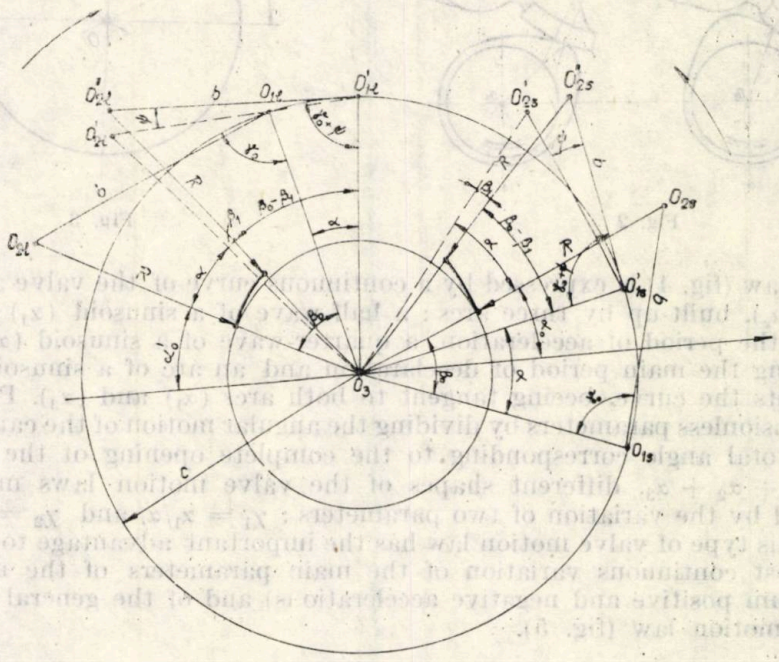


Fig. 6

Considering the notations indicated on figure 6, where subscript „l" referes to the long flank and subscript „s" to the short flank of the cam profile, the folowing functions are defined :

$$\begin{cases} g_1 = \sqrt{(b^2 + c^2) - (2bc)\cos(\gamma_0 + \psi)} & (2) \\ \beta_1 = \beta_0 - \arcsin\left[\dfrac{b \cdot \sin(\gamma_0 + \psi)}{g_1}\right] & (3) \\ g_{2l} = \cos(\alpha_0 + \alpha + \beta_1)\,;\; g_{2s} = \cos(\alpha_0 + \alpha - \beta_1) & (4) \\ g_{3l} = \sin(\alpha_0 + \alpha + \beta_1)\,;\; g_{3s} = \sin(\alpha_0 + \alpha - \beta_1) & (5) \\ g_4 = 2bc \cdot \sin(\gamma_0 + \psi) & (6) \end{cases}$$

The parametric equations of the curve described by the center of the circle of radius R (the radius of the rocker-tappet in the contact region with the cam profile) may be expressed as :

$$\begin{cases} x_{0_l} = -g_1 g_{2_l} \\ y_{0_l} = g_1 g_{3_l} \end{cases} \qquad \begin{cases} x_{0_s} = g_1 g_{2_s} \\ y_{0_s} = g_1 g_{3_s} \end{cases} \tag{7}$$

The shape of the cam profile results as the inner envelope of the family of circles of radius R, whose centers describe the curves precised by equations (7) :

$$\begin{cases} F_l(\alpha) = (x - x_{0_l})^2 + (y - y_{0_l})^2 - R^2 = 0 \\ F_s(\alpha) = (x - x_{0_s})^2 + (y - y_{0_s})^2 - R^2 = 0 \end{cases} \tag{8}$$

The equation of the envelope may be deduced by eliminating parameter α between relations $F_l(\alpha) = 0$ and $F'_l(\alpha) = 0$, respectively $F_s(\alpha) = 0$ and $F'_s(\alpha) = 0$. After replacement of relations (7) in equations (8) and the corresponding derivation of the resulting expressions, the following systems of algebraic equations is obtained :

$$\begin{cases} (x + g_1 g_{2_l})^2 + (y - g_1 g_{3_l})^2 - R^2 = 0 \\ (x + g_1 g_{2_l}) \left\{ \dfrac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{2_l} - g_1 g_{3_l} [1 + \beta'_1(\alpha)] \right\} + \\ \quad + (y - g_1 g_{3_l}) \left\{ - \dfrac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{3_l} + g_1 g_{2_l} [1 + \beta'_1(\alpha)] \right\} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} (x - g_1 g_{2_s})^2 + (y - g_1 g_{3_s})^2 - R^2 = 0 \\ (x - g_1 g_{2_s}) \left\{ \dfrac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{2_s} - g_1 g_{3_s} [1 - \beta'_1(\alpha)] \right\} + \\ \quad + (y - g_1 g_{3_s}) \left\{ \dfrac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{3_s} + g_1 g_{2_s} [1 - \beta'_1(\alpha)] \right\} = 0 \end{cases} \tag{10}$$

Introducing now the notations :

$$g_1 g_{2_l} = A_l \,;\; g_1 g_{2_s} = A_s \tag{11}$$

$$g_1 g_{3_l} = B_l \,;\; g_1 g_{3_s} = B_s \tag{12}$$

$$\frac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{2_l} - B_l [1 + \beta'_1(\alpha)] = C_l \,;\; \frac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{2_s} - B_s [1 - \beta'_1(\alpha)] = C_s \tag{13}$$

$$- \frac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{3_l} + A_l [1 + \beta'_1(\alpha)] = D_l \,;\; \frac{g_4 \psi'(\alpha)}{2g_1} g_{3_s} + A_s [1 - \beta'_1(\alpha)] = D_s \tag{14}$$

the solution of the equation systems (9) and (10) reduces to the solution of a system type :

$$\begin{cases} (x - A)^2 + (y - B)^2 - R^2 = 0 \\ (x - A)\, C + (y - B)\, D = 0 \end{cases} \tag{15}$$

yielding as a general result :

$$\begin{cases} x = \pm \dfrac{RD}{\sqrt{C^2 + D^2}} + A \\ \\ y = \pm \dfrac{RC}{\sqrt{C^2 + D^2}} + B \end{cases} \tag{16}$$

Replacing in (16) the functions A, B, C, D by their corresponding expressions for the long flank and respectively short flank, the parametric equations of the cam profile are finally obtained.

On the basis of these relations a computer program in FORTRAN language has been devised. The program is capable to determine the characteristics of the valve motion law, the cam profile and its geometric characteristics, the forces acting between different parts of the mechanism.

The investigations carried-out by means of this program has permited to point-out the influences exerted by the valve motion law parameters and the geometric configuration of the mechanism upon the shape of the cam profile, the opening efficiency [1] of the valve (η_s) anfd the mechanical loads on the mechanism parts.

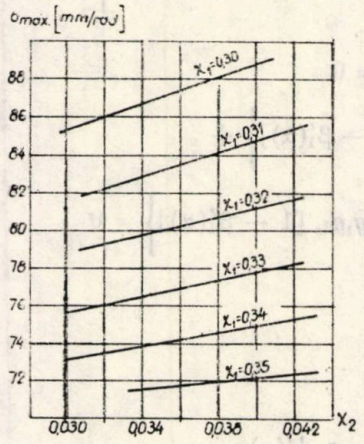


Fig 7

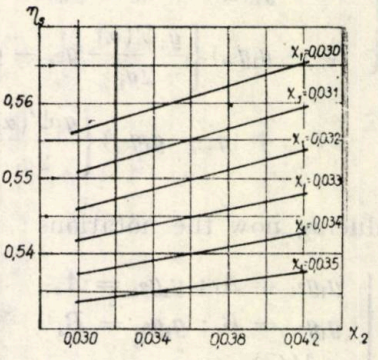


Fig. 8

By opening efficiency of the valve is meant the ratio between the actual angle-lift and the area of the rectangle having as sides the total angle and the maximum valve lift :

$$\eta_{is} = \frac{1}{h_{v_{max}}\, \alpha_f} \int_{\theta}^{\alpha_f} h_v\, (\alpha)\, d\alpha$$

Figure 7 shows the variation of the maximum positive acceleration (a_{max}) of the valve as a function of the motion law parameters χ_1 and χ_2, while figure 8 shows, as a function of the same parameters, the variation of the opening efficiency. One could notice that the increase of the opening efficiency asks for an increase of the valve maximum positive acceleration and correspondingly for higher inertia forces acting on the mechanism parts. At the same time, it is obvious that an increase of the maximum positive acceleration may be achieved mainly by decreasing the accelerating period (χ_1) and, to some extent, by increasing the fitting period (χ_2). The resulting modification of the motion law characterizes by a steeper variation of the acceleration curve and a shiffing, towards the central region of the motion, of the point where the force reserve between spring and inertia forces ($\Delta F = F_s - F_{in}$) takes a minimum value (fig. 9).

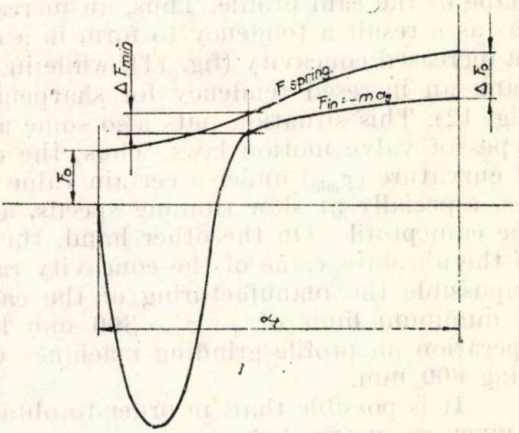


Fig. 9

Such a shape of the valve acceleration curve is neither suited for a good dynamic behavior of the mechanism nor for taking a good use of the elastic properties of the spring. The utilization of such a motion law requires, usually, springs of exesive rigidity, a fact that has as consequences an increase of the mechanical load and a more rapid wear of the cams. This special character of the motion law is put into evidence by the value of the ratio between the minimum force reserve of the spring (ΔF_{min}) and the one corresponding to the maximum lift of the valve (ΔF_0). The variation of this ratio as a function of motion law parameters is shown in figure 10.

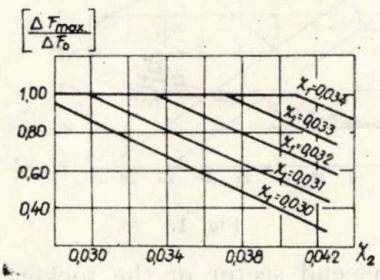


Fig. 10

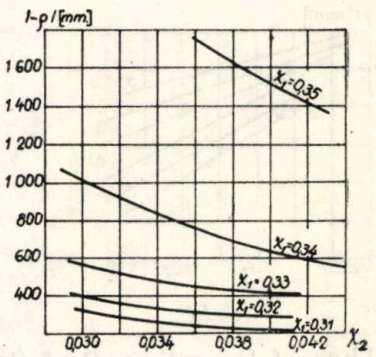


Fig. 11

Admitting a minimum value for this ratio of ~ 0.75, a series of motion laws are automatically rejected on the basis of the previous stated criterion. Figure 10 points-out that, together with the increase of maximum accepted acceleration and the corresponding decrease of the acceleration period (χ_1), a decrease of the fitting period (χ_2) is also recomended.

The increase of the maximum accepted acceleration in order to obtain higher opening efficiencies operates also a negative influence on the shape of the cam profile. Thus, an increase of the maximum acceleration has as a result a tendency to form in a certain region of the short flank an increased concavity (fig. 11), while in another region of the same short flank an incresed tendency for sharpening the cam profile takes place (fig. 12). This situation puts also some admissible limits in using certain types of valve motion laws. Thus, the decrease of the minimum radius of curvature (ρ_{min}) under a certain value increases the local contact stresses, especially at slow running speeds, accelerating the wear process of the cam profile. On the other hand, the decrease, under a certain limit, of the absolute value of the concavity radius of curvature ($|-\rho|$) makes impossible the manufacturing of the camshaft on usual machine tools. A minimum limit of $|-\rho| \geqslant 300$ mm looks as reasonable for allowing operation on profile grinding machines with a tool diameters not exceeding 600 mm.

It is possible that, in order to obtain an acceptable cam profile, for a given geometry of the mechanism, a too drastic reduction of the opening efficiency may be required. In order to establish the possibilities to avoid such a situation, a farther investigation has been carried-out aiming to determine the influences of the mechanism geometry upon the shape of the cam profile, for a given valve motion law. Only those geometric parameters have been considered that do not require any modification of the cylinder-head design and the over-all dimensions of the engine. Consequently such parameters have been taken into account that imply only minimum modification of the rocker-tappet.

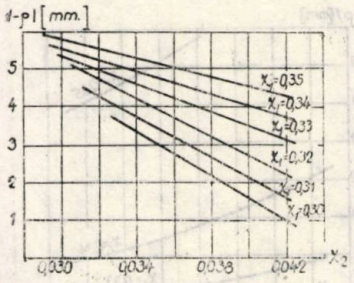


Fig. 12

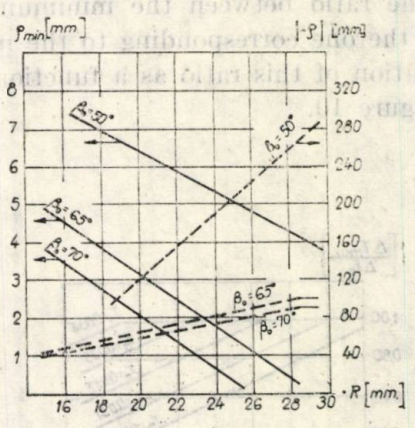


Fig. 13

Thus, if the radius R of the tappet-end sector of the rocker-arm (fig. 1) is increased, the concavity of the cam profile becomes less and less

signficant but, at the same time, the minimum radius of curvature decreases rapidly producing a marked sharpening of the cam profile (fig. 13). Consequently the increase of R will be limited by a minimum admissible value of the radius of curvature of the cam profile. If R overcomes the minimum value of the radius of curvature corresponding to the concave region of the profile, the cam can be no more practically realised because its theoretical shape presents a curl in the region of its nose (fig. 14).

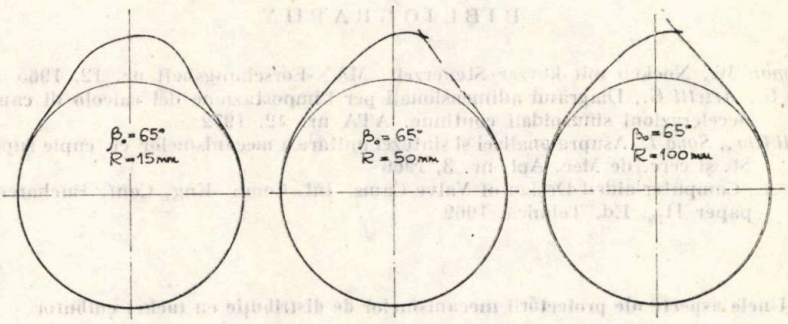


Fig. 14

Another geometric parameter whose variation implies only minimum modifications of the rocker-tappet is the initial angle of attack (β_0) between cam and rocker-tappet (fig. 1). A decrease of β_0 has as a consequence the increase of the motion amplification between cam and valve and a decrease of the maximum cam height. The interesting aspect of this modification is its tendency to produce a rapid reduction of the concavity as well as of the sharpening of the cam profile (fig. 15). Thus, the most efficient possibility to obtain an adequate correction of the cam profile is the corresponding modification of angle β_0.

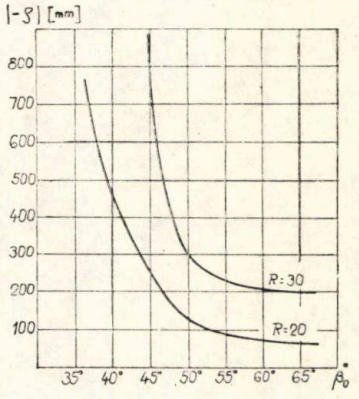


Fig. 15

The problem of optimization of a valve mechanism of the rocker-tappet type implies the choice of a valve motion law capable to insure a high opening efficiency, and, at the same time, permitting to take good use of the elastic properties of the spring, providing a convenient shape of the cam profile and producing acceptable mechanical load of the mechanism parts.

The study presented in this paper points-out the main possibilities that can be used by a designer in order to obtain the best correlation between mechanism geometry and valve motion law in accordance with the engine performance requirements. The choice of continuous sinusoidal acceleration laws for the valve motion does not affect the generality of the presented conclusions. As it was already shown these laws permit to operate a very gradual modifica-

tion of the motion characteristics, a fact which recomends them strongly for an optimization process. When other types of motion laws are taken into consideration (polynomial, multiharmonic etc.) the treatment of the problem is quite similar because the influences pointed-out by the present study are chiefly determined by the characteristic parameters of the motion law : maximum positive and negative accelerations.

BIBLIOGRAPHY

1. *Gunderman W.*, Nocken mit kurzer Steuerzeit. MAN-Forschungsheft nr. 12, 1965
2. *Ferrato G., Arietti G.*, Diagrami adimensionali per l'impostazione del calcolo di camme ad accelerazioni sinusoidali continue. ATA nr. 12, 1972
3. *Pelecudi Chr., Sava I.*, Asupra analizei și sintezei unitare a mecanismelor cu cuple superioare. St. și cerc. de Mec. Apl. nr. 3, 1966
4. *Sarsten A.*, Computer-aided Design of Valve Cams. Int. Comb. Eng. Conf. Bucharest 1967, paper II_{19}, Ed. Tehnică, 1969

Unele aspecte ale proiectării mecanismelor de distribuție cu tachet culbutor

Mecanismele de distribuție cu tachet-culbutor sînt din ce în ce mai frecvent utilizate în construcția motoarelor moderne foarte rapide, pentru automobile. Particularitățile unui asemenea mecanism, constînd în principal din asimetria profilului camei, ridică unele probleme proiectantului în privința obținerii unei bune umpleri a cilindrului și, totodată, a unei geometrii convenabile a profilului camei. În această lucrare se prezintă o metodă de calcul a profilului camei și se evidențiază corelațiile existente între parametrii legii de mișcare și geometria mecanismului, pe de o parte și caracteristicile geometrice ale profilului camei, pe de altă parte. Analiza efectuată în cadrul lucrării indică posibilitățile de optimizare în proiectarea unui asemenea tip de mecanism de distribuție.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

C.Z.: 62—332
621.3.08.262

MĂSURAREA DEPLASĂRII SUPAPEI DE REFULARE A POMPEI DE INJECȚIE

AL. MANEA, GH. TIU *

Pentru măsurarea deplasării supapei de refulare s-a încercat folosirea unui traductor fotoelectric. Cercetarea experimentală dovedește că domeniul de utilizare al traductorului este limitat la regimurile de funcționare ale instalației, caracterizate de absența golurilor.

Dacă în sistemul de înaltă presiune apar goluri, se determină o curbă medie a deplasării supapei înlocuind lampa cu incandescență cu o lampă stroboscop și celula fotoelectrică cu o lunetă sau un aparat de fotografiat. Echivalența rezultatelor obținute prin cele două metode recomandă utilizarea lor pentru măsurarea deplasării supapei de refulare.

Introducere

Desfășurarea procesului de injecție este influențată în mare măsură de mișcarea supapei de refulare. Prin dimensionarea corespunzătoare a supapei se poate evita sfîrșitul lent al injecției și postinjecțiile, se poate controla intensitatea fenomenului de cavitație.

Verificarea experimentală a funcționării sistemului de injecție, precum și corelarea rezultatelor de calcul cu cele experimentale necesită cunoașterea cinematicii supapei de refulare.

1. Alegerea sistemului de măsură

Măsurarea deplasării supapei de refulare ridică dificultăți importante legate de presiunea mare în mediul lichid înconjurător ($\approx 300-400$ kgf/cm^2) și de influența perturbatoare a sistemului de măsură utilizat asupra procesului de injecție.

În principiu se urmărește ca traductorul folosit să nu modifice sensibil masa supapei și volumul de lichid din circuitul de înaltă presiune. Legătura traductorului cu aparatul de înregistrare trebuie să asigure o etanșare perfectă a combustibilului sub presiune.

Manuscris predat redacției la data de 20 septembrie 1978

* Șef lucrări dr. ing. Catedra de Motoare cu ardere internă; Dr. ing. Uzina MEF IN Sinaia

Au fost propuse două scheme de traductoare pentru măsurarea deplasării supapei de refulare : traductor de tip inductiv și traductor de tip fotoelectric [2].

Traductorul inductiv montat în imediata vecinătate a supapei presupune îndeplinirea unor condiții de gabarit minime ale racordului de strîngere, în interiorul căruia se mișcă supapa. La prelucrarea oscilogramelor deplasării supapei apar dificultăți suplimentare legate de zona neliniară a caracteristicii statice ; de asemenea nu a fost elucidată influența perturbatoare a golurilor asupra permeabilității magnetice a mediului.

Traductorul de tip fotoelectric permite evitarea majorității dezavantajelor enumerate. Desenul de ansamblu al traductorului este reprezentat în figura 1.

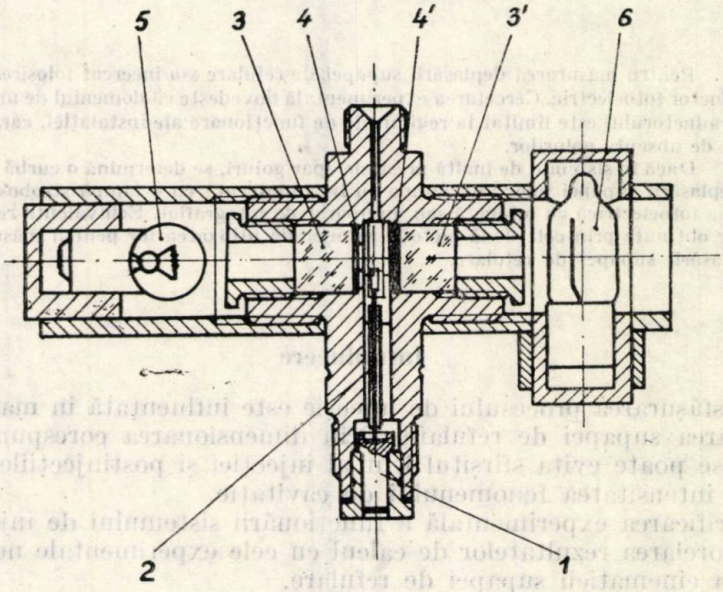


Fig. 1 Traductor fotoelectric pentru măsurarea deplasării supapei de refulare.

Tija 2, solidară cu supapa 1, obturează fluxul luminos care traversează conducta pompă-injector prin sticlele 3 și 3'. Etanșarea spațiului de presiune înaltă se obține datorită garniturilor 4 și 4'. În cazul figurii 1 fluxul luminos, generat de lampa cu incandescență 5, este recepționat de celula fotoelectrică 6. Becul și celula sînt alimentate de o tensiune continuă stabilizată ; rezistența de sarcină a celulei este chiar rezistența de intrare a amplificatorului de curent continuu (fig. 2).

A fost preferată o celulă cu vid datorită domeniului mare de liniaritate al caracteristicii statice precum și datorită stabilității parametrilor ei în timp.

2. Rezultate experimentale

Experiențele realizate cu traductorul fotoelectric arată că domeniul său de utilizare este limitat la regimurile de funcționare caracterizate de absența golurilor în circuitul de înaltă presiune.

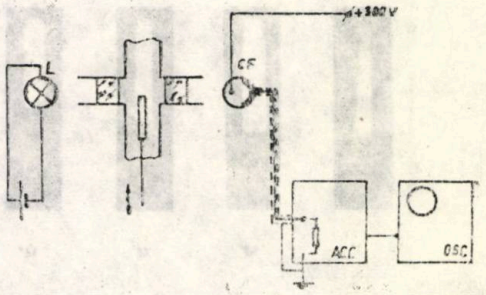


Fig. 2 Schema sistemului de măsură pentru înregistrarea deplasării supapei de refulare

Apariția golurilor introduce erori importante deoarece acestea se comportă ca zone cu luminozitate diferită de luminozitatea mediului lichid, urmare a reflexiei și refracției luminii pe suprafețele golurilor (fig. 3.)

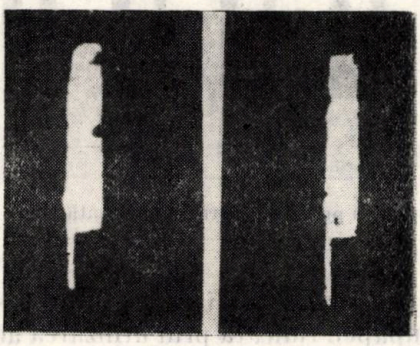


Fig. 3 Goluri în fereastra traductorului fotoelectric pentru deplasarea supapei de refulare.

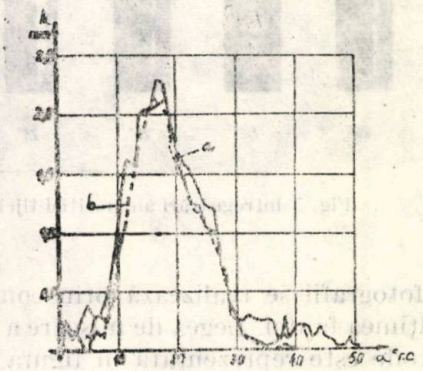


Fig. 4. Deplasarea supapei de refulare

La sistemul de injecție format din pompa U24FS4—8 × 10, injectorul IG—4 × 0,275 și o conductă dreaptă de lungime 500 mm și diametru interior 1,5 mm, s-a observat prezența golurilor la majoritatea regimurilor de funcționare. Ca urmare a fost necesar să se modifice sistemul de înregistrare a poziției supapei. În locul becului cu incandescență s-a montat o lampă stroboscop iar în locul celulei fotoelectrice, o lunetă cu ocular micrometric sau un aparat de fotografiat. Declanșarea lămpii stroboscop este comandată de un ruptor acționat de arborele bancului de probe. Poziția unghiulară a ruptorului față de suport poate fi modificată pentru a permite observarea poziției supapei la orice unghi de rotație al arborelui pompei. Privită prin lunetă supapa apare nemișcată datorită efectului stroboscopic. Se poate măsura astfel poziția tijei prin folosirea scării gradate a ocularului.

În figura 4a a fost reprezentată deplasarea supapei de refulare la regimul $n = 900$ rot/min, $Q = 55$ mm³/ciclu.

O a doua metodă folosită pentru înregistrarea deplasării supapei de refulare constă în fotografierea poziției supapei. Figura 5 cuprinde poziții diferite ale supapei în timpul injecției. Măsurarea deplasării supapei

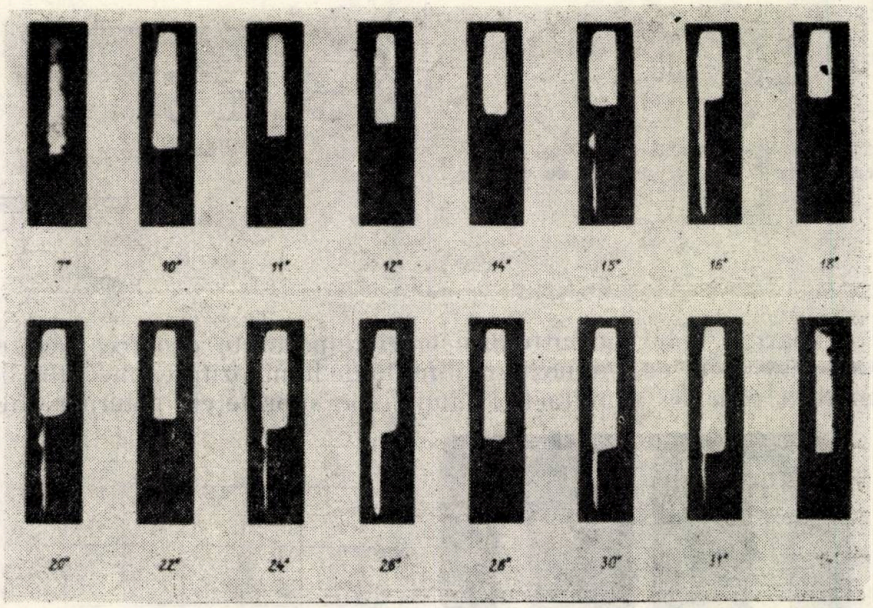


Fig. 5 Înregistrări ale poziției tijei supapei prin iluminare intermitentă.

pe fotografii se realizează prin compararea înălțimii zonei luminoase cu înălțimea fantei. Legea de mișcare a supapei, ridicată prin utilizarea acestei metode este reprezentată în figura 4b.

Apropierea curbelor determinate prin cele două metode este satisfăcătoare pentru deplasări relativ mari ale supapei. În cazul deplasărilor mici, corespunzătoare vibrației supapei, diferențele sînt mari datorită instabilității parametrilor injecției.

Concluzii

Traductorul fotoelectric permite măsurarea deplasării supapei de refulare la regimurile de funcționare ale instalației unde nu apar goluri.

În eventualitatea prezenței golurilor în sistemul de înaltă presiune măsurarea deplasării supapei se face prin iluminare cu o lampă stroboscop și citire directă pe scara gradată a lunetei sau înregistrare pe fotografii. În ambele cazuri se obține o curbă medie a mișcării supapei, corespunzătoare regimului de funcționare investigat și perioadei de timp necesare urmăririi supapei.

BIBLIOGRAFIE

1. *Krivenko P. M., Golușco F. L.*, Experimentalnie issledovania kinematiki nagnetatelnogo klapana toplivnogo nasosa. Traktorî i selhozmașinî, nr. 7, 1963.
2. *Fainleib B. N., Golubkov I. G., Klocev L. A.*, Metodî ispîtanii i issledovanii toplivnoi apparaturî avtotraktornîh dizelei. Mașinostroenie, Moskva, 1965.

The Measurement of Delivery Valve Lift on Injection Pump

In order to measure the delivery valve lift, a photoelectric transducer was developed. The experiment proved that this type of transducer could be used only when voids do not appear in the vicinity of the valve. Otherwise, a mean value of the valve lift curve could be obtained, replacing the light source with a stroboscope and the photocell with a microscope or a camera.

The equivalence of results obtained with these two methods recommends both of them to be used in the measurement of delivery valve lift.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

CAZANE

C.Z.: 621.18:662.61

VARIAȚIA CONCENTRAȚIEI DE OXIGEN ÎN PROCESELE DE APRINDERE ȘI ARDERE ALE PARTICULEI DE CĂRBUNE

CONSTANTIN NEAGA *

În lucrare se analizează variația concentrației de oxigen, în timp și spațiu, în procesele de aprindere și ardere ale unei particule de cărbune. Aceasta a fost posibil prin îmbinarea rezolvării numerice a unui sistem care modelează aprinderea și arderea particulei cu rezolvarea analitică a ecuației difuziei în regim nestaționar.

Concluziile de ordin practic sînt utile în proiectarea și exploatarea instalațiilor de ardere.

În momentul aprinderii particulei de cărbune pulverizat, concentrația oxigenului în imediata vecinătate a suprafeței de reacție scade brusc; aceasta conduce la apariția fluxului de oxigen, al cărui sens este spre particulă. Valoarea fluxului se calculează cu formula I-a a lui Fick (viteza relativă mediu-particulă se consideră nulă)

$$q_{0_2} = -D \operatorname{grad} C, \ \text{kgf/m}^2\text{s}, \tag{1}$$

unde C este concentrația curentă a oxigenului, kgf/m^3; D — coeficientul de difuzie moleculară, m^2/s; se calculează cu formula

$$D = D_{0am}(T_g/T_0)^2, \tag{2}$$

unde D_{0am} este coeficientul de difuzie a amestecului în condiții normale; T_g — temperatura fazei gazoase înconjurătoare variabilă în timp, K.

În continuare, în timpul arderii valoarea fluxului scade, deoarece, așa cum se va arăta, concentrația oxigenului lîngă particulă crește (începe domeniul difuziv de reacție), iar concentrația „la infinit" scade.

Manuscris predat redacției la data de 20 ianuarie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra de Cazane și turbine cu abur și gaze

Cunoașterea modificării cîmpului concentrației de oxigen în procesele de aprindere și ardere ale particulei de cărbune este utilă în abordarea măsurilor practice de dirijare a acestor procese în vederea desfășurării lor cu eficiență maximă.

În lucrarea de față se deduce variația în timp și spațiu a concentrației de oxigen, adică dependența $C = C(\tau, \rho)$, unde τ este timpul, s; ρ — raza curentă, m. În acest scop s-a recurs la o îmbinare a rezolvării analitice cu cea numerică (cu ajutorul calculatorului). De asemenea, în lucrare se arată și influența unor parametri variabili (de ex. gradul de recirculare a gazelor de ardere) asupra cîmpului de concentrații.

Modelul matematic al aprinderii și arderii particulei de cărbune

În vederea dezvoltării lucrării s-a adoptat următorul model fizic, care caută să reflecte cît mai fidel condițiile aprinderii și arderii prafului de cărbune în focarul unui cazan : o particulă de cărbune de formă sferică și omogenă este introdusă într-o incintă al cărei volum, în momentul inițial, este ocupat de aerul necesar arderii complete a particulei. Condiția de omogenitate a particulei o face „egal accesibilă" reacțiilor chimice. Pentru ca presiunea în incintă să fie constantă, volumul „anvelopei gazoase" care înconjoară particula este variabil (funcție de temperatură). Temperatura peretelui exterior al cuptorului astfel imaginat este constantă în timp și are o valoare ridicată ; schimburile de căldură care se stabilesc între particulă și perete sînt de fapt cauza amorsării reacțiilor.

În scrierea ecuațiilor se admit cîteva ipoteze simplificatoare : reacția dintre carbon și oxigen conduce la formarea numai a bioxidului de carbon ; temperatura fazei gazoase este variabilă în timp, dar nu depinde de raza curentă ; se neglijează capacitatea radiantă a fazei gazoase ; temperatura particulei este de asemenea dependentă numai de timp (pentru valorile uzuale ale dimensiunilor prafului de cărbune aceasta este pe deplin justificată) ; nu se ține seama de degajarea substanțelor volatile (exemplele numerice folosesc cărbune cu grad înaintat de incarbonizare — huila).

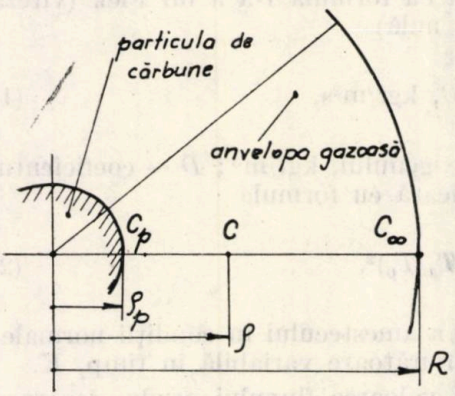


Fig. 1 — Reprezentarea modelului fizic ; notații.

Expresia concentrației de oxigen rezultă din rezolvarea ecuației difuziei care în coordonate sferice are forma

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial C}{\partial \rho}\right); \quad (3)$$

notațiile folosite se explică în figura 1.

Făcînd schimbarea de variabile $z = \rho/2\sqrt{D\tau}$, ecuația (3) devine

$$\frac{d^2C}{dz^2} + 2\left(z + \frac{1}{z}\right)\frac{dC}{dz} = 0, \quad (4)$$

a cărei primă soluție este

$$\frac{dC}{dz} = A \exp(-z^2)/z^2, \tag{5}$$

unde A este constanta de integrare și rezultă dintr-o condiție la limită. Revenind la vechile variabile se găsește expresia gradientului concentrației de oxigen

$$\frac{dC}{d\rho} = 2A\sqrt{D\tau} \exp(-\rho^2/4D\tau)/\rho^2. \tag{6}$$

Pe suprafața de reacție se poate scrie egalitatea

$$D \frac{dC}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_p} = kC_p, \tag{7}$$

unde ρ_p este raza particulei de cărbune, variabilă în timp, m; k — constanta cinetică a vitezei de reacție, m/s; $k = k_0 \exp(-E/RT)$, unde k_0 este un coeficient preexponențial, m/s; E — energia de activare, kcal/kmol; R — constanta gazelor, kcal/kmol K; T — temperatura particulei, K; C_p — concentrația de oxigen la perete (pe suprafața particulei), kgf/Nm^3.

Din (7) rezultă constanta de integrare

$$A = k\rho_p^2 C_p \exp(\rho_p^2/4D\tau)/2D\sqrt{D\tau}. \tag{8}$$

Integrînd din nou (6) cu limita inferioară pentru variabilă egală cu ρ_p, iar pentru funcție C_p, rezultă expresia concentrației curente a oxigenului

$$C - C_p = 2A\sqrt{D\tau}\left\{-\frac{\exp(-\rho^2/4D\tau)}{\rho} + \frac{\exp(-\rho_p^2/4D\tau)}{\rho_p} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{D\tau}}\right) - \Phi\left(\frac{\rho_p}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}, \tag{9}$$

unde, folosirea integralei erorilor

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-u^2)\, du,$$

are avantajul tabelării ei.

Diametrul anvelopei gazoase se calculează cu formula [1]

$$D = 2R = \delta_0 \sqrt[3]{\lambda + r(\zeta + \lambda_f - 1) + (\zeta - 1)(1 - \delta^3) + \delta^3/\gamma_c V^0_{aum} \cdot T_g/T_0}$$

unde $\delta_0 = 2\rho_0$ este diametrul inițial al particulei, m; λ, λ_f — coeficientul de exces de aer, respectiv la sfîrșitul focarului (gazele se recirculă de la rfîrșitul focarului); r — gradul de recirculare; $\zeta = V_g^0/V_{aum}^0$, unde numătorul este volumul gazelor de ardere, respectiv, numitorul, volumul aerului de ardere completă, Nm^3/kgf; γ_c — greutatea specifică a cărbunelui, kgf/m^3; T_g — temperatura gazelor, K; $\bar{\delta}$ — gradul de ardere, $\bar{\delta} = \delta/\delta_0$, unde δ este diametrul curent al particulei.

Pentru $\rho = R$, $C = C_\infty$. Totuși pentru C_∞ se folosește formula [1]

$$C_\infty = C_0 \frac{\lambda + r(\lambda_f - 1) - 1 + \rho_p^3/\rho_0^3}{\lambda + r(\zeta + \lambda_f - 1) + (\zeta - 1)(1 - \rho_p^3/\rho_0^3)}, \tag{10}$$

care este însă o valoare medie a concentrației oxigenului din „anvelopa gazoasă". Între valorile concentrației calculate cu (10) și valorile concentrației „la infinit" calculate cu (9) diferențele sînt mici; C_0 — concentrația inițială a oxigenului, $C_0 = 0{,}294$ kgf/Nm^3.

Viteza de ardere a particulei de cărbune

$$\gamma_c \frac{d\rho_p}{d\tau} = -\frac{k_0}{G_{0\min}} \frac{T_0}{T_g} C_p \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \tag{11}$$

unde $G_{0\min}$ este greutatea oxigenului strict necesar arderii, kgf/kgf.

Din legea continuității fluxului de oxigen se scrie

$$k_0 C_p \exp(-E/RT) = (C_\infty - C_p) D Nu_d/2\rho_p, \tag{12}$$

unde Nu_d (Nusselt difuziv) se poate considera 2.

Variația temperaturii particulei rezultă în urma schimburilor de căldură și substanță care se stabilesc între particulă și mediul înconjurător ei.

$$\frac{4\pi\rho_p^3}{3}\gamma_c c_c \frac{dT}{d\tau} = -4\pi\rho_p^2\gamma_c c_c T \frac{d\rho_p}{d\tau} + \frac{4\pi\rho_p^2}{G_{0\min}} Q_i^i k_0 \frac{T_0}{T_g} C_p \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) +$$

$$+ 4\pi\rho_p^2 k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) C_p \frac{T_0}{T_g}\left(c_{O_2} T_g - \frac{44}{32} c_{CO_2} T\right) + \tag{13}$$

$$+ 4\pi\rho_p^2 \varepsilon\varphi\sigma_0 (T_f^4 - T^4) - 4\pi\rho_p (\lambda_0 + aT_g)(T - T_g),$$

unde c_c este căldura specifică a cărbunelui, $kcal/kgf \cdot °C$; Q_i^i puterea calorică inferioară, kcal/kgf; c_{O_2}, c_{CO_2} — căldura specifică a oxigenului, respectiv a bioxidului de carbon, $kcal/kgf.°C$; ε — coeficient de negreală a cărbunelui; φ — coeficient de absorbție a gazelor, $\varphi = 1$; $\sigma_0 = 4{,}96\ 10^{-8}$ $kcal/m^2 \cdot h \cdot K^4$ — constanta absolută de radiație; T_f — temperatura peretelui cuptorului K; $\lambda_0 + aT_g$ — coeficientul de conductivitate termică a fazei gazoase, kcal/m.h.°C; s-a presupus o variație liniară cu tempera-

tura. În egalitatea (13) primul termen din dreapta reprezintă scăderea conținutului de căldură a particulei datorită micșorării greutății ei; al doilea — căldura dezvoltată prin ardere; al treilea — diferența între căldura fizică a fluxului de oxigen și a fluxului de bioxid de carbon care rezultă în urma reacției; al patrulea — schimbul de căldură prin radiație; al cincilea — schimbul de căldură prin conductivitate.

Variația conținutului de căldură a fazei gazoase

$$\frac{4\pi}{3}[\lambda + \zeta - 1 + r(\lambda_f + \zeta - 1)]\,\rho_0^3 \gamma_c c_{pg} V_{aum}^0 \frac{dT_g}{d\tau} = 4\pi\rho_p(\lambda_0 + aT_g)\cdot$$

$$\cdot(T - T_g) - 4\pi\rho_p^2 k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) C_p \frac{T_0}{T_g}\left(c_{O_2} T_g - \frac{44}{32} c_{CO_2} T\right) + \qquad (14)$$

$$+ 4\pi R\,(\lambda_0 + aT_g)\,(T_f - T_g),$$

unde c_{pg} este căldura specifică a componentei gazoase, kcal/Nm³·°C; ultimul termen din dreapta reprezintă schimbul de căldură prin conductivitate între gaze și peretele exterior al incintei (temperatura T_f este constantă).

Rezolvarea sistemului de ecuații. Diagrame. Discuții

Sistemul precedent s-a rezolvat cu ajutorul calculatorului numeric Felix C—256, prin metoda Runge-Kutta, pentru mai multe variante. Pentru exemplele numerice s-a folosit huilă, marca HL — Preparație Petrila, avînd analiza elementară a masei inițială $C^i = 63{,}5\%$; $H^i = 3{,}1\%$; $O^i = 10\%$; $S_c^i = 1{,}1\%$; $N^i = 2{,}3\%$; $A^i = 5{,}96\%$; $W_t^i = 14{,}04\%$ și puterea calorică inferioară $Q_i^i = 5566$ kcal/kgf. Pentru constantele care intervin în sistem s-au folosit valorile: $\lambda = 1{,}175$; $\lambda_f = 1{,}2$; $k_0 = 4{,}5\ 10^4$ m/s; $E = 30\,000$ kcal/kmol; $\lambda_0 + aTg = 5{,}37\ 10^{-3} + 5{,}76\ 10^{-5}\ T_g$ kcal/m.h.°C; $D_{oam} = 17\ 10^{-6}$ m²/s; $c_c = 0{,}249$ kcal/kgf.°C; $\gamma_c = 1200$ kgf/m³. Ca parametri variabili s-au admis: diametrul inițial al particulei de cărbune; temperatura de preîncălzire a aerului de ardere; temperatura peretelui exterior al incintei; gradul de recirculare a gazelor de ardere.

În figura 2 se arată variația în timp a mai multor funcții:

— temperatura fazei gazoase, T_g. La momentul inițial, $\tau = 0$, temperatura aerului de ardere s-a considerat 473 K; temperatura peretelui exterior — echivalează în realitate cu temperatura flăcărilor radiante — $T_f = 1273$ °K. La început temperatura aerului crește brusc, mai ales pe seama conductivității căldurii de la peretele exterior. După ce particula se aprinde, temperatura gazelor crește depășind temperatura peretelui exterior presupusă constantă; sensul schimbului prin conductivitate se schimbă, ceea ce face ca temperatura gazelor să scadă. Evident, există o valoare limită pentru T_f sub care particula de cărbune nu se aprinde;

— temperatura particulei de cărbune, $T(\tau)$ — se citește pe scara din dreapta. În momentul inițial temperatura particulei este de 373 °K. În perioada de timp $\Delta\tau = 0 \div 0{,}037$ s, temperatura particulei este mai mică decît a aerului (încă nu s-a produs aprindere); ea primește căldură prin

radiație de la peretele exterior și prin conductivitatea de la aer. La $\tau = 0{,}037$ s, $T_g = T = 1255$ K $< T_g = 1273$ K. După acest moment particula primește căldură prin radiație și cedează căldură prin conductivitatea aerului. Are loc aprinderea; temperatura particulei crește brusc

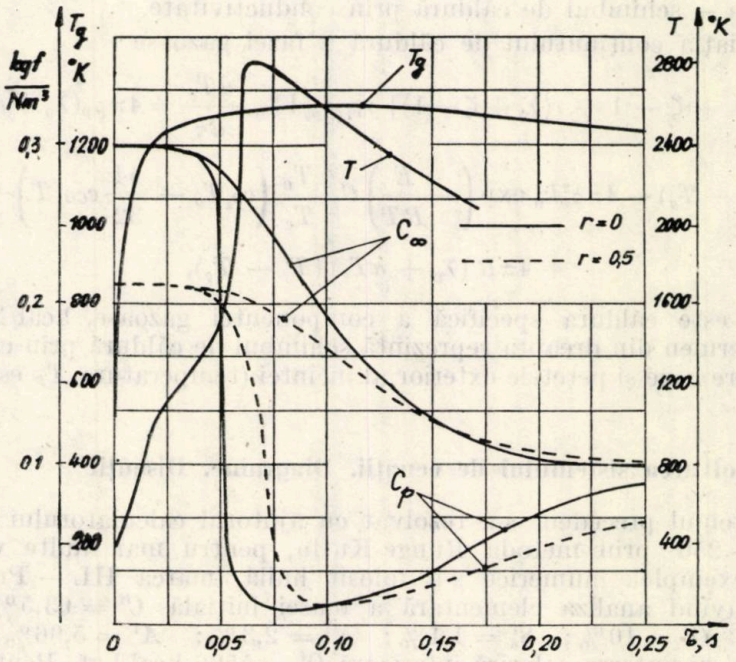


Fig 2 — Variația în timp a funcțiilor $T_g(\tau)$; $T(\tau)$; $C_\infty(\tau)$; $C_p(\tau)$ pentru particulă cu diametrul inițial $\delta_0 = 100$ μ; ——— r = 0; — — — — r = 0,5.

pe seama căldurii dezvoltate prin ardere depășind toate celelalte valori. Sensul schimbului de căldură prin radiație se schimbă și anume de la particulă spre peretele exterior. Pierzînd căldură și prin conductivitate spre gazele înconjurătoare, temperatura particulei începe să scadă;

— concentrația oxigenului pe suprafața particulei, C_p. Dacă r = 0, în momentul inițial, $C_p = C_\infty = 0{,}3$ kgf/Nm³ (concentrația oxigenului în mediul ambiant). După 0,05 s, concentrația C_p scade brusc; în acest moment are loc aprinderea particulei de cărbune. Intervalul de timp $\Delta\tau = 0{,}05 \div 0{,}15$ s corespunde domeniului cinetic de reacție a particulei. După 0,15 s, C_p începe să crească, reacția intrînd în regimul difuziv de desfășurare;

— concentrația oxigenului pe suprafața exterioară a anvelopei gazoase „la infinit", C_∞. După 0,05 s începe să scadă și ea, dar mai încet decît concentrația pe suprafața particulei. Diferența ordonatelor celor două concentrații reprezintă, la o altă scară, valoarea fluxului de oxigen

$$q_{O_2} = \beta(C_\infty - C_p), \tag{15}$$

unde β este coeficientul de schimb de substanță, m/s; $\beta = \mathrm{D}\mathrm{Nu}_d/2\rho_p$.

Dacă gradul de recirculare r = 0,5, în momentul inițial, cu ajutorul formulei 10, se găsește $C_p = C_\infty = 0{,}212$ kgf/Nm³. În acest caz concentrația oxigenului pe suprafața particulei scade brusc după 0,07 s. Rezultă de aici efectul negativ al micșorării concentrației de oxigen asupra timpului de aprindere a particulei de cărbune.

În figura 3 se arată, pentru diverse momente, variația concentrației de oxigen în jurul particulei de cărbune. Dacă r = 0, în momentul inițial,

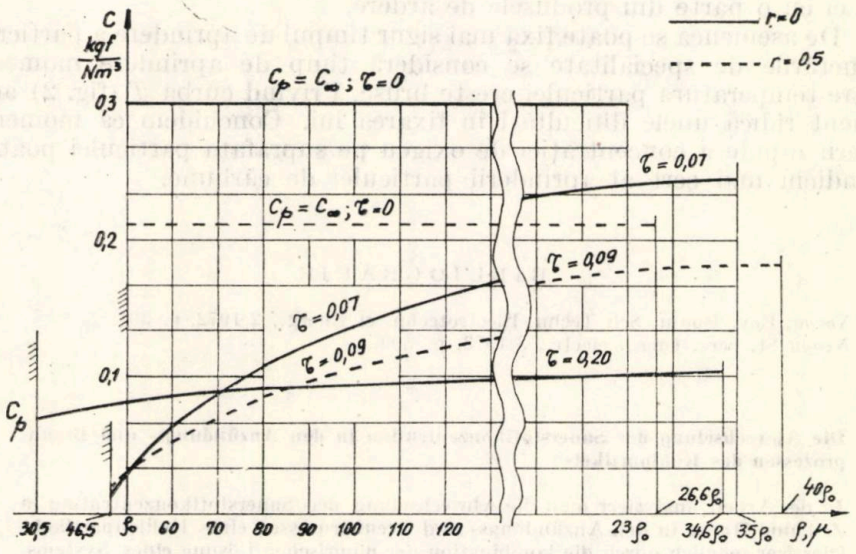


Fig. 3 — Variația concentrației de oxigen cu raza curentă, C = C(ρ), pentru diverse momente ; raza inițială a particulei $\rho_0 = 50\mu$;
——— r = 0 ; — — — — — r = 0,5.

raza anvelopei gazoase, $R = 23\,\rho_0 = 1150\ \mu$. După $\tau = 0{,}07$ s, concentrația C_p a devenit minimă (v. fig. 2) ; raza particulei, care deja s-a aprins, a devenit 46,5 μ, iar raza anvelopei, din cauza ridicării temperaturii a crescut la $35\,\rho_0 = 1750\ \mu$. Pentru $\tau = 0{,}20$ s, concentrația C_p a crescut (raza particulei a scăzut la 30,5 μ) ; raza anvelopei este 34,6 $\rho_0 = 1730\ \mu$. Dacă gradul de recirculare este $r = 0{,}5$, în momentul inițial, raza anvelopei este 26,6 $\rho_0 = 1330\ \mu$. După 0,09 s, raza particulei a devenit 46,5 μ. Deci în cazul recirculării, același grad de ardere s-a obținut după un interval de timp mai mare în comparație cu arderea „pură", fără recirculare ; raza anvelopei este 40 $\rho_0 = 2000\ \mu$.

De asemenea, privind figura 3 se constată că viteza de creștere a concentrației de oxigen este apreciabilă într-o zonă foarte aproape de suprafața particulei ; în rest panta ei este mică. Aceasta ne îndreptățește a considera egalitatea între concentrația medie în anvelopa gazoasă și pe sfera cu raza R. Un exemplu numeric $C_{med} = \frac{41}{44} C_\infty$; deci ipoteza simplificatoare făcută nu introduce o eroare prea mare.

Concluzii

În lucrare s-a evidențiat variația în timp și spațiu a concentrației de oxigen, atît la aprinderea particulei cît și în procesul de ardere a ei. Totodată s-a arătat și influența gazelor recirculate asupra dinamicii acestor funcții. Pentru modelul fizic adoptat gazele recirculate ($r = 0{,}5$) au dus la mărirea timpului de aprindere a particulei de la 0,05 s la 0,07 s, (diametrul inițial al particulei este de 100 μ). Aceasta se explică prin micșorarea concentrației de oxigen în faza gazoasă, datorită amestecării ei cu o parte din produsele de ardere.

De asemenea se poate fixa mai sigur timpul de aprindere a particulei. În lucrările de specialitate se consideră timp de aprindere momentul în care temperatura particulei crește brusc. Privind curba T (fig. 2) acest moment ridică unele dificultăți în fixarea lui. Conchidem că momentul scăderii rapide a concentrației de oxigen pe suprafața particulei poate fi un indiciu mai cert al aprinderii particulei de cărbune.

BIBLIOGRAFIE

1. *C. Neaga*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., 2/1972, p. 391.
2. *C. Neaga* St. cerc. energ. electr., 3/1973, p. 599.

Die Abwechselung der Sauerstoffkonzentration in den Anzündungs- und Brennprozessen des Kohlpartikels

In der Arbeit analysiert man die Abwechselung der Sauerstoffkonzentration in Zeit und Raum in den Anzündungs- und Brennprozessen eines Kohlenpartikels. Dies war möglich durch die kombination der numrischen Lösung eines Systems, das die Anzündung und das Brennen der Partikel modelliereten, mit der analytischen Lösung der Diffusions gleichung im nichtstationärem Regim.
Die praktischen Schlussfolgerungen sind nützlich für das Projektieren und die Ausnützung der Brennenanlagen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

AERONAVE

C.Z.: 629.13.014.3

DETERMINAREA CIRCULAŢIEI ÎN JURUL ARIPEI DE ANVERGURĂ FINITE CU AJUTORUL POTCOAVELOR DE VÎRTEJ

PAUL MARINESCU *

În lucrarea de faţă se prezintă o metodă pentru determinarea circulaţiei în jurul aripilor de anvergură finită avînd o anumită formă în plan (aripi dreptunghiulare, trapezoidale şi dublu trapezoidale) utilizînd modelul potcoavelor de vîrtej în ipoteza liniei portante drepte.

Considerînd un număr de puncte în lungul aripii ecuaţia integro-diferenţială a lui Prandtl conduce la un sistem de ecuaţii ai căror coeficienţi depind de numărul de puncte considerate şi de forma în plan a aripei.

Rezultatele calculului arată că distribuţia circulaţiei este influenţată de numărul de puncte considerate în lungul aripei. Rezultate comparabile cu alte metode se obţin practic începînd de la un număr de 15 sau 16 puncte.

Totodată cele două variante considerate pentru modelul potcoavelor de vîrtej duc la rezultate identice şi prin urmare oricare din ele pot fi adoptate.

Ecuaţia de bază

Studiul caracteristicilor aerodinamice ale aripilor de anvergură finită în ipoteza liniei portante drepte a condus la o serie de metode pentru determinarea circulaţiei în jurul acestora. Majoritatea metodelor se bazează pe descompunerea circulaţiei într-o serie trigonometrică care este utilizată apoi în ecuaţia integro-diferenţială datorită lui Prandtl pentru determinarea coeficienţilor seriei.

În lucrarea de faţă se urmăreşte determinarea circulaţiei în jurul aripei în cazul în care aceasta este înlocuită cu potcoave de vîrtejuri după cum se arată în figura 1. Viteza indusă în fiecare din punctele 1, 2, 3, ... m considerate pe aripă de fiecare potcoavă de vîrtej Γ_i are expresia

$$w_1 = -\frac{2\Gamma_{11}}{4\pi\dfrac{\Delta y}{2}} + \sum_{i\neq 1}^{m}\frac{\Gamma_{1i}}{4\pi}\left(\frac{1}{y_i - y_1 - \dfrac{\Delta y}{2}} - \frac{1}{y_i - y_1 + \dfrac{\Delta y}{2}}\right) = \tag{1}$$

$$= -\frac{\Gamma_{11}}{\pi\Delta y} + \frac{1}{4\pi}\sum_{i\neq 1}^{m}\frac{\Gamma_{1i}\Delta y}{(y_i - y_1)^2 - \left(\dfrac{\Delta y}{2}\right)^2}$$

Manuscris predat redacţiei la data de 3 noiembrie 1978
* Şef lucrări dr. ing Catedra Aeronave

$$w_2 = -\frac{\Gamma_{22}}{\pi\Delta y} + \frac{1}{4\pi}\sum_{i\neq 2}^{m}\frac{\Gamma_{2'i}\Delta y}{(y_i - y_2)^2 - \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2}$$

. . . . . (1)

$$w_n = -\frac{\Gamma_{nn}}{\pi\Delta y} + \frac{1}{4\pi}\sum_{i\neq n}^{m}\frac{\Gamma_{ni}\Delta y}{(y_i - y_n)^2 - \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2}$$

Deoarece într-o secțiune n se poate scrie ecuația

$$\Gamma_{nn} = kc_n V_0\left(\alpha_n + \frac{w_n}{V_0}\right) \tag{2}$$

rezultă

$$\Gamma_{nn} = kc_n V_0\left\{\alpha_n - \frac{1}{\pi V_0}\left[\frac{\Gamma_{nn}}{\Delta y} - \frac{1}{4}\sum_{i\neq n}^{m}\frac{\Gamma_{ni}\Delta y}{(y_i - y_n)^2 - \left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2}\right]\right\} \tag{3}$$

unde s-a notat :

V_0 — viteza de la infinit
Γ_{nn} — circulația în secțiunea n
c_n — coarda aripei în secțiunea n
α_n — unghiul de incidență în dreptul secțiunii n

iar coeficientul k se poate alege între $(0{,}8 + 1)\pi$

Ecuația precedentă poate fi pusă sub formă adimensională dacă se notează ;

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{2bV_0\alpha},\quad \bar{y} = \frac{y}{b},\quad \bar{c} = \frac{c}{c_0},\quad \mu_0 = \frac{kc_0}{2b},\quad \Delta\bar{y} = \frac{\Delta y}{b} \tag{4}$$

Se obține astfel
pentru $\alpha_n = \alpha = ct$

$$\bar{\Gamma}_{nn} = \mu_0\bar{c}_n\left\{1 - \frac{1}{2\pi}\left[\frac{4\bar{\Gamma}_{nn}}{\Delta\bar{y}} - \sum_{i\neq n}^{m}\frac{\bar{\Gamma}_{ni}\Delta\bar{y}}{(\bar{y}_i - \bar{y}_n)^2 - \left(\frac{\Delta\bar{y}}{2}\right)^2}\right]\right\} \tag{5}$$

sau

$$\bar{\Gamma}_{nn}\left(1 + \frac{2\mu_0\bar{c}_n}{\pi\Delta\bar{y}}\right)\left(-\frac{\mu_0\bar{c}_n}{2\pi}\sum_{i\neq n}^{m}\frac{\bar{\Gamma}_{ni}\Delta\bar{y}}{(\bar{y}_i - \bar{y}_n)^2 - \left(\frac{\Delta\bar{y}}{2}\right)^2} = \mu_0\bar{c}_n\right. \tag{6}$$

Ecuația (6) trebuie satisfăcută într-un număr finit de puncte pe aripă. Rezultă astfel un sistem de m ecuații cu m necunoscute.

Se observă că ecuația (6) mai poate fi pusă și sub forma

$$\bar{\Gamma}_{nn}\left(4+\frac{2\pi\Delta\bar{y}}{\mu_0\bar{c}_n}\right)-\sum_{i\neq n}^{m}\frac{\bar{\Gamma}_{ni}(\Delta\bar{y})^2}{(\bar{y}_i-\bar{y}_n)^2-\left(\frac{\Delta\bar{y}}{2}\right)^2}=2\pi\Delta\bar{y} \tag{7}$$

În cazul aripilor simetrice distribuția circulației fiind simetrică se poate simplifica relația precedentă deoarece

$$\bar{\Gamma}_i=\bar{\Gamma}_{m-i+1} \tag{8}$$

pentru m par și $i=1\ldots m/2$ și,

$$\bar{\Gamma}_i=\bar{\Gamma}_{m-i+1} \tag{9}$$

pentru m impar și $i=1\ldots(m+1)/2$.

Prin urmare se poate considera un număr de $m/2$ și $(m+1)/2$ puncte pe semianvergura aripei dispuse ca în figura 1-a și 1-b, coeficienții sistemului (7) fiind dați de relațiile

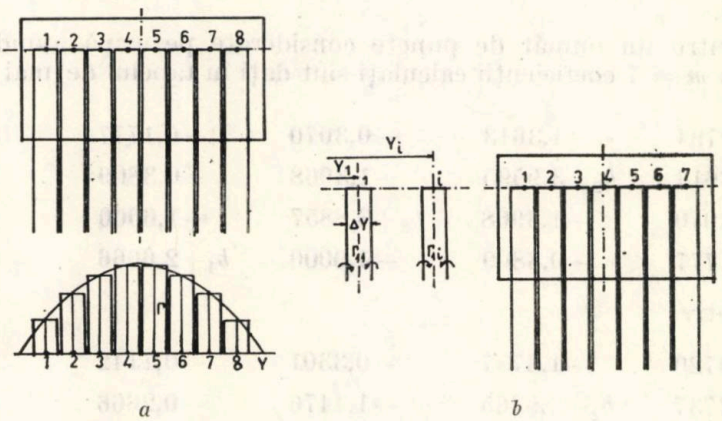


Fig. 1

$$b_{n,n}=\frac{2\pi\Delta\bar{y}}{\mu_0\bar{c}_n}+\left(4-\frac{1}{(m+1-2n)^2-0{,}25)}\right)=b_n+\bar{b}_{n,n},\quad n=i$$

$$b_{n,i}=-\frac{1}{(n-i)^2-0{,}25}-\frac{1}{(m+1-n-i)^2-0{,}25},\quad n\neq i \tag{10}$$

$$b_{n,i+1}=2\pi\Delta\bar{y},\ \Delta\bar{y}=\frac{1}{m+1},\ (i=m/2,\ n=1,\ \ldots,\ m/2).$$

şi respectiv de relaţiile

$$b_{n,n} = \frac{2\pi\Delta\bar{y}}{\mu_0\bar{c}_n} + \left(4 - \frac{1}{(m-2n+1)^2 - 0{,}25}\right) = b_n + \bar{b}_{n,n},\ n = i,\ n \neq \frac{m+1}{2}$$

$$b_{n,n} = \frac{2\pi\Delta\bar{y}}{\mu_0\bar{c}_n} + 4,\ n = \frac{m+1}{2}$$

$$b_{n,i} = -\frac{1}{(n-i)^2 - 0{,}25},\ i = \frac{m+1}{2} \tag{11}$$

$$b_{n,i} = -\frac{1}{(n-i)^2 - 0{,}25} - \frac{1}{(m-n-i+1)^2 - 0{,}25},\ n \neq i$$

$$b_{n,i+1} = 2\pi\Delta\bar{y},\ \Delta\bar{y} = \frac{1}{m+1},\quad i = (m+1)/2,\ n = 1, \ldots, (m+1)/2$$

unde prin $b_{n,i+1}$ s-au notat termenii liberi.

Se observă că coeficienţii de tipul $b_{n,n}$, $b_{n,i}$ şi $b_{n,i+1}$ nu depind de forma în plan a aripei şi deci sînt funcţie doar de numărul de puncte considerate pe aripă.

Pentru un număr de puncte considerate pe aripă avînd valoarea $m = 8$ şi $m = 7$ coeficienţii calculaţi sînt daţi în tabelul de mai jos :

b_1+3,9794	−1,3613	−0,3070	−0,1777	0,6981
−1,3613	b_2+3,9595	−1,3968	−0,3809	0,6981
−0,3070	−1,3968	b_3+3,8857	−1,6000	0,6981
−0,1777	−0,3809	−1,6000	b_4+2,6666	0,6981

şi respectiv

b_1+3,9720	−1,3737	−0,3301	−0,1142	0,7853
−1,3737	b_2+3,9365	−1,4476	−0,2666	0,7853
−0,3301	−1,4476	b_3+3,7333	−1,3333	0,7853
−0,2285	−0,5333	−2,6666	b_4+4	0,7853

unde

$$b_n = \frac{2\pi\Delta\bar{y}}{\mu_0\bar{c}_n}$$

după cum rezultă din relaţiile de calcul (10) şi (11).

Pentru $m = 16$ şi $m = 15$ coeficienţii calculaţi sînt daţi în tabelul 1 şi respectiv 2. Termenii subliniaţi sînt de tipul $\bar{b}_{nn}$.

Coeficienții sistemului pentru m = 16

Tabelul 1

3,9955	−1,3384	−0,2725	−0,1212	−0,0717	−0,0504	−0,0403	−0,0361	0,3695
−1,3384	*3,9940*	−1,3402	−0,2749	−0,1243	−0,0758	−0,0560	−0,0484	0,3695
−0,2725	−1,3402	*3,9917*	−1,3433	−0,2790	−0,1299	−0,0840	−0,0683	0,3695
−0,1212	−0,2749	−1,3433	*3,9874*	−1,3490	−0,2871	−0,1422	−0,1038	0,3695
−0,0717	−0,1243	−0,2790	−1,3490	*3,9794*	−1,3613	−0,3070	−0,1777	0,3695
−0,0504	−0,0758	−0,1299	−0,2871	−1,3613	*3,9595*	−1,3968	−0,3809	0,3695
−0,0403	−0,0560	−0,0840	−0,1422	−0,3070	−1,3963	*3,8857*	−1,6000	0,3695
−0,0361	−0,0484	−0,0683	−0,1038	−0,1777	−0,3809	−1,6000	*2,6666*	0,3695

Coeficienții sistemului pentru m = 15

Tabelul 2

3,9948	−1,3392	−0,2736	−0,1225	−0,0735	−0,0527	−0,0436	−0,0205	0,3926
−1,3392	*3,9930*	−1,3416	−0,2766	−0,1266	−0,0791	−0,0609	−0,0279	0,3926
−0,2736	−1,3416	*3,9899*	−1,3457	−0,2823	−0,1347	−0,0914	−0,0404	0,3926
−0,1225	−0,2766	−1,3457	*3,9843*	−1,3538	−0,2946	−0,1546	−0,0634	0,3926
−0,0735	−0,1266	−0,2823	−1,3538	*3,9720*	−1,3737	−0,3301	−0,1142	0,3926
−0,0527	−0,0791	−0,1347	−0,2946	−1,3737	*3,9365*	−1,4476	−0,2666	0,3926
−0,0436	−0,0609	−0,0914	−0,1546	−0,3301	−1,4476	*3,7333*	−1,3333	0,3926
−0,0410	−0,0559	−0,0808	−0,1269	−0,2285	−0,5333	−2,6666	*4,0000*	0,3926

Calculul distribuției corzii în anverurgă

Pentru generalitate vom considera cazul aripei dublu trapezoidală din figura 2. Vom nota cu

$$q = 1 - \frac{c_e}{c_0} \qquad (12)$$

raportul de trapezoidalitate, cu

$$q_1 = 1 - \frac{c_1}{c_0} \qquad (13)$$

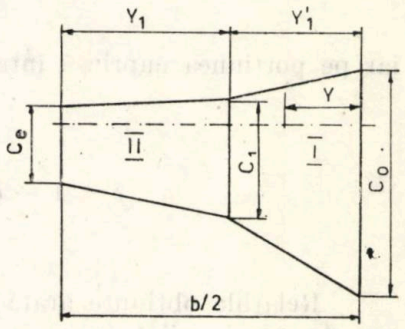


Fig. 2

raportul de dublă trapezoidalitate și cu

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1}{b} \tag{14}$$

cota de dublă trapezoidalitate.

Cu notațiile adoptate aria aripei va fi

$$A = y_1 (c_e - c_0) + 0{,}5\, b(c_1 + c_0) \tag{15}$$

iar alungirea

$$\lambda = \frac{b^2}{A} = \frac{b}{c_0} \frac{1}{1 - 0{,}5q_1 - q\bar{y}_1} \tag{16}$$

Prin urmare coeficientul μ_0 va avea expresia

$$\mu_0 = \frac{kc_0}{2b} = \frac{k}{2\lambda} \frac{1}{1 - q\bar{y}_1 - 0{,}5q_1} \tag{17}$$

Dacă se consideră o variație lineară a corzii pe porțiunea cuprinsă între $y = 0$ și $y = -\left(\frac{b}{2} - y_1\right)$ se găsește

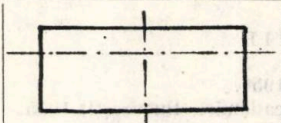
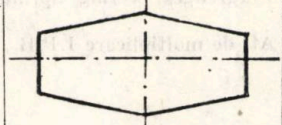
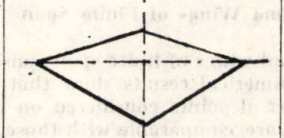
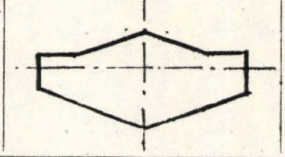
$$\bar{c} = 1 + \frac{q_1}{0{,}5 - y_1} \bar{y} \tag{18}$$

iar pe porțiunea cuprinsă între $y = -\left(\frac{b}{2} - y_1\right)$ și $y = -\frac{b}{2}$ se găsește

$$\bar{c} = 1 - q + \frac{q - q_1}{\bar{y}_1} (0{,}5 + \bar{y}) \tag{19}$$

Relațiile obținute arată că aripa este determinată atunci cînd se cunosc parametrii λ, q, q_1, și $\bar{y}_1$. În funcție de valorile lui q, q_1 și $\bar{y}_1$ se pot obține forme distincte de aripi așa cum se arată în tabelul 3.

Tabelul 3

Tip	Forma în plan a aripii	q_1, $q(0 \ldots 1)$	$\bar{Y}_1(0 \ldots 0{,}5)$	Observații
1		$q_1 = q = 0$	0 0,5	$c_1 = c_e = c_0$
2		$q_1 = q$ $q_1 = 0$	0 0,5	$c_1 = c_e$ $c_1 = c_0$
3		$q_1 = q = 1$ $q_1 = 0,\ q = 1$	0 0,5	$c_1 = c_e = 0$ $c_1 = c_0,\ c_e = 0$
4		$q_1 < q$	0 ... 0,5	$c_1 > c_e$

Rezultate

Distribuția circulației, pentru o aripă cu geometrie dată, depinde de numărul de puncte considerate pe aripă. În figura 3 s-a reprezentat distribuția circulației pentru o aripă dreptunghiulară pentru un număr de 7, 15 și 39 puncte considerate de-a lungul anvergurii. Se observă că cu cît numărul de puncte crește distribuția circulației corespunde cu cea obținută, de exemplu, prin metoda Multhopp [3], sau alte metode [1].

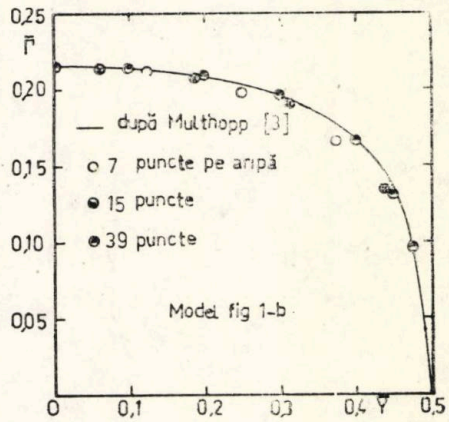


Fig. 3

Practic se poate considera că distribuția circulației rămîne aceiași pentru un număr de puncte mai mare ca $m = 15$ (sau 16).

Pentru $m = 7$ (sau 8) rezultatele pot fi considerate satisfăcătoare într-o primă aproximație avînd în vedere rezolvarea comodă a sistemului de patru ecuații. Pentru un număr mai mare de puncte se poate alcătui un program de calcul [4] cu ajutorul căruia pot fi studiate diverse forme în plan de aripi cu rezultate imediate.

Calculele arată că cele două modele din figura 1-a și 1-b conduc practic la rezultate identice și de aceea oricare din aceste două modele pot fi luate în considerație.

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Carafoli*, Aerodinamica, Ed. Tehnică, București, 1951.
2. *E. Carafoli, T. Oroveanu*, Mecanica Fluidelor, Ed. Academiei, București, 1955.
3. *H. Schlichting*, E. Truckenbrodt, Aerodynamic des Flugzeuges, Verlag Springer, Berlin, 1959.
4. *P. Marinescu*, Culegere de probleme de aerodinamică, At. de multiplicare I.P.B., București, 1976.

The Determination of the Circulation Around Wings of Finite Span

A method to calculate the circulation around wings of finite span considering vortex horseshoe model is proposed. The numerical results show that the precision of the calculation depends on the number of points considered on profile. For a number of 15 (or 16 points) the results are comparable with those obtained by other methods.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 549.4 : 535.33

METODA PENTRU SPORIREA SENSIBILITĂȚII MOIRÉ-URILOR

COSTICĂ ATANASIU *

În articol se prezintă o nouă cale experimentală pentru sporirea sensibilității metodei moiré-urilor și pentru măsurarea directă a deformațiilor fără a se mai efectua o derivare grafică sau numerică.

Metoda de măsurare este punctuală și din această cauză ea este mai ales recomandată la studiul deformațiilor în cazul fluajului materialelor reologice.

Acest studiu a fost efectuat în Laboratorul de analiza stării de eforturi a Universității Libere din Bruxelles, în timpul unei perioade de specializare.

Introducere

Interesul manifestat în ultimul deceniu față de metoda moiréurilor și avantajele pe care aceasta le prezintă în analiza stării de eforturi și de deformație a condus la apariția unor noi tehnici, perfecționate și cu sensibilitate sporită. Aplicarea efectului moiré în mecanica corpului deformabil a fost determinată de interpretarea pur geometrică a franjelor, indiferent de legea fenomenologică ce caracterizează materialul deformat.

Sensibilitatea diferitelor procedee depinde de densitatea liniilor rețelelor utilizate. Totuși, densitatea liniilor rețelelor nu poate depăși 20 linii/mm, din cauza fenomenelor parazite care însoțesc în acest caz procesul de formare al franjelor. Ținînd seama de consecințele opticii fizice au fost dezvoltate procedee noi, de sensibilitate ridicată, lărgindu-se astfel domeniul de aplicabilitate a metodei moiré-urilor.

1. Bazele teoretice ale metodei propuse

Rețelele, formate din linii drepte alternativ întunecoase și luminoase, paralele la axa Ox, de pas p_1 și respectiv p_2 (fig. 1) cu $p_1 = 2b_1$ și $p_2 = 2b_2$ au următoarea relație de legătură între elementele lor geometrice :

$$\frac{b_1}{p_1} = \frac{b_2}{p_2}. \tag{1}$$

Pentru asemenea rețele funcția de transmisie a amplitudinii, definită ca raportul dintre amplitudinea luminoasă emergentă și incidentă, se poate

Manuscris predat redacției la data de 26 septembrie 1978
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Rezistența materialelor.

exprima sub forma seriilor Fourier :

$$f_1(x, y) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} a_{1h}\, e^{i2\pi h \frac{y}{p_1}},$$

$$f_2(x, y) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_{2s}\, e^{i2\pi s \frac{y}{p_2}}, \tag{2}$$

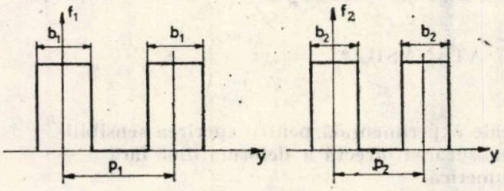


Fig. 1. Elementele geometrice ale rețelelor

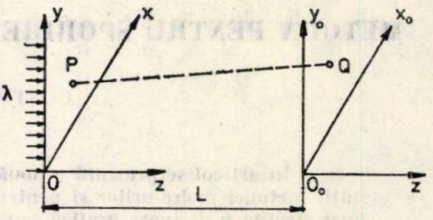


Fig. 2. Schema pentru stabilirea planului de maxim contrast al franjelor moiré

unde

$$a_{1h} = \frac{b_1}{p_1} \cdot \frac{\sin(h\pi\, b_1/p_1)}{h\pi b_1/p_1},$$

$$a_{2s} = \frac{b_2}{p_2} \cdot \frac{\sin(s\pi b_2/p_2)}{s\pi b_2/p_2},$$

$$h = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots, \qquad s = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

Suprapunînd într-un același plan Oxy cele două rețele, funcția de transmisie a amplitudinii pentru noul sistem este :

$$f(x, y) = f_1 \cdot f_2 = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_{1h} a_{2s}\, e^{i2\pi\left(\frac{h}{p_1} + \frac{s}{p_2}\right)y}. \tag{3}$$

Dacă cele două rețele suprapuse de pas p_1 și respectiv $p_2 = p_1\,(1 + \delta)$, $\delta \ll 1$ sînt luminate în incidență normală cu un fascicul de unde luminoase de lungime λ, într-un plan $O_0\, x_0\, y_0$ (fig. 2) paralel cu planul Oxy și situat la distanță L, se vor putea observa franje moiré cînd $h = -s$. Franjele vor fi drepte echidistante și paralele cu Ox (dacă inițial liniile rețelelor au fost paralele cu Ox) și sînt definite de ecuația :

$$\frac{y\delta}{p_1} = C + n \tag{4}$$

unde $n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$ iar C este o constantă.

Într-un punct Q situat în planul $O_0\ x_0\ y_0$ amplitudinea luminoasă este dată de relația:

$$U = A \exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda}\right)\sum_{h,\,s=-\infty}^{\infty}\sum^{\infty} a_{1h}a_{2s} \exp\left[i\pi\lambda L\left(\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2}\right)^2\right]\times$$

$$\times \exp\left[i2\pi\left(\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2}\right)y_0\right], \tag{5}$$

unde λ este lungimea de undă a luminii utilizate iar A o constantă.

În planul $O_0\ x_0\ y_0$ se vor observa franje moiré cu un bun contrast numai dacă este îndeplinită condiția:

$$\exp\left[i\pi\lambda L\left(\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2}\right)^2\right] = 1, \tag{6}$$

pentru orice valori ale lui h și s.

Relația (6) este satisfăcută de

$$L = \nu\frac{p_1p_2}{\delta\lambda}, \qquad \nu = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \tag{7}$$

Presupunînd că rețeaua de pas p_2 suferă o deformație în planul său, funcția de transmisie a acestei rețele devine:

$$f_2 = \sum_{s=-\infty}^{\infty} a_{2s} \exp\left[i\frac{2\pi s}{p_1}\left(\frac{y}{1+\varepsilon}-\gamma x\right)\right], \tag{8}$$

ε și γ fiind deformația specifică în lungul axei Oy și respectiv lunecarea specifică, într-un punct P.

Funcția de transmisie a amplitudinii pentru cele două rețele este:

$$f = \sum_{s,\,h=-\infty}^{\infty}\sum^{\infty} a_{1h}a_{2s} \exp\left\{i2\pi\left[\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2(1+\varepsilon)}\right]y - s\gamma x\right\}. \tag{9}$$

Amplitudinea luminoasă în punctul $Q\ (x_0, y_0)$ după deformarea celei de a doua rețele este dată de relația:

$$U = \frac{A}{L}\exp\left(-\frac{2\pi L}{\lambda}\right)\sum_{h,\,s=-\infty}^{\infty}\sum^{\infty} a_{1h}a_{2s} \exp\left\{i2\pi\lambda L\left[\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2(1+\varepsilon)}\right]^2\right\}\times$$

$$\exp\left[\frac{h}{p_1}+\frac{s}{p_2(1+\varepsilon)}\right]y_0 \exp\left(-\frac{2\pi s\gamma x_0}{p_2}\right). \tag{10}$$

Relația (10) a fost stabilită presupunînd că ε și γ sînt constante într-un domeniu centrat în P.

În planul $O_0\, x_0\, y_0$ se vor obține franje moiré cu un contrast bun pentru :

$$\exp\left\{ i2\pi\lambda L\left[\frac{h}{p_1} + \frac{s}{p_2(1+\varepsilon)}\right]^2\right\} = 1, \tag{11}$$

pentru orice valori ale lui h și s.

Relația (11) este satisfăcută dacă

$$L = \nu\, \frac{p_1 p_2(1+\varepsilon)}{(\delta+\varepsilon)\lambda}. \tag{12}$$

Devine astfel posibil ca funcție de valorile măsurate L, pentru o valoare dată a lui ν să se stabilească direct valorile deformației medii specifice ε utilizînd relația

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{\nu p_1 p_2}{\lambda L} - \delta}{1 - \dfrac{\nu p_1 p_2}{\lambda L}}. \tag{13}$$

Dacă sursa luminoasă nu este punctuală și monocromatică ci prezintă un spectru continuu de frecvențe, diferitele unde componente emise sînt incoerente între ele. Admițînd că relația (13) este verificată de unda componentă λ_1 atunci în planul de observație considerat, franjele moiré nu vor fi negre ci vor avea culoarea determinată de λ_1. Acest lucru a fost pus în evidență [1] prin analiza franjelor cu ajutorul unui spectroscop.

În cazul în care distanța L se păstrează constantă iar una din rețele suferă o deformație, suprafața rețelelor suprapuse fiind limitată la un domeniu în care deformațiile specifice pot fi considerate constante, relațiile (12) și (13) devin :

$$L = \frac{\nu p_1 p_2(1+\varepsilon)}{(\delta+\varepsilon)\lambda_2}, \tag{14}$$

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{\nu p_1 p_2}{\lambda_2 L} - \delta}{1 - \dfrac{\nu p_1 p_2}{\lambda_2 L}}, \tag{15}$$

unde λ_2 este noua undă componentă absorbită.

Valorile lui ν, p_1, p_2, δ, L fiind cunoscute este, deci, posibil de a determina ε funcție de lungimea undei absorbite ceea ce a fost obținut experimental [1] prin analiza fiecărui franj cu ajutorul unui spectroscop cu rețea și a unui densitometru optic.

Această metodă prezintă certe avantaje: permite determinarea directă a deformațiilor specifice și totodată măsurarea unor deformații mult mai mici decît era posibil prin procedeele clasice.

Utilizarea însă a spectroscopului cu rețea pentru determinarea distribuției intensităților spectrale și analiza filmului obținut cu ajutorul densitometrului optic face ca metoda să devină greu de aplicat.

Pentru înlăturarea acestui principal dezavantaj am propus și utilizat montajul optic prezentat în fig. 3.

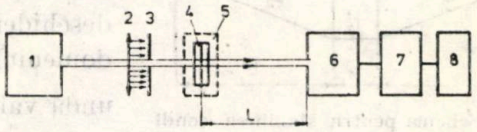


Fig. 3. Montajul experimental

2. Montajul experimental. Exigențe și mod de lucru

Montajul experimental realizat cuprinde:

— un monocromator cu oglindă cu vizare rectilinie (1) de tip Seitz — Wetzlar care permite obținerea unor fascicule de lumină monocromatică avînd lungimea de undă a luminii emise cuprinsă între 2000 Å și 10000 Å,

— sistemul de lentile (2) cu ajutorul căruia fasciculul luminos emis de monocromator este transformat într-un fascicul plan paralel,

— diafragma (3) care limitează domeniul situat pe cele două rețele suprapuse, domeniu în care deformațiile specifice pot fi considerate constante; prin reglarea deschiderii sale diafragma poate elimina armonicele superioare ($\nu = \pm 2, \pm 3 \ldots$),

— rețelele (4) care sînt așezate pe un suport micrometric (5); cele două rețele reprezintă rețeaua martor și rețeaua deformată,

— fotomultiplicatorul (6) avînd un orificiu de intrare a fasciculului luminos cu diametrul de 0,5 mm,

— sistemul de înregistrare $X - Y$ (7), model F—24 C Riken — Denschi,

— sursa de alimentare de înaltă tensiune (8) (200 ... 2500) V/5mA.

Pentru ca atît franjele moiré formate cît și liniile rețelelor să poată fi depistate în planul de observație trebuie ca lumina utilizată să fie coerentă. Condițiile de coerență pentru sursele luminoase sînt:

$$\frac{2\pi\rho}{\lambda l_0} < 1, \tag{16}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\left[(s_2 + r'_2 + r_2) - (s_1 + r'_1 + r_1)\right] \ll 1, \tag{17}$$

$\Delta\lambda$ fiind semilărgimea undei luminoase, celelalte elemente din relațiile (16) și (17) fiind date în fig. 4 unde R_1 și R_2 reprezintă cele două rețele suprapuse.

Întrucît sursa de lumină utilizată — monocromatorul — are o fantă de ieșire dreptunghiulară reglabilă (0,02 ... 1,8)mm, transformînd fasciculul emis, cu ajutorul sistemului de lentile (2) într-un fascicul paralel se poate considera $l_0 \cong \infty$ și relația (16) este îndeplinită.

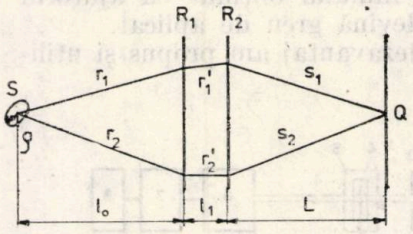


Fig. 4. Schema pentru stabilirea condițiilor de coerență a luminii.

Raportul $\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$ depinde de deschiderea fantei de ieșire a monocromatorului. Se constată, în cazul monocromatorului utilizat, că pentru diferite deschideri ale fantei de ieșire și pentru domeniul de utilizare a lungimilor de undă valorile lui $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_2}$ sînt cuprinse între (1,3 ... 1,8) 10^{-7} putîndu-se aprecia că și condiția (17) este îndeplinită și deci lumina utilizată este coerentă.

Eliminarea armonicilor superioare ale fasciculului plan paralel astfel obținut se face utilizînd diafragma (3). Se demonstrează [1] că pentru $d/r < 0{,}5$ (d fiind valoarea interfranjei iar r raza diafragmei) armonicile superioare ($\nu = \pm 2, \pm 3 \ldots$) sînt eliminate.

Pentru eliminarea fenomenelor parazite de difracție, distanța dintre rețele nu trebuie să depășească valoarea limită $l_1 = \frac{p_1 p_2}{16\lambda}$ atunci cînd rețelele sînt paralele între ele și observate în incidență normală [2].

Rețelele trebuie să fie paralele între ele și totodată paralele cu planul fantei de intrare a fotomultiplicatorului.

Neîndeplinirea acestei condiții conduce la deplasarea maximului de contrast (fig. 5). Dacă cele două plane sînt înclinate cu unghiul α relația (7) devine :

$$L = \nu \frac{p_1 p_2}{\lambda\delta} \cos^3 \alpha. \qquad (18)$$

Plasarea corectă a rețelelor în montaj s-a realizat utilizînd un suport micrometric pentru controlul poziției.

Pentru a putea analiza intensitatea luminoasă a fiecărei franje este necesar ca diametrul fantei de intrare a fotomultiplicatorului să fie inferior valorii grosimii franjelor.

Rețeaua martor și rețeaua deformată (obținută în urma solicitării piesei sau modelului de studiat) sînt suprapuse și așezate pe suportul micrometric (5). Se alege o distanță arbitrară L între rețele și fotomultiplicator și se limitează rînd pe rînd domeniul de studiat prin diafragma (3). Se analizează contrastul franjelor, rezultate în urma suprapunerii rețelelor pe direcția pe care trebuie determinate deformațiile.

Variind lungimea de undă a luminii emise de monocromator se face, cu ajutorul sistemului de înregistrare $X - Y$, înscrierea variației intensității luminoase $I = f(\lambda)$ pentru o franjă întunecoasă și pentru două franje luminoase care mărginesc franja întunecoasă, localizate rînd pe rînd pe fanta de intrare a fotomultiplicatorului.

Contrastul unei franje se calculează cu relația :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max}}, \tag{19}$$

I_{max} fiind intensitatea medie a celor două franje luminoase care mărginesc franja întunecoasă considerată de intensitate I_{min}.

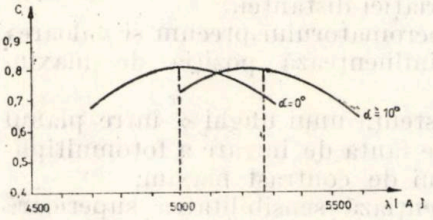


Fig. 5. Deplasarea punctului de contrast maxim al franjei în raport cu unghiul de înclinare a planului rețelelor.

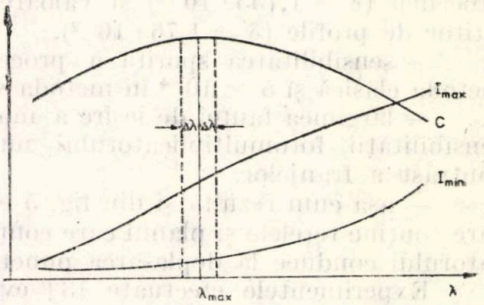


Fig. 6. Variația contrastului franjei și a intensității luminoase funcție delungimea de undă a luminii.

Distanța L dintre rețele și fotomultiplicator fiind fixă și aleasă arbitrar, franjele moiré vor avea un contrast maxim în planul fotomultiplicatorului pentru o lungime de undă a fasciculului bine determinată. Determinarea acestei lungimi de undă se face trasînd variația $C = f(\lambda_i)$.

Valoarea λ_{max} care corespunde valorii maxime a contrastului (fig. 6) reprezintă lungimea de undă a luminii absorbite și dă posibilitatea calculării directe, utilizînd relația (15), a deformației specifice în punctul considerat.

3. Rezultate și concluzii

Pentru testarea montajului realizat și a sensibilității procedeului experimental propus, s-a determinat pasul diferențial a două rețele în contact și s-a comparat valoarea astfel determinată cu cea obținută cu ajutorul unui cititor de profile.

Rețelele utilizate, formate din linii paralele alternativ luminoase și întunecoase, realizate pe plăci de sticlă, au avut pasul $p_1 = 5 \times 10^{-2}$ mm și respectiv $p_2 = p_1(1 + \delta)$.

Pasul diferențial δ se poate determina cu relația (7) după ce în prealabil s-a determinat experimental λ corespunzător contrastului maxim.

Scriind variația lui δ rezultă

$$\Delta\delta = \delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda}. \tag{20}$$

Se constată, așa cum rezultă și din fig. 6, că localizarea maximului de contrast este deosebit de importantă pentru precizia măsurării.

S-a ales succesiv $L = 288$ mm, $L = 259$ mm, $L = 300$ mm și s-au repetat de 58 ori, pentru toți parametrii care pot influența sensibilitatea procedeului, operațiunile necesare pentru trasarea curbei $C = f(\lambda_i)$ și determinarea lui λ_{max} absorbită.

Procedînd așa cum a fost prezentat anterior și prelucrînd statistic rezultatele obținute se desprind următoarele :

— o bună concordanță între valoarea lui δ determinată prin acest procedeu ($\delta = 1{,}755 \cdot 10^{-2}$) și valoarea lui δ obținută cu ajutorul unui cititor de profile ($\delta = 1{,}76 \cdot 10^{-2}$),

— sensibilitatea sporită a procedeului (4×10^{-5}) față de 10^{-3} în metoda clasică și 5×10^{-4} în metoda variației distanței,

— lărgimea fantei de ieșire a monocromatorului precum și valoarea sensibilității fotomultiplicatorului nu influențează poziția de maxim contrast a franjelor,

— așa cum rezultă și din fig. 5 existența unui unghi α între planul care conține rețelele și planul care conține fanta de intrare a fotomultiplicatorului conduce la deplasarea punctului de contrast maxim.

Experimentele efectuate [3] evidențiază sensibilitatea superioară precum și posibilitatea de a determina prin acest procedeu direct deformațiile specifice.

Studierea pe această cale a deformațiilor în cazul curgerii lente reprezintă o direcție în care noul procedeu își poate valorifica din plin avantajele.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ebbeni, J.*, Etude géneral du phénoméne de moirure. Dissertation présentée pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences Physiques. Presses Universitaires, Bruxelles, 1969.
2. *Rezette, Y.*, Nouvelles applications de la méthode des moirés. Revue Française de Mécanique, nr. 43, 1972.
3. *Atanasiu, C.*, Mesures spectroscopiques des déformations, Séminaire d'Analyse des Contraintes, Université Libre de Bruxelles, 1974.

Méthode pour augmenter la sensibilité des moirés

On établit une nouvelle voie expérimentale pour augmenter la sensibilité de la méthode des moirés et pour mesurer directement les déformations sans devoir effectuer une dérivation graphique ou numérique.

La mesure est ponctuelle, et de ce fait, elle peut être surtout adaptée à la mesure des courbes de fluage des matériaux rhéologiques plutôt qu'à des problemes de dimensionnement globaux d'éléments de construction ou de machine.

Cette étude a été réalisée pendant un st age de perfectionnement effectué au Laboratoire d'Analyse des Contraintes de l'Université Libre de Bruxelles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C.Z.: 621.91.004 : 669.14

DETERMINAREA DURABILITĂȚII SCULEI AȘCHIETOARE CU PLĂCUȚE DIN CARBURI METALICE P 10, FOLOSITE LA STRUNJIREA OȚELULUI ÎNALT ALIAT 28 VMoC 12

A. VLASE, C. DUMITRAȘ, P. DUMITRESCU *

În lucrare se prezintă studiul durabilității sculei aşchietoare la strunjirea oţelului înalt aliat 28 VMoC 12 cu cuțit cu plăcuță amovibilă din carbură metalică P 10. Au fost determinate, cu ajutorul calculatorului I.B.M. 1130, relațiile și diagramele de variație a durabilității în funcție de parametrii regimului de aşchiere. Lucrarea conține în text 4 tabele și 6 diagrame.

În procesul de aşchiere, durabilitatea sculei aşchietoare reprezintă un indicator de bază al prelucrabilității diferitelor materiale. În cadrul oţelurilor înalt aliate, pentru aceleași regimuri de aşchiere, durabilitatea sculei aşchietoare este cu mult mai redusă decît în cazul prelucrării oţelurilor de construcție obișnuite [1, 4].

Scopul principal al lucrării constă în cercetarea durabilității sculei aşchietoare la strunjirea oţelului înalt aliat 28VMoC12, oferind date utile cerute de producție.

O influență hotărîtoare asupra creșterii productivității procesului de aşchiere și asupra reducerii uzurii sculei aşchietoare o exercită folosirea unor scule din materiale care au mari proprietăți aşchietoare. Progresul în domeniul obținerii unor materiale de scule mai perfecționate se caracterizează prin găsirea unor materiale tot mai rezistente la temperaturi înalte, care permit o mărire a vitezelor de aşchiere [2, 4]. Experiențele au fost efectuate pe plăcuțe din carburi metalice marca P 10, cu prindere amovibilă în suportul port sculă.

Condițiile în care au avut loc determinările experimentale sînt următoarele :

— mașina-unealtă : strung normal, marca SN 500;

— scula aşchietoare : cuțit cu plăcuță amovibilă din carburi metalice P 10;

— parametrii geometrici ai sculei aşchietoare : $\gamma = 0^0$; $\alpha = 8°$; $\varkappa = 45°$; $\varkappa_1 = 45°$; $\lambda = -7°$; $r = 1{,}5$ mm;

Manuscris predat redacției la data de 6 septembrie 1978.

* Șef lucrări dr. ing. Conf. dr. ing; Ing. Catedra de Tehnologia construcției de mașini.

— așchierea a avut loc fără fluid de răcire;

— criteriul adoptat în vederea opririi așchierii a fost uzura catastrofală a plăcuței din carbură metalică, deoarece aceasta nu se recuperează după ieșirea din așchiere;

— caracteristicile chimice și mecanice ale materialului de prelucrat sînt indicate în tabelele 1 și 2.

Tabelul 1

Oțeul	C %	Mn %	P %	S %	Si %	Cr %
28VMoC12	0,215	0,45	0,013	0,005	0,31	1,26

Tabelul 2

Oțelul	Rezistența la rupere σ_r, daN/mm²	Limita de curgere σ_c, daN/mm²	Alungirea relativă δ %	Gîtuirea ψ %	Reziliența KCU 2, $\frac{kgm}{mm^2}$	Duritatea HB
28VMoC12	88	78,6	19,4	68,1	18,2	267

Determinările experimentale au fost făcute în condițiile utilizării metodei rapide de apreciere a uzurii care a condus la scurtarea duratei de experimentare și la reducerea consumului de material și scule.

Rezultatele înregistrate pe cale experimentală sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Oțelul	Nr. det.	t, mm	s, mm/rot	v, m/min	T, min
28VMoC12	1	2,5	0,2	151,9	24,6
	2	2,5	0,2	219,7	11,3
	3	2,5	0,4	151,9	17,1
	4	4	0,2	151,9	21,8

Prelucrarea datelor experimentale s-a făcut cu ajutorul calculatorului electronic tip I.B.M. 1130, cu un program special întocmit. Astfel, au fost determinați, mai întîi, exponenții din relația vitezei de așchiere:

$$v = \frac{C_v}{T^{m_v} t^{x_v} s^{y_v}} \text{ [m/min]} \qquad (1)$$

Valorile exponenților m_v, x_v, y_v şi a constantei C_v, determinate cu ajutorul calculatorului, sînt prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Oțeul	C_v	m_v	x_v	y_v
28VMoC12	519,9437	0,474381	0,121961	0,248889

Prin explicitarea relației (1), în funcție de durabilitatea T, rezultă ecuația (2) :

$$T = \frac{C_v^{\frac{1}{m_v}}}{v^{\frac{1}{m_v}} \; t^{\frac{x_v}{m_v}} \; s^{\frac{y_v}{m_v}}} \tag{2}$$

Calculul coordonatelor necesare ridicării curbelor de variație a durabilității, în funcție de parametrii regimului de aşchiere, a fost realizat cu ajutorul altui program derulat pe același calculator.

În figurile 1 şi 2 sînt prezentate variația durabilității sculei, în funcție de viteza de aşchiere, în cazul diferitelor adîncimi de aşchiere (fig. 1) şi avansuri de lucru (fig. 2).

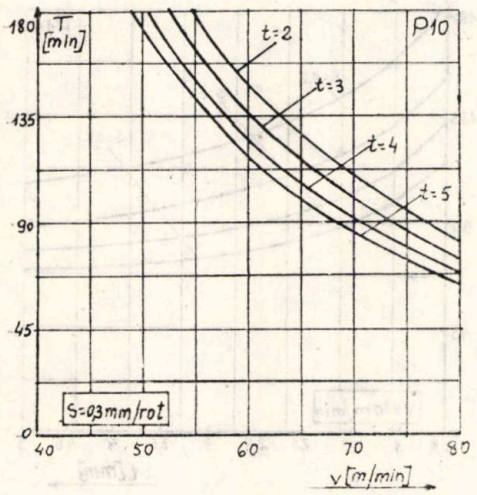


Fig. 1

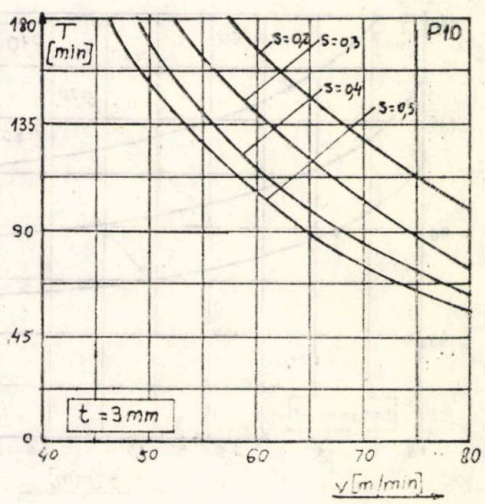


Fig. 2

Variația durabilității în raport cu avansul de lucru şi adîncimea de aşchiere, pentru diferite viteze este prezentată în figurile 3, 4, 5 şi 6.

Din studiul graficelor se desprinde faptul că durabilitatea sculei scade odată cu creşterea parametrilor regimului de aşchiere studiaţi după o lege exponenţială. Influenţa cea mai mare asupra durabilităţii sculei o are viteza de aşchiere, iar apoi în ordine avansul şi adîncimea de aşchiere.

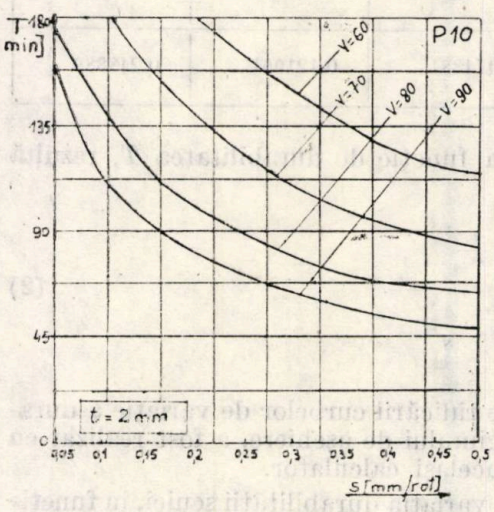


Fig. 3

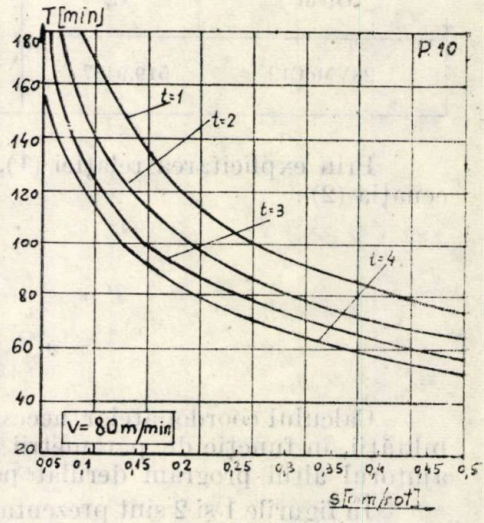


Fig. 4

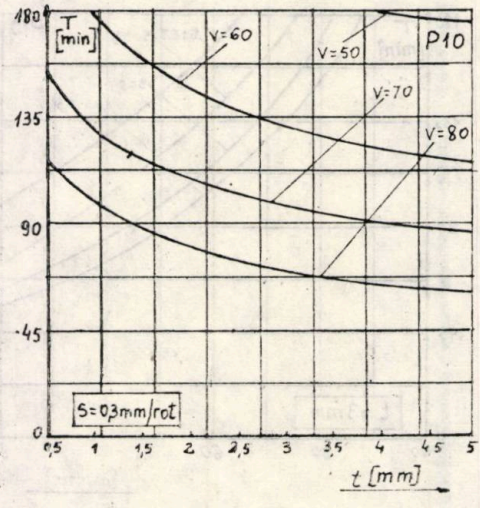


Fig. 5

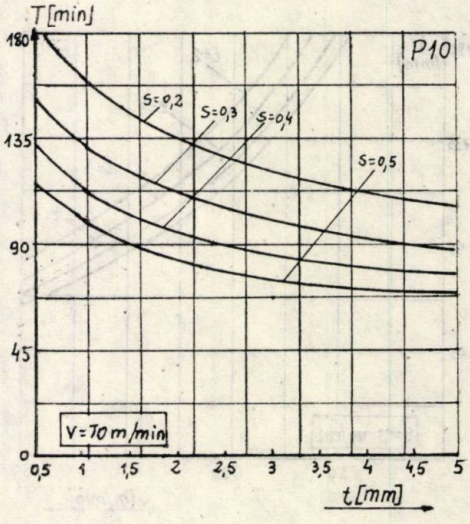


Fig. 6

Lucrarea prezentată oferă date utile privind regimurile de aşchiere la strunjirea unor oţeluri înalt aliate cu scule din carburi metalice, date care nu se găsesc în literatura de specialitate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Poduraev, V. N.*, Obrabotka rezaniem jaroprocinih i nerjaveiuşcih materialov. Izd. V.S. Moskova, 1965.
2. *Vlase, A.* Construcţia de maşini nr. 9, 1975.
3. *Lăzărescu, I.*, Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1964.
4. *Vlase, A.* Buletinul de informare tehnică UMGB, nr. 3—4, 1975, p. 23.

Определение стойкости режушего инструмента с пластинкой из твердого сплава Р при точении высоколегированной стали

В работе представлено исследование долговечности режущего инструмента при течении высоколегированной стали 28VMoC12 резцом с заменяемой пластинкой из твёрдого сплава Р10. При помощи счетной машины I.B.M. 1130 были определены соотношения и диаграммы изменения долговечности в зависимости от параметров режима резания. Работа содержит 4 таблицы и 6 диаграмм в тексте.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

C.Z.: 621.91 : 621.833

METODICA DETERMINĂRII SUPRAFEȚELOR FLANCURILOR DANTURII POLIHIPOCICLOIDALE GENERATE PE ROATA CILINDRICĂ

ADRIAN GHIONEA *

Conform teoriei înfășurătoarelor unei familii de suprafețe, în prima parte a lucrării se prezintă pe scurt metodica generală de determinare a suprafețelor înfășurătoare.

În continuare se prezintă aplicarea metodei la studiul generării danturii polihipocicloidale. Se stabilesc mișcările și lanțurile cinematice necesare generării precum și ecuațiile parametrice ale muchiilor așchietoare, suprafețelor generatoare liniei de contact și ale flancurilor danturii ca suprafețe înfășurătoare.

Studiul suprafețelor flancurilor permite determinarea formei generatoarei și directoarei acestora. Dantura rezultă cu profil evolventic în planul median al roții și de formă curbă bombată, ușor convexă pe un flanc și respectiv concavă pe celălalt flanc.

Introducere

Metodele teoretice și experimentale de cercetare a angrenajelor vizează ridicarea performanțelor lor funcționale prin perfecționarea tehnologiilor de fabricație și elaborarea unor noi tipuri de angrenaje.

Studiul diferitelor aspecte legate de aceste preocupări se face în legătură directă cu studiul generării teoretice și reale a suprafețelor flancurilor danturii și a formei acestora.

Pentru reprezentarea și analiza formei suprafețelor flancurilor generate se folosesc mai multe metode. Literatura de specialitate [8], [3], [6], [7], [5] prezintă detaliat aceste metode de la reprezentarea grafică la cea geometrică și cea mai nouă metoda cinematică.

Metoda cinematică folosește din teoria angrenării relația :

$$\bar{n} \cdot \bar{v} = 0 \qquad (1)$$

conform căreia în punctul de contact a două suprafețe reciproc înfășurătoare este îndeplinită condiția cinematică a ortogonalității normalei comune ($\bar{n}$) și a vitezei relative ($\bar{v}$). Din (1) după explicitare se stabilește

Manuscris predat redacției la data de 18 ianuarie 1979
* Asistent ing. Catedra de Mașini — unelte și scule.

relația de legătură între parametrii ce definesc forma suprafețelor generatoare și generate.

Metoda permite astfel o determinare mai ușoară a suprafețelor generatoare, a liniei de contact, a suprafețelor generate ca suprafețe înfășurătoare și a suprafeței de angrenare.

Notațiile folosite în lucrare

Σ_a ; S_a ; π_a — suprafață ; sistem de referință ; plan, cu referire la elementul a ;
Γ ; Δ — curbă generatoare, directoare ;
x, y, z — coordonate ;
$[X_a]$ — matrice coloană, reprezintă coordonatele (x, y, z) ale unui punct curent în sistemul S_a ;
$[M_{ab}]$ — matrice pătrată, face trecerea din S_a în S_b ;
$\bar{n}_a$ — vector normal pe Σ_a în punctul de contact cu suprafața conjugată ;
$\bar{v}$ — vectorul vitezei relative ;
B ; R — bază, rulantă sau rază ;
T — muchie așchietoare ;
i — raport de transmitere, număr de bucle $R_B/R_R = i_H$;
Parametrii :
λ — parametru în general (liniar sau de mișcare) :
z, m, p — numărul de dinți, modulul, pasul danturii ;
ω, n — viteză unghiulară, număr de rotații ;
u — parametrul ce definește muchia așchietoare ;
φ — parametru unghiular, definește poziția lui R în B ;
s_t — deplasarea saniei tangențiale corespunzător lui $\varphi = 1$ rad. ;
ε — parametru unghiular definește poziționarea roții pentru divizare $\varepsilon_d = i_H \cdot \varphi/z_p$, respectiv pentru rulare $\varepsilon_r = s_\varphi = 2\pi \cdot \varphi/i_H \cdot p$;
α — unghiul profilului de referință ;
K — -1 sau $+1$ corespunzător muchiei dreapta, stînga ;
Indicii :
D, B, R, H — referitor la dispozitiv, bază, rulantă, hipocicloidă ;
S, P, M — referitor la sculă, piesă (roată), mașină ;
G — generatoare (curbă sau suprafață) ;
d, r — divizare ; rulare
s, d — stînga, dreapta

1. Metoda generală de calcul

Desfășurarea calculelor impune stabilirea unor sisteme de referințe mobile și fixe în care se definesc parametrii și mișcările necesare generării.

Conform fig. 1 în S_1 și S_2 se definesc elementul generator Σ_1 și Σ_2 ca suprafață generată. Între aceste elemente conjugate există un contact liniar. Una din axele fiecărui sistem este orientată în lungul axei de rotație a elementului respectiv, față de care se rotește cu viteza unghiulară ω_1, ω_2.

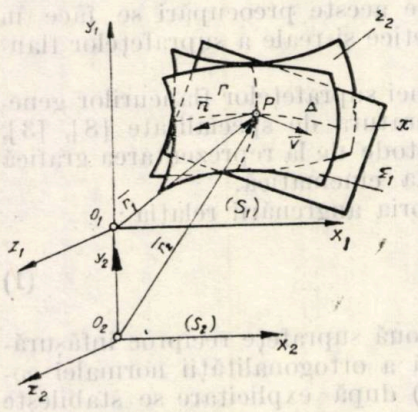


Fig. 1

Mișcarea relativă a elementului Σ_1 se determină prin unul sau doi parametri (λ_1, λ_2) în conformitate cu care Σ_2 va rezulta ca înfășurătoare a pozițiilor succesive a elementului Σ_1. Vectorul vitezei relative $\bar{v}$, situat în planul π tangent la cele două suprafețe în punctul de contact P se determină vectorial cu

relația [6], [9]:

$$\bar{v}_1^{(1,2)} = \bar{v}_1^{(1)} - \bar{v}_1^{(2)} = \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1 - \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2 \quad (2)$$

în care:

$\bar{r}_1$, $\bar{r}_2$ — razele vectoare ale punctului în care se determină $\bar{v}_1^{(1,2)}$

Vectorul normal al elementul Σ_1, definit de ecuația

$$[X_1] = X_1(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

în același punct de contact, este determinat de expresia:

$$\bar{n}_1 = \frac{\partial X_1}{\partial \lambda_1} \times \frac{\partial X_1}{\partial \lambda_2} \quad (4)$$

Înlocuind componentele celor doi vectori determinați din (2) și (4) în (1) rezultă:

$$n_{1x} v_{1x}^{(1,2)} + n_{1y} v_{1y}^{(1,2)} + n_{1z} v_{1z}^{(1,2)} = 0 \quad (5)$$

La generarea flancurilor danturii suprafața generatoare este obținută cinematic de muchiile așchietoare ale sculei. În acest caz studiul începe prin stabilirea ecuațiilor parametrice ale muchiilor așchietoare în sistemul S_S, exprimate matricial sub forma:

$$[X_s] = X_s(u) \quad (6)$$

Prin trecerea acestor ecuații din S_S în S_G cu matricea corespunzătoare M_{GS}, se obțin ecuațiile parametrice ale suprafeței generatoare (Σ_G) de forma:

$$[X_G] = [M_{GS}][X_S] = X_G(\lambda_1, \lambda_2) \quad (7)$$

Suprafața generatoare poate fi sau nu o suprafață riglată funcție de forma elementului generator. Analiza formei directoarei și generatoarei suprafeței Σ_G prezintă importanță pentru studiul suprafețelor evolventice ale danturii.

Suprafața flancurilor Σ_P, ca suprafață înfășurătoare a pozițiilor succesive a suprafețelor Σ_G, se stabilește în sistemul de referință al roții și se exprimă prin relația:

$$[X_P] = [M_{PG}][X_G] = [M_{PG}][M_{GS}][X_S] = X_P(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (8)$$

În continuare pentru Σ_P se analizează forma liniilor Γ și Δ precum și modul de variere a acestora, funcție de parametrii mișcărilor și cei de reglaj ai mașinii, sculei și piesei.

Întrucît Σ_G și Σ_P sînt conjugate, matematic se poate stabili forma liniei de contact. Pentru aceasta se asociază la relația (7) relația (5) stabilită pentru cazul concret de generare. Din (5) se exprimă :

$$\lambda_1 = f(\lambda_2, \lambda_3) \tag{9}$$

valoare ce se înlocuiește în relațiile (7).

Locul geometric al liniei de contact, considerat față de un sistem de referință fix (al mașinii), reprezintă suprafața de angrenare.

2. Suprafețele flancurilor danturii polihipocicloidale.

În fig. 2 se prezintă elementele principale ale dispozitivului [2] și lanțurile cinematice generatoare prin care se obțin mișcările necesare generării prin rulare cu dreaptă mobilă [1].

Numărul de scule așchietoare este i_H și egal cu numărul rulantelor R. Prin rularea lui R în B fiecare punct al muchiilor așchietoare descrie hipocicloide $hh_1 \ldots h_n$ închise (rulete) alungite sau scurtate cu i_H bucle.

În schema structurală sînt prezentate lanțul cinematic principal și cele două lanțuri cinematice de rulare pentru generarea cinematică a directoarei și generatoarei flancurilor danturii. Aceste lanțuri cinematice pot fi reglate prin roțile A_v/B_v, A_d/B_d respectiv A_g/B_g.

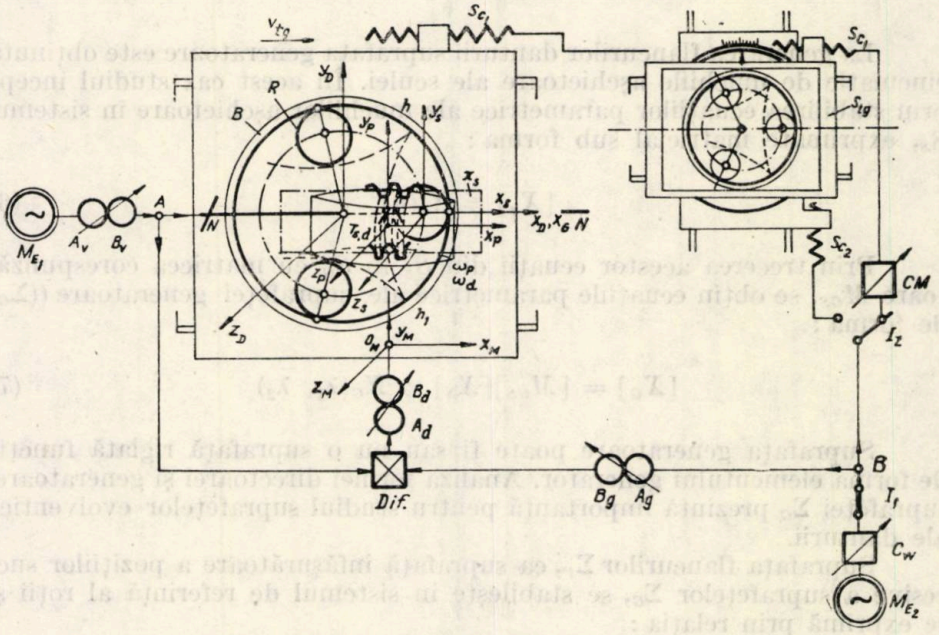


Fig. 2

Sania S_{tg} împreună cu dispozitivul se deplasează cu viteza de avans tangențial v_{tg} în timp ce roata se rotește cu viteza tangențială $v'_P = R_d\omega_p$, între aceste viteze trebuind să existe un raport constant și egal cu 1. Distanța între două poziții ale suprafeței generatoare Σ_G (nereprezentată) corespunzător unei rotații complete a roții va fi $R_d\varepsilon_r$.

În același timp roata execută și o mișcare de divizare continuă rotindu-se cu viteza unghiulară ω_d. Corespunzător unei rotații a lui R în B roata se rotește cu ε_d iar suprafața Σ_G se deplasează cu $R_r\varepsilon_d$.

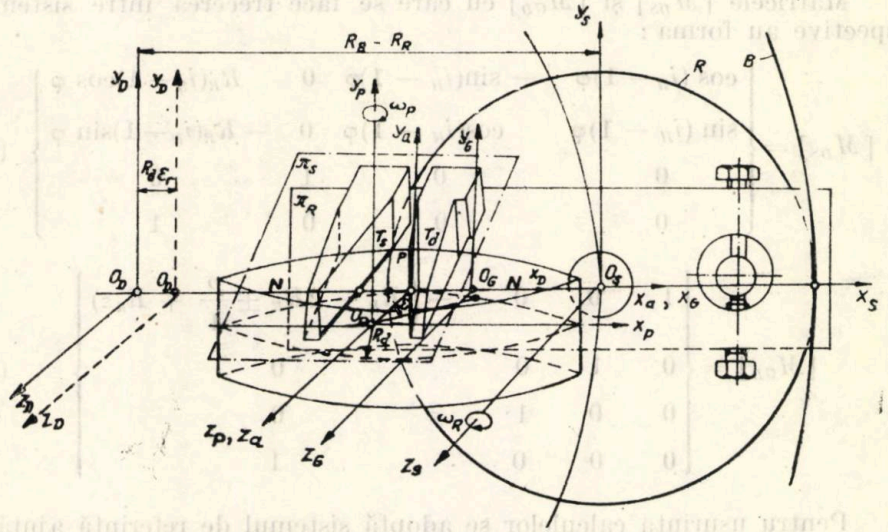


Fig. 3

Mișcările necesare generării se definesc în sistemele S_S, S_D, S_P, S_M legate de elementele ce participă la procesul generării.

Muchiile așchietoare ($T_{d,s}$) ale sculelor (fig. 3), dispuse simetric față de cercul de rulare R, sînt conținute în planul π_S perpendicular pe π_R. Față de linia de referință $N-N$ muchiile așchietoare au forma și dimensiunile profilului cremalierei generatoare [10]

În sistemul S_S ecuațiile parametrice ale muchiilor așchietoare $T_{d,s}$ sînt :

$$T_{d,s}: \begin{cases} x_S = K_{d\,s} u \sin\alpha - \left(R_R \mp \dfrac{p}{4}\right) \\ y_S = 0 \\ z_S = -u\cos\alpha \end{cases} \tag{10}$$

Ecuațiile suprafețelor generate de $T_{d,s}$ în S_D rezultă din ecuația matricială :

$$[X_D] = [M_{DS}][X_S] = X_D(u, \varphi) \tag{11}$$

Suprafețele generatoare $\Sigma_{G_{d,s}}$ definite în S_G sînt materializate cinematic de muchiile $T_{d,s}$. În procesul de așchiere aceste suprafețe angrenează cu roata de prelucrat.

Ecuația matricială a suprafețelor generatoare are forma

$$[X_G] = [M_{GD}][X_D] \tag{12}$$

Matricele $[M_{DS}]$ și $[M_{GD}]$ cu care se face trecerea între sistemele respective au forma :

$$[M_{DS}] = \begin{Bmatrix} \cos(i_H - 1)\varphi & -\sin(i_H - 1)\varphi & 0 & R_R(i_H - 1)\cos\varphi \\ \sin(i_H - 1)\varphi & \cos(i_H - 1)\varphi & 0 & -R_R(i_H - 1)\sin\varphi \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \tag{13}$$

$$[M_{GD}] = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\left(R_B - 2R_R \pm \frac{p}{4} + R_d\varepsilon\right) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \tag{14}$$

Pentru ușurința calculelor se adoptă sistemul de referință ajutător S_a, considerat fix. Sistemul S_a are originea pe linia de referință $N - N$ (fig. 3) și axa O_aX_a conținută în planul π_R, tangent la suprafața de divizare a roții.

Pe baza ecuației (12) trecînd din S_G în S_a rezultă ecuațiile parametrice ale suprafețelor generatoare :

$$\Sigma_{Ga} : \begin{cases} x_{Ga} = (R_B - R_R)\cos\varphi + \left[\left(K_{d,s}u\sin\alpha - \left(R_R \mp \frac{p}{4}\right)\right)\right] \times \\ \qquad \times \cos(i_H - 1)\varphi - \left(R_B - 2R_R \pm \frac{p}{4} + R_d\varepsilon_d\right) \\ y_{Ga} = -(R_B - R_R)\sin\varphi + \left[\left(K_{d,s}u\sin\alpha - \right.\right. \\ \qquad \left.\left. - \left(R_R \mp \frac{p}{4}\right)\right] \sin(i_H - 1)\varphi \\ z_{Ga} = -u\cos\alpha \end{cases} \tag{15}$$

Acestea sînt suprafețe riglate avînd drept generatoare muchiile așchietoare, directoarele fiind hipocicloide generate cinematic.

Asociind condiția (1) cu ecuațiile (15) se obține linia de contact între suprafețele Σ_{Ga} și Σ_P, pentru calcul fiind necesare expresiile componentelor vectorilor $\bar{n}_G$ și $\bar{v}_G^{(G,P)}$.

Componentele vectorului normal la Σ_{Ga} rezultă din (4) prin dezvoltarea produsului vectorial.

Componentele vectorului vitezei relative $\bar{v}_G^{(G,P)}$ rezultă scriind relația [6], [9]:

$$\bar{v}_G^{(G,P)} = \bar{v}_G^{(G)} - \bar{v}_G^{(P)} = \frac{dR_a \varepsilon_a}{dt} - \bar{\omega}_G^{(P)} \times \bar{r}_G + \bar{R}_G \times \bar{\omega}_G^{(P)} \tag{16}$$

în care: $\bar{\omega}_G^{(P)} = -\omega^{(P)} \bar{j}$; $\bar{r}_G$ — raza vectoare a punctului de contact în sistemul S_G; $\bar{R}_G$ — raza vectoare a originii O_p în S_G;

Efectuînd calculele impuse de (16) rezultă:

$$\bar{v}_G^{(G,P)} = \omega^{(P)} [z_{Ga} \bar{i} - (x_{Ga} + R_a \varepsilon_a) \bar{k}] \tag{17}$$

$\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ — versorii axelor sistemului S_G.

Înlocuind componentele determinate în relația (5) rezultă:

$$n_{G_x} v_{G_x}^{(G,P)} + n_{G_z} v_{G_z}^{(G,P)} = 0 \tag{18}$$

din care se stabilește relația de legătură între parametrii u, φ, ε_a, aceasta fiind, dată după efectuarea calculelor, de expresia:

$$Au^2 + Bu + C = 0 \tag{19}$$

Din (19) se determină

$$u = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = f(\varphi, \varepsilon_a) \tag{20}$$

în care A, B, C sînt prezentate explicit în [4]

Prin înlocuirea valorii parametrului u, date de relația (20), în (15) rezultă ecuațiile parametrice ale liniei de contact.

Locul geometric a acestei linii față de sistemul S_P reprezintă suprafața flancului generat ca înfășurătoare, iar față de sistemul fix S_M reprezintă suprafața de angrenare.

Ecuațiile parametrice ale flancurilor danturii generate pe roată se obțin prin aplicarea transformării matriciale a ecuațiilor suprafețelor generatoare în sistemul S_P, cu relația:

$$[X_P] = [M_{PG}][X_G] \tag{21}$$

Luînd în considerare mișcările muchiilor așchietoare și a roții, matricea de trecere din S_G în S_P are forma:

$$[M_{PG}] = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & 0 & \sin\varepsilon & (R_a \varepsilon \cos\varepsilon - R_a \sin\varepsilon) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varepsilon & 0 & \cos\varepsilon & -(R_a \varepsilon \sin\varepsilon + R_a \cos\varepsilon) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{22}$$

Suprafețele $\Sigma_{P_{d,s}}$ sînt astfel definite de următoarele ecuații parametrice :

$$\Sigma_{P_{d,s}}:\begin{cases} x_{P_{ds}} = \left\{(R_B - R_R)\cos\varphi + \left[K_{u,s}u\sin\alpha - \left(R_R \mp \frac{p}{4}\right)\right]\times\right. \\ \quad \times \cos(i_H - 1)\varphi - \left.\left(R_B - 2R_R \pm \frac{p}{4} + R_d\varepsilon\right)\right\}\cdot\cos\varepsilon - \\ \quad - u\cos\alpha\sin\varepsilon + (R_d\varepsilon\cos\varepsilon - R_d\sin\varepsilon) \\ y_{P_{d,s}} = -(R_B - R_R)\sin\varphi + \left[K_{d,s}\,u\sin\alpha - \left(R_R \mp \frac{p}{4}\right)\right]\times \\ \quad \times \sin(i_H - 1)\varphi \\ z_{P_{d,s}} = -\left\{(R_B - R_R)\cos\varphi + \left[K_{d,s}u\sin\alpha - \left(R_R \mp \frac{p}{4}\right)\right]\times\right. \\ \quad \times \cos(i_H - 1)\varphi - \left.\left(R_B - 2R_R \pm \frac{p}{4} + R_d\varepsilon\right)\right\}\sin\varepsilon - \\ \quad - u\cos\alpha\cos\varepsilon - (R_d\varepsilon\sin\varepsilon + R_d\cos\varepsilon) \end{cases} \tag{23}$$

la care se adaugă și relația (20)

Din analiza acestor ecuații rezultă că forma suprafețelor înfășurătoare ale flancurilor este funcție de două categorii de parametrii : constructivi (sculă, dispozitiv, roată) și de mișcare.

Forma generatoarei (profilul) și a directoarei (linia flancului) acestor suprafețe rezultă prin intersectarea lor cu plane y_P=const., respectiv cu suprafețe cilindrice concentrice cu roata. Stabilirea pe cale analitică a ecuațiilor acestor curbe este însă dificilă. Determinarea coordonatelor unor puncte care să definească aceste curbe poate fi făcută pe cale numerică modelată pe calculator.

Studiul efectuat în [4] cu privire la aceste aspecte a dus la următoarele concluzii :

— profilul flancului este o evolventă, normală în planul frontal median al roții și ușor modificată în celelalte plane frontale ;

— liniile flancurilor rezultă de forme diferite, concavă respectiv convexă, dispuse asimetric pe lățimea roții. Asimetria se elimină prin reglaje corespunzătoare ale dispozitivului ;

— forma diferită a suprafețelor generate face ca între două flancuri conjugate, în angrenare, să se stabilească un contact localizat ;

— metoda expusă în lucrare permite o tratare simplă și concisă și a altor aspecte legate de precizia generării danturii.

BIBLIOGRAFIE

1. *Botez, E.*, Mașini-unelte. Vol I Cinematica, București, Editura tehnică, 1969
2. *Botez, E.*, Procedeu și dispozitiv pentru prelucrarea roților dințate cilindrice. Patent R.S.R., nr. 55750, Cl. B 23 f 21/12, 19.06.1973, 06.07.1973.
3. *Gavrilenko, A. B.*, Zubciatie peredaci v mașinostroenii. Moscova, Masghiz, 1962.
4. *Ghionea, A* , Primele rezultate privind studiul procesului de generare a danturii polihipocicloidale (Referatul nr. 2 susținut în Catedra Mașini-unelte și scule) I. P. București. 1977.
5. *Herrman, K., Seidel H.*, Wissenschaftliche Zeitschrift der T.H. Otto von Gueriche Magdeburg 16/1972, Heft 5, S 491—497.
6. *Litvini F.L.*, Teoria zubciatih zațeplenii. Izd. Nauka, Moscova, 1968.
7. *Maroș, D., ș.a.*, Angrenaje melcate, București. Editura tehnică, 1966.
8. *Olivier, T.*, Theorie geometrique des engrenages (citită în [3]).
9. *Zamoruev, G.*, I.V.U.Z. Mașinostroenia Nr. 1, 1976, p. 79÷83
10. * * * STAS 6522—62 ; 821—63 ; 915/2—73.

Bestimmungsmethodik der Flankenflächen polyhipozycloidalen Verzahnung auf zylindriches Rad erzeugt.

Im ersten Teil der Arbeit wird die allgemeine Methodik der Hüllflächen dargestellt.

Es wird die Anwendung dieser Methode zur Analyse erörtet.

Die Gleichungsparameter der : Schneidkanten, der erzeugenden Flächen, der Berührlinie und der Flankenflächen als Hüllflächen durch Berechnung bestimmen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 2

HIDRAULICĂ

C.Z.: 62—882: 532.5

METODĂ DE PROIECTARE A AERATOARELOR AXIALE RAPIDE

DAN ROBESCU *

Se propune o metodă originală de proiectare hidrodinamică a aeratoarelor axiale rapide, apărute în ultimii ani pe plan mondial, bazată pe principalul parametru care trebuie realizat într-o instalație de epurare cu nămol activ: debitul de oxigen transferat din aer în apă.

Se prezintă relații de calcul efective pentru determinarea parametrilor hidraulici: debit Q (m^3/s) și sarcină H (mCA) și pentru dimensionarea rotorului axial.

În ultimii ani pe plan mondial au apărut noi tipuri de aeratoare axiale caracterizate prin turația mare a rotorului, în jurul cifrei de 1000 rot/min. Aceste noi tipuri de agregate de aerare, prin comparație cu cele clasice, aeratoarele cu rotor lente centrifuge și diagonale, prezintă importante avantaje constructive și funcționale ca de exemplu:

— se caracterizează prin eliminarea reductorului de turație din schema de antrenare prin cuplare directă a rotorului axial pe arborele motorului electric;

— investiție mai redusă pe agregat datorită eliminării reductorului;

— agregatul axial este mult mai puțin sensibil la variația imersiunii rotorului ceea ce micșorează pericolul arderii motorului electric prin supraîncălzire.

Aceste avantaje ca și cele legate de fiabilitatea mărită a aeratorului axial îl face apt să răspundă la cerințele impuse de funcționarea în stațiile de epurare mecano-biologice sau în sistemul lagunar.

În etapa actuală pentru proiectarea prototipurilor de aeratoare axiale acestea se dimensionează după experiența autorului, se execută și se testează prototipul și se reia ciclul: proiectare, execuție, testare pînă la obținerea unor performanțe satisfăcătoare.

În lucrarea de față se propune o metodă proprie, originală de proiectare a aeratoarelor axiale rapide bazată pe principalul parametru impus de însăși desfășurarea procesului biologic de epurare: capacitate de oxigenare C.O. [kg O_2/h].

Manuscris predat redacției la data de 8 ianuarie 1979

* Șef lucrări dr. ing. la Catedra de Hidraulică și mașini hidraulice.

1. Influența factorilor hidrodinamici asupra parametrilor de oxigenare

Aeratorul axial ce funcționează într-un bazin de aerare îndeplinește două funcții principale :

— introducerea de aer în apă sub formă de bule antrenate, din atmosferă, de jetul aruncat de aerator, la reintrarea în masa de apă ;

— crearea în volumul de apă din bazin a unei turbulențe necesară pentru menținerea în stare de suspensie a flocoanelor de nămol activ și omogenizarea amestecului trifazic : apă — aer — suspensii.

Procesul de transfer de masă a oxigenului din aer în apă este condiționat de intensitatea mișcărilor hidrodinamice induse în masa de apă care influențează valorile coeficienților de difuzie turbulentă și de dispersie.

Este demn de relevat faptul că aeratorul axial rapid, introduce în masa de apă o cantitate mare de bule de aer ; în funcție de mărimea lor și sub influența forțelor : hidrodinamică, de rezistență la înaintare și ascensională, bula de aer stă în masa de apă mai mult sau mai puțin. Acele bule care au o dimensiune mare ies rapid din masa de apă fără a contribui efectiv la procesul de oxigenare.

Pentru accelerarea procesului de transfer a oxigenului din aer în apă, la nivelul volumului de aer, se impune ca aceste bule de aer să aibă dimensiuni cît mai reduse ; aceasta, pe de o parte, micșorează forța ascensională și deci permite menținerea bulei un timp mai îndelungat în masa de apă și pe de altă parte, suprafața de contact interfazic apă-aer este considerabil mărită în cazul bulelor de dimensiuni mici.

Experimentările făcute au demonstrat că optimul hidrodinamic coincide cu punctul optim de funcționare din punct de vedere a procesului de oxigenare.

Așadar proiectarea aeratorului axial rapid se poate face pe baza metodei de dimensionare hidrodinamică urmărindu-se realizarea unui optim hidraulic.

2. Determinarea parametrilor hidrodinamici ai rotorului axial

Calculele generale ale tehnologiei de epurare biologice, bazate pe încărcarea organică și biodegrabilitatea substanțelor poluante, conduc la :

— determinarea necesarului de oxigen și duc la precizarea, prin intermediul coeficienților α, β, θ, a capacității de oxigenare a utilajului mecanic în condiții standard C.O. [kgO_2/h] ;

— precizarea timpului de retenție t [h] în aerotanc, în funcție de procedeul tehnologic ales, ceea ce conduce în final la precizarea volumului de apă din bazinul de aerare.

Calculele efectuate pe baza ambelor considerente menționate mai sus conduc la stabilirea puterii agregatului de aerare și a numărului de unități necesare.

1. Determinarea puterii agregatului axial pe baza cerinței de asigurare a necesarului de oxigen se face în modul următor :

— se estimează un coeficient economic în gama de valori date de statistica mondială pentru aceste utilaje :

$$E = 1{,}8 \div 2{,}5 \ kgO_2/kWh$$

— pe baza coeficientului economic și a capacității de oxigenare în condiții standard se obține puterea necesară a fi aplicată la axul rotorului axial :

$$N\ [\text{kw}] = \frac{\text{C.O.}\ [\text{kgO}_2/\text{h}]}{E\ [\text{kgO}_2/\text{kWh}]} \tag{1}$$

2. Determinarea puterii agregatului pe baza cerinței de asigurare în bazinul de aerare a unei turbulențe de o intensitate corespunzătoare menținerii flocoanelor de nămol în stare de suspensie.

În literatura de specialitate [9] se menționează valorile indicelui $\delta[\text{W/m}^3]$:

— pentru funcționarea aeratorului axial în lagune se recomandă ca indicele δ [W/m³] să fie superior valorii de 2 W/m³ ;

— pentru funcționarea în bazin este necesar minimum $\delta = 5$ W/m³ ;

— pentru menținerea solidelor în suspensii este necesar ca indicele δ să depășească limita inferioară $\delta = 30$ W/m³.

Pentru cazul funcționării aeratorului axial într-un bazin, dependent de puterea agregatului de aerare, valoarea minimă a indicelui δ [W/m³] variază după o lege de tipul :

$$\delta N^a = K \tag{2}$$

unde : $a = 0{,}263$, iar constanta $K = 152{,}705$.

Se alege, așadar, o valoare pentru indicele δ adecvată scopului propus de funcționare în lagună, aerotanc și rezultă puterea agregatului de aerare ca fiind :

$$N[\text{kW}] = \delta[\text{W/m}^3] \cdot V[\text{m}^3] = \delta[\text{W/m}^3] \cdot Q[\text{m}^3/\text{h}] \cdot t[\text{h}] \tag{3}$$

unde : V[m³] este volumul de apă uzată de debit, Q[m³/h] care este supus procesului de oxigenare de-a lungul unui interval de timp.
t[h] — timpul de retenție.

Dintre cele două valori ale puterii, date de formulele (1) și (3) se consideră cea mai mare și corespunzător se alege valoarea puterii motorului electric de antrenare în conformitate cu standardele de fabricație a uzinelor constructoare, prin majorarea cu un coeficient în gama (1,2 ÷ ÷1,7) ce reprezintă inversul randamentului.

Se reverifică coeficientul economic și indicele δ iar în cazul cînd acestea cad sub limita inferioară se alege un alt număr de agregate de aerare care vor funcționa simultan în același bazin.

În final rezultă prima dată de proiectare a utilajului de aerare — puterea aeratorului axial rapid.

Din cercetările experimentale ca și din cele rezultate prin prelucrare statistică a datelor tehnice cuprinse în literatura de specialitate [7], [8] a rezultat că există corelație între debitul de oxigen transferat din aer în apă Q_{ox}[m³NO₂/s] și debitul de apă vehiculat de aerator Q[m³/s] de tipul :

$$Q_{ox}[\text{m}^3\text{NO}_2/\text{s}] = (0{,}006 \ldots 0{,}015)\, Q\ [\text{m}^3/\text{s}] \tag{4}$$

unde valorile mari sînt corespunzătoare aeratoarelor axiale rapide de puteri unitare mari 50 ÷ 75 kW.

Debitul volumic de oxigen Q_{ox} este corelat cu cel gravimetric dat de capacitatea de oxigenare prin relația:

$$Q_{ox}[\mathrm{m^3NO_2/s}] = \frac{C.O.\ [\mathrm{kgO_2/h}]}{3{,}600 \times 1{,}429} \tag{5}$$

Rezultă așadar debitul de lichid vehiculat de aeratorul axial ca fiind:

$$Q[\mathrm{m^3/s}] = (0{,}032 \ldots 0{,}013)\ C.O.[\mathrm{kgO_2/h}] \tag{6}$$

unde valoarea minimă este corespunzătoare agregatelor de mari dimensiuni.

Pentru precizarea sarcinei aeratorului axial, asimilat cu un rotor de turbopompă, se estimează randamentul global al agregatului ca fiind:

$$\eta = \eta_m\ \eta_v\ \eta_h\ \eta_e \simeq 0{,}62 \ldots 0{,}85 \tag{7}$$

unde:

$\eta_m = 0{,}95 \div 0{,}98$ randament mecanic
$\eta_v = 0{,}95 \div 0{,}98$ randament volumic
$\eta_h = 0{,}80 \div 0{,}95$ randament hidraulic
$\eta_e = 0{,}85 \div 0{,}93$ randamentul electric al motorului electric

Din formula puterii rezultă sarcina rotorului de aerator axial asimilat cu un rotor de turbopompă:

$$H = \frac{102 N \eta}{\gamma Q} \quad [\mathrm{mCA}] \tag{8}$$

Alegerea turației rotorului este dictată de turația motorului electric de antrenare 970 rot/min, 1450 rot/min. Din considerente de vehiculare a flocoanelor de nămol viteza de trecere a fluidului se limitează superior ceea ce implică limitarea turației rotorului; pentru aeratoarele axiale se recomandă turația de 970 rot/min ca fiind cea mai convenabilă atît din punct de vedere a gabaritului cît și din punct de vedere funcțional.

3. Dimensionarea hidrodinamică a aeratorului axial rapid

Pe baza datelor mecanice: turație n [rot/min], putere N [kW], și hidraulice: debit de apă Q [m³/h], și sarcina H [mCA] se poate face dimensionarea de gabarit a rotorului cu una din metodele: Stepanoff [6], Äuslander [3], Pflinderer [4], Proskura [5], D. Pavel [3], etc.

Totodată pentru orientarea proiectantului se pot folosi la calculul diametrului rotorului formule empirice, propuse de autor

$$D[\text{mm}] = a\,(\lg N_n)^2 + b\lg N_n + C \qquad (9)$$

unde $a = 16{,}880$; $b = 127{,}997$; $c = 187{,}437$
și N_n — puterea netă la rotor în [kW].

Calculul în continuare se conduce după modelul dat în teoria generală a pompelor axiale.

Caracteristica rotoarelor axiale utilizate în tehnica aerării constă în rapidități dimensionale n_q foarte mari în gama 550 — 900 ; din acest considerent numărul palelor rotorice este foarte mic $Z = 1 \div 2$ și numai în cazuri extreme este $Z = 3$ (pentru n_q mic).

Concluzii

Metoda de dimensionare hidrodinamică a aeratoarelor axiale rapide, bazată pe debitul de oxigen transferat din aer în apă reprezintă o premieră în domeniul proiectării acestor agregate de aerare.

Metoda de proiectare, expusă în prezenta lucrare, deschide perspectiva dimensionării hidrodinamice a aeratoarelor rapide axiale cu scopul majorării randamentelor mecanic, hidraulic și a coeficientului economic E [kgO_2/kWh].

BIBLIOGRAFIE

1. *Florea J., Robescu D., Petrovici T.* — Buletinul I.P.B. Seria mecanică, tomul XL—1978, nr. 3, p. 103.
2. *Kalinske A. A.* — Economics of Aeration in Waste Treatment. Proc. of 23-th Purdue waste Conference, 1968.
3. *Pavel D.* — Mașini hidraulice vol. II. Ed. Energetică de stat, București, 1955.
4. *Pfleiderer C.* — Die Kreiselpumpen Springer Verlag, Berlin, 1955.
5. *Proskura G.* — Ghidrodinamica turbomasin, Mașghiz, Moskwa, 1954.
6. *Stepanoff A. J.* — Centrifugal and Axial Flow Pumps, New York, 1957.
7. * * * — Bioxy — Turbine di aerazione, Prospect al firmei Antico Olindo e Cesare, 1978.
8. * * * — Pollution Control with Aqua — Jet Aerators. Aqua — aerobic systems, buletin 200, 2/1/1974, USA, Illinois.
9. * * * — SEM Aérateurs de surface — série flottante, Aqua — Lator, Paris, 1974.

Calcul hydrodynamique des aérateurs axialles rapides

On propose une méthode de projet hydrodynamique des aerateurs axialles rapides basée sur le paramètre principal à réaliser dans une installation technologique d'épuration : le débit d'oxygène transféré à l'eau.

On présente des relations de calcul afin de déterminer les paramètres hydrauliques ; débit $Q(m^3/s)$ et charge H(mCA) ainsi que les dimensions du rotor axial.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic «Gh. Gheorghiu-Dej» Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежни научных периодических журналов,,, Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", ,,Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и Buletinul Institutului politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu—Dej" Bucureşti

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределахво возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

paraît tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les echanges de publications et les abonnements est :

Adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1980 FEB 15

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLI NUMĂRUL 3 ANUL 1979
IULIE–SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL: Academician *Radu Voinea*

MEMBRII: Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct), Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific); Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu*; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu*; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan*; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru*: Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald*; Prof. dr. *Ion Grădișteanu*; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan*; Prof. ing. *Jean Moncea*; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu*; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean*; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu*; Prof. dr. ing. *Ion Popescu*; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi*; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu*; Prof. dr. *Octavian Stănășilă*; Prof. dr. docent ing. *Ion Teodoreanu*. Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor: Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București.
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10. România, Căsuța poștală 2356
TELEX: 14.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press. 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMÂNIA

1980 FEB 13

Sumar

MATEMATICĂ

C. Berbente, M. Blumenfeld

A Numerical Method for Ordinary Differential Equations Using the Derivative of the Slope-Function 3

Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu

Factorul geometric privind radiația solară în țara noastră 13

Ana Burghelea

Modelul matematic al teoriei catastrofelor elementare I 27

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

M. G. Popa, N. Negurescu

Instalație pentru alimentarea simultană cu doi combustibili a unui motor cu aprindere prin comprimare 43

CAZANE

C. Neaga

Dynamic Aspects of Formation and Combustion of the Volatile Matter 49

AERONAVE

D. Rugescu

O completare în problema Goddard 61

V. Stanciu

Studiul experimental asupra distribuției spațiale de viteze într-un jet de aer turbulent care pătrunde într-un mediu infinit 67

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C. Dumitraș, A. Vlase, P. Dumitrescu

Determinarea durabilității sculei așchietoare la strunjirea oțelului înalt aliat *28*VMoC*12* cu cuțit din oțel rapid 77

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

F. Ionescu, F. Pietrăreanu

Performanțe dinamice în regim tranzitoriu ale motoarelor hidraulice rotative de fabricație R.S.R. din seria EX 83

Al. Dorin, E. Străjescu, I. Marinescu

Établissement du régime optimal de coupe à la rectification plane avec des meules en diamant 95

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici, L. Szabolcs, I. Constantinescu

Sisteme pentru realizarea procesului de transfer al oxigenului în medii apoase. 103

Sumar

MATEMATICĂ

C. Berbente, M. Blumenfeld

A Numerical Method for Ordinary Differential Equations Using the Derivative of the Slope-Function 3

Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu

Factorul geometric privind radiația solară în țara noastră 13

Ana Burghelea

Modelul matematic al teoriei catastrofelor elementare I 27

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

M. G. Popa, N. Negurescu

Instalație pentru alimentarea simultană cu doi combustibili a unui motor cu aprindere prin comprimare 43

CAZANI

C. Neagu

Dynamic Aspects of Formation and Compression of the Volatile Matter 49

AERONAVE

D. Hagescu

O completare în problema Goddard 61

V. Stancin

Studiul experimental asupra distribuției spațiale de viteze într-un jet de aer turbulent care pătrunde într-un mediu infinit 67

TEHNOLOGIA CONSTRUCȚIEI DE MAȘINI

C. Dumitras, A. Vlase, P. Dumitrescu

Determinarea durabilității sculei așchietoare la strunjirea oțelului inalt aliat 2 VMoC 12 cu cuțit din oțel rapid 77

MAȘINI-UNELTE ȘI SCULE

F. Rănescu, E. Plătăreanu

Performanțe dinamice în regim tranzitoriu ale motoarelor hidraulice rotative de fabricație R.S.R. din seria EX 85

Al. Dorin, E. Strajescu, I. Munnescu

Établissement du régime optimal de coupe à la rectification plane avec des meules en diamant 95

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici, L. Szabolcs, I. Constantinescu

Sisteme pentru realizarea procesului de transfer al oxigenului în medii apoase. 103

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

MATEMATICĂ

C.Z.: 518.12
517.948

A NUMERICAL METHOD FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS USING THE DERIVATIVE OF THE SLOPE – FUNCTION

C. BERBENTE, M. BLUMENFELD *

The using of the slope-function derivative in a numerical method is proved to have several advantages. Thus, one can get explicit formulae with high accuracy, comparable to usual predictor-corrector methods, for about the same computational effort.

In addition, various possibilities to improve calculation, such as: the control of the step size and the decreasing of the error amplification factor, are pointed-out. These alternatives fit very well with the proposed formulae, requiring negligible additional computing time.

The numerical examples confirm the above conclusions.

Introduction

The numerical approximation of ordinary differential equations may be performed by using various procedures. One important group is the so-called *one-step methods* — such as Euler and Runge-Kutta methods — with the advantages that starting values are needed at just one point and that the step size can easily be adjusted at any step.

Another group, the *multistep methods* — such as Adams and Milne methods — requires less computational effort and yields, unlike the one step methods, simple formulae for the truncation error. [1].

All of these procedures use the evaluations of the slope function at a number of points within the integration interval. The using of the derivatives of the slope-function, while possible, is avoided due to increasing of computing time.

However, in practice, the second derivative of the unknown function (i.e. the derivative of the slope-function) might be needed in connection with various purposes, as, for example, to produce the radious of curvature. On the other hand, as we shall see, the information given by the derivative can be used to control the propagation of errors.

In the following, we propose a numerical method using the derivatives of the slope-function, comparable to the existing predictor-corrector

Manuscript received 5 March 1979
* Associate Prof. Ph. D. Chair of Aviation; Prof. Ph. D. Chair Strength of Materials

methods as regards the computational work and the accuracy. In addition, various ways to improve the produced approximation, on the basis of the evaluated derivatives are pointed out.

1. The method of calculations

Let us consider the first order differential equation under the form :

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{1}$$

x being the independent variable and y the unknown function. One assumes the *slope-function* $f(x, y)$ to be continuous and derivable with resepect to variables x, y in the region of interest (eventually, excepting a finite number of points).

The equation (1) is solved numerically, with the initial condition :

$$x = x_0, \; y = y_0 \tag{2}$$

Let $[x_0, x_n]$ be the interval in x over which the solution is requested. The interval is divided by using evenly spaced points, h being the step size (fig. 1).

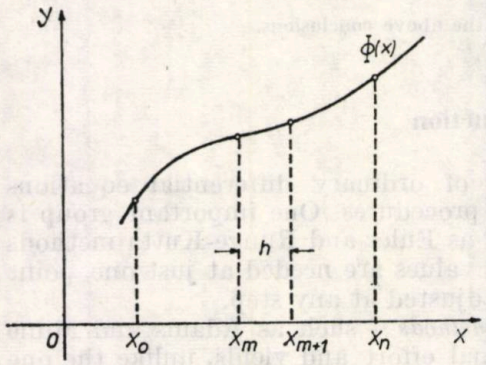


Fig. 1

We shall denote by

$$\Phi(x) = f[x, \; y(x)] \tag{3}$$

the slope function as a function of x only, by means of the solution.

Over the subinterval $[x_m, x_{m+1}]$, we shall approximate $\Phi(x)$ by a third degree polynomial, $\bar{\Phi}(x)$, as follows :

$$\Phi(x) \simeq \bar{\Phi}(x) = \Phi_m + (x - x_m)\,\Phi'_m + (x - x_m)^2\,\alpha_m + (x - x_m)^3\,\beta_m \tag{4}$$

Φ'_m being the first derivative of $\Phi(x)$ at $x = x_m$.

The coefficients α_m and β_m are determined by imposing the conditions :

$$x = x_{m+1}, \quad \bar{\Phi}_{m+1} = \Phi_{m+1}, \quad \bar{\Phi}'_{m+1} = \Phi'_{m+1} \tag{5}$$

Thus, one gets :

$$h^2\alpha_m = 3(\Phi_{m+1} - \Phi_m) - h(\Phi'_{m+1} + 2\Phi'_m) \tag{6-a}$$

$$h^3\beta_m = -2(\Phi_{m+1} - \Phi_m) + h(\Phi'_{m+1} + \Phi'_m) \tag{6-b}$$

As one can see, the approximating polynomial $\bar{\Phi}(x)$, and the function $\Phi(x)$ on one hand, the derivatives $\Phi'(x)$ and $\bar{\Phi}'(x)$ on the other hand, coincide at the ends of interval $[x_m, x_{m+1}]$.

The solution of the equation (1) is produced step by step, by interogration :

$$y_{m+1} = y_m + \int_{x_m}^{x_{m+1}} \Phi(x)\mathrm{d}x \tag{7}$$

As $\Phi(x)$ is unknown, we rewrite (7) in the form :

$$y_{m+1} = y_m + \int_{x_m}^{x_{m+1}} \bar{\Phi}(x)\mathrm{d}x + er_{m+1} \tag{8}$$

where er_{m+1} is the *truncation error*, across the interval $[x_m, x_{m+1}]$:

$$er_{m+1} = \int_{x_m}^{x_{m+1}} [\Phi(x) - \bar{\Phi}(x)]\mathrm{d}x \tag{9}$$

As a consequence of truncation and round-off errors, the value actually yielded by a numerical method, at $x = x_m$, is $\tilde{y}_m$ so that :

$$y_m = \tilde{y}_m + \delta_m \tag{10}$$

where δ_m represents the *total error*.

2. Explicit formulae

In order to get explicit numerical formulae, one extrapolates the polynomial $\bar{\Phi}(x)$, obtained for the interval $[x_{m-1}, x_m]$, to the interval $[x_m, x_{m+1}]$.

In this way, from (8) and (10), one gets the formula :

$$\tilde{y}_{m+1} = \tilde{y}_m + \frac{h}{2}(3\tilde{\Phi}_{m-1} - \tilde{\Phi}_m) + \frac{h^2}{12}(7\tilde{\Phi}'_{m-1} + 17\tilde{\Phi}'_m), \tag{11}$$

with the truncation error :

$$e_{T_{m+1}} = \frac{31h^5}{720}\tilde{\Phi}_m^{(\mathrm{IV})} + 0(h^6) \tag{12}$$

The fourth derivative in (12) is evaluated at $x = x_m$.

In (11), we have denoted by :

$$\tilde{\Phi}_m \equiv f(x_m, \tilde{y}_m)\,; \quad \tilde{\Phi}' \equiv (f_x + f_y f)_{x_m, \tilde{y}_m} \tag{13}$$

From (12), one can see that the proposed explicit formula is a fourth order relation, with a much better accuracy as compared to other explicit multistep formulae. Thus, the Adams predictor formula exibits a truncation error [1]:

$$e_{T_{m+1}} = \frac{251}{720} h^5 \widetilde{\Phi}_m^{(IV)} + 0(h^6) \tag{14}$$

In fact, the expression (11) is comparable to some existing implicit (closed) formulae, as regards the accuracy. For example, the Adams corrector formula involves the truncation error :

$$e_{T_{m+1}} = -\frac{19h^5}{720} \widetilde{\Phi}_m^{(IV)} + 0(h^6) \tag{15}$$

Therefore, the computing time has to be compared to the computational effort required by a predictor-corrector method of fourth order. The formula (11) involves the estimate of three functions (f_x, f_y and f) at any step. A predictor-corrector formula, on the other hand, implies at least 2 functions to be estimated (one prediction and one correction). If two corrections are necessary, then the computational effort does not differ, practically.

3. Implicit Formulae

If the expression (4) is used, then formula (8) yields :

$$\widetilde{y}_{m+1} = \widetilde{y}_m + \frac{h}{2}(\widetilde{\Phi}_m + \widetilde{\Phi}_{m+1}) + \frac{h^2}{12}(\widetilde{\Phi}'_m - \widetilde{\Phi}'_{m+1}) \tag{16}$$

with the truncation error :

$$e_{T_{m+1}} = \frac{h^5}{720} \widetilde{\Phi}^{(IV)} + \frac{h^6}{1440} \widetilde{\Phi}^{(V)} + 0(h^7) \tag{17}$$

From (17), one remarks a much smaller truncation error, as compared to the implicit multistep formulae (see 15). Besides, (16) is a fourth order one step formula and, therefore, self-starting.

However, the computational effort required by the formula (16) is larger, because minimum six functions have to be estimated at each step, namely f, f_x and f_y, for prediction as well as for correction. Thus, the implicit formulae using the slope function derivative is not justified for an order of accuracy less than 6.

For numerical integration a formula similar to (16) was given in [2].

4. Propagation of errors

By means of equations (8) and (10), one can study the accumulation of errors throughout the interval $[x_0, x_n]$.

As the formula (11) is used, the total error δ is propagated according to the equation:

$$\delta_{m+1} = \delta_m \left[1 - \frac{h}{2} f_y(x_m, \eta_m) + \frac{17}{12} h^2 f_{1y}(x_m, \eta'_m) \right] +$$

$$+ \delta_{m-1} \frac{h}{2} \left[3f_y(x_{m+1}, \eta_{m-1}) + \frac{7h}{6} f_{1y}(x_{m-1}, \eta'_{m-1}) \right] + \tag{18}$$

$$+ e_{T_{m+1}} + e_{R_{m+1}}, \; [f_1(x, y) \equiv f_x + f_y f, f_{1y} = f_{xy} + f_{yy} f + f_y^2)]$$

where η_m and η'_m are in the interval $(\bar{y}_m, \bar{y}_m + \delta_m)$ and $e_{R_{m+1}}$ is the round-off error, occuring as one passes from x_m to x_{m+1}. The truncation error is given by (12). As usual, the subscripts indicate derivation with respect to the variables x and y.

Therefore, the amplification of errors depends on te step factors hf_y and $h^2(f_{xy} + f_{yy} f + f_y^2)$. *For an estimate*, we assume that:

$$f_y = \alpha = \text{const}; \quad f_{1y} = f_y^2 = \alpha^2, \tag{19—a}$$

$$e_{T_{m+1}} + e_{R_{m+1}} = E = \text{const}. \tag{19—b}$$

Then, considering $\delta_0 = 0$, one gets for (18) tne following solution:

$$\delta_m = A + \frac{\delta_1 - A}{\Delta} (\gamma_1^m - \gamma_2^m) - \frac{Ab}{\Delta} (\gamma_1^{m-1} - \gamma_2^{m-1}) \tag{20}$$

where:

$$\gamma_1 = \frac{a + \Delta}{2}; \; \gamma_2 = -\frac{b}{\gamma_1}, \; A = -\frac{E}{2h(1 + 2\alpha h)}, \tag{21—a}$$

$$a = 1 - \frac{\alpha h}{2} + \frac{17}{2} \alpha^2 h^2; \; b = \frac{3\alpha h}{2} + \frac{7\alpha^2 h^2}{12}; \Delta^2 = a^2 + 4b \tag{21—b}$$

and δ_1 stands for the starting error.

After some algebra, we get:

$$\gamma_1 = e^{\alpha h} + 0(\alpha^5 h^5); \; \gamma_2 = -\frac{3\alpha h}{2} e^{-\alpha h} + 0(\alpha^6 h^6) \tag{22}$$

As one can see from the above relations, for $\alpha h < 0$, the truncation and round-off errors growing will be stoped as far as :

$$\left| \frac{3\alpha h}{2} e^{-\alpha h} \right| < 1 \; ; \; (-0{,}432 < \alpha h < 0), \tag{23}$$

while, for $\alpha h > 0$ the amplification factor will by, roughly, equal to $e^{\alpha h}$.

Thus, in general, the error amplification can be controled when $|\alpha h| \ll 1$. If, in addition we take the number of steps n, sufficiently large, from (20) it results :

$$\delta_n \cong E\left(n + \frac{3}{2} e^{(x_n - x_0)\alpha} \right) + \delta_1 e^{(x_n - x_0)\alpha} \; ; \; (|\alpha h| \ll 1, \; n \text{ large}) \tag{24}$$

that is at the end of the calculation, besides the accumulation of the round-off and truncation errors (the term nE), there is a total amplification factor equal to $e^{(x_n - x_0)\alpha}$, which can be important.

As the derivatives f_y, f_{1y} and the error E are not constant, it seems very likely to extend the previous conclusions for certain average values. As we shall see form the numerical calculation, the total error is increased for $hf_y > 0$, while it is almost stationary for $hf_y < 0$.

Now, because the proposed method uses the derivatives f_x and f_y, there is one more alternative to find a convenient step factor, by using f_x.

To this aim, we write the equation (1) as :

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{f(x, y)} \equiv F(x, y) \tag{25}$$

$F(x, y)$ being the new slope function. With H as a step size in the y direction, the new amplification factor is :

$$HF_x = -\frac{Hf_x}{f^2} \tag{26}$$

Thus, one can choose for integration the most convenient of the directions x and y. For example, if $hf_y > 0$, and $HF_x < 0$, then the y direction would be preferable, along with the condition $|HF_x| \ll 1$ to determine H. If, in addition, $|F_x| < |f|_y$, the suggested alternative becomes very advantageous. Moreover, in a number of cases, the change of direction is about the only choice available to carry-out the calculation (see example (28 — c).

Finally, there is the possibility to use the derivative to control the step size, by evaluating $|h\Phi'|$ or $|HF'|$ and by imposing that :

$$|h\Phi'| < 1 \text{ or } |HF'| = \left| \frac{H\Phi'}{f^3} \right| < 1 \tag{27}$$

As one can see from (27), for $|f| > 1$, the choice of y — direction for integration requires a smaller step size.

If $|\Phi'| \to \infty$, a possible critical point is approached. Then, either a change in the direction may be suitable or a change in the step size only, with a new start.

5. Examples of calculation. Final remarks.

For applications, consider the following equations and initial conditions :

a) $y' = -10y\ ;\ x_0 = 0\ ;\ y_0 = 1$ (28—a)

b) $y' = y^2,\ x_0 = 1,\ y_0 = 1$ (28—b)

c) $y' = 4x/y - xy\ ;\ x_0 = -3,\ y_0 = 2\sqrt{1 - e^{-7}}$ (28—c)

All of the above equations admit analytical solutions, used for comparison.

In the Table 1, the numerical values, obtained on the basis of formula (11) are compared with the exact ones, as well as with the results supplied by the fourth order predictor — corrector formulae Adams

Table 1

$y' = -10y\ ;\ x_0 = 0\ ;\ y_0 = 1\ ;\ h = 0{,}01$

x_m	$\delta.10^6$ y prop.	$\delta.10^6$ y Adams	Exact solution	$\delta.10^6$ y Milne
	−1,95	+0,77		+0,27
0,10	0,36788139	0,36787867	0,36787944	0,36787917
	−1,52	+0,67		+0,27
0,20	0,13533680	0,13533461	0,13533528	0,13533501
	−0,85	+0,39		+0,27
0,30	0,04978792	0,04978668	0,04978707	0,04978680
	−0,42	+0,20		+0,30
0,40	0,01831606	0,01831544	0,01831564	0,01831534
	−0,19	+0,09		+0,38
0,50	0,00673814	0,00673786	0,00673795	0,00673757
	−0,09	+0,04		+0,51
0,60	0,00247884	0,00247871	0,00247875	0,00247824
	−0,04	+0,02		+0,70
0,70	0,00091192	0,00091186	0,00091188	0,00091118
	−0,02	0,00		+0,98
0,80	0,00033548	0,00033546	0,00033546	0,00033448
	−0,01	0,00		+1,36
0,90	0,00012342	0,00012341	0,00012341	0,00012205
	0,00	0,00		+1,90
1,00	0,00004540	0,00004540	0,00004540	0,00004350

and Milne for the equation (28 — a). The step size is $h = 0{,}01$; to start the fourth order Runge-Kutta formula was choosed. The calculations were carried-out by using a HP-67 minicalculator, working with 10 decimal digits, from which the first eight were retained.

One notes that the accuracy for the explicit proposed formula and for the Adams corrector are comparable. These two formulae are proved to be stable and the total absolute errors diminish, because the grow factor is negative ($hf_y = -0{,}10$). It turns out that the Milne corrector is unstable, leading to a larger final error, in spite of the smaller truncation error.

In the Table 2, the formula (11) is compared with the exact solution of the equation (28 — b). In order to get $\delta_1 = 0$, the exact formula was used for start, as well. The derivative f_y is positive, causing the amplification of errors during the succeding steps. Another important reason for the errors to grow is the approach to the singular point $x = 2$. The decreasing of the step size from $h = 0{,}10$ to $h = 0{,}05$ points out the error amplification : as the truncation error ration is 1/32, the total errors for $h = 0{,}10$ and $h = 0{,}05$ are much closer.

TABLE 2

$y' = y^2 \quad x_0 = 1 ; \quad y_0 = 1 : \quad y_0 = 1{,}4 ; \quad x_0 = 9/7$

x_m	$\delta.10^4$ $(y)_{h=0,1}$	y_{exact}	$\delta.10^4$ $(y)_{h=0,05}$	x_{exact}	$\delta.10^4$ $(x)_{H=0,4}$	y_m
	0,85		0,10		0,00	
1,20	1,24991541	1,25000000	1,24999102	9/7	9/7	1,40
	1,97		−0,32		126,5	
1,30	1,42831713	1,42851429	1,42854648	1,44444444	1,43179786	1,80
	6,68		0,64		150,2	
1,40	1,66599812	1,66666667	1,66660255	1,54545455	1,53043265	2,20
	17,55		1,71		156,7	
1,50	1,99824460	2,00000000	1,99982900	1,61538462	1,59971370	2,60
	50,54		5,15		159,0	
1,60	2,49494572	2,50000000	2,49948463	1,66666667	1,65077142	3,00
	175,6		19,58		159,9	
1,70	3,31577170	3,33333333	3,33137516	1,70588235	1,68989593	3,40
	861,6		115,0		160,3	
1,80	4,91383996	5,00000000	4,98850289	1,73684211	1,72081395	3,80
	8 572,8		1 775,7		160,7	
1,90	9,14271872	10,00000000	9,82243288	1,80000000	1,78393324	5,00
	∞		∞		160,7	
2,00	31,62264461	∞	63,11246739	1,85714286	1,84106656	7,00
	—		—		160,8	
—	—	—	—	1,90196078	1,88588282	10,20

By choosing the y — direction for integration, we take the advantage of a null growing factor ($F'_x = 0$); the total error, as one can see, is, after a few steps, almost constant, although a larger step size ($H = 0{,}40$) was taken in order to get comparable computational work for the two directions.

In the Table 3 a comparison between the formula (11) and the exact solution [3] for the equation (28 — c) is done. The solution has two critical points : $x = -\sqrt{2}$ and $y = 2$. As a consequence, a combination between the two directions x and y, is recomended. In the example, we started from $x = -3$, with the step size $h = 0{,}10$ up to $x = -1{,}8$, where $\Phi' = -4{,}65$, $F' = -2{,}49$. With $H = -0{,}10$, we have $|HF_x| = 0{,}045$

TABLE 3

$y' = 4x/y - xy$; $x_0 = -3$: $y_0 = 2\sqrt{1 - e^{-7}}$

$h = 0{,}10$ x_m	$\delta.10^4$ y_{prop}	y_{exact}	$\delta.10^4$ x_{prop}	x_{exact}	$H = -0{,}10$ y_m
	0,00		0,00		
−2,9	1,99835430	1,99835430	−1,80000000	−1,80000000	1,68596060
	−0,05		0,00		
−2,7	1,99495697	1,99495187	−1,72946873	−1,72946873	1,58596060
	−0,23		3,89		
−2,5	1,98570730	1,98568453	−1,59207106	−1,59168227	1,28596060
	−0,74		4,26		
−2,3	1,96246663	1,96239257	−1,53317291	−1,53274687	1,08596060
	−2,10		4,45		
−2,1	1,90828182	1,90807202	−1,48988944	−1,48944421	0,88596060
	−5,71		4,57		
−1,9	1,78955078	1,78898003	−1,45824695	−1,45778943	0,68596060
////////	−0,68		4,66		
−1,8//	1,68692831	1,68596060	−1,43603325	−1,43556750	0,48596060
	−17,60		4,71		
−1,7	1,53713503	1,53537520	−1,42196844	−1,42149753	0,28596060
	−38,20		4,72		
−1,6	1,31346254	1,30964260	−1,41775257	−1,41728012	0,18596060
	−137,28		4,73		
−1,5	0,95436402	0,94063642	−1,41534049	−1,41486714	0,08596060

▒ At this step, one recommends to choose the y-direction for integration.

$|HF'| < 1$, when passing to the y direction. Because $|F_x|$ decreases rapidly, the error growing is negligible, whereas the continuation of the calculus in the x direction causes large errors.

One may conclude that using of the slope function derivatives is an interesting alternative. The computational effort is comparable to the

other method of similar accuracy, while the already evaluated derivatives are usefull in several ways to improve the calculation.

The proposed formula proves to be numerically stable. It is explicit but as accurate as the implicit formulae. As a multistep method it requires a minimum information to start (one more value).

REFERENCES

1. *Carnahan B. et al*, Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc, 1969;
2. *Blumenfeld M.*, Numerical Method Based on Bordering Functions, Bul. IPB, Tom. XXXIX, 1977, nr. 3.
3. *Kamke E.*, Handbook for Ordinary Differential Equations (in russian) Izdatelstvo Nauka, Moscow, 1976, p. 318.

O metodă numerică pentru ecuații diferențiale ordinare care utilizează derivata funcției-pantă

Folosirea derivatei funcției-pantă într-o metodă numerică se dovedește a avea mai multe avantaje. Astfel, se pot obține formule explicite cu un grad ridicat de precizie, comparabile cu metodele predictor-corector, pentru un volum de calcul apropiat.

În plus, apar mai multe posibilități de îmbunătățire a calculului, cum ar fi: controlul dimensiunii pasului și descreșterea factorului de amplificare a erorilor. Aceste posibilități sînt foarte convenabile în cadrul metodei propuse, timpul de calcul suplimentar fiind neglijabil.

Exemplele numerice date confirmă concluziile de mai sus.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

C.Z.: 521.1/.2

FACTORUL GEOMETRIC PRIVIND RADIAȚIA SOLARĂ ÎN ȚARA NOASTRĂ

ELENA TĂNĂSESCU, AL. DĂNESCU, ST. PETRESCU*

Lucrarea tratează despre sistemele de coordonate cerești pentru fixarea poziției unui astru pe bolta cerească. De asemenea, conține graficele cu azimutul și înălțimea Soarelui ca funcții de ora legală la București, precum și unghiul făcut de orizontul locului cu planul determinat de raza vizuală a Soarelui și direcția EV.

Mișcarea diurnă aparentă a Soarelui pe bolta cerească face ca razele solare să cadă asupra Pământului sub un anumit unghi care diferă de la un loc la altul de la o oră la alta, de la o zi la alta, de la un anotimp la altul. Precizarea poziției relative a Soarelui față de anumite sisteme de coordonate atașate Pământului este absolut necesară în proiectarea și studierea instalațiilor energetice solare.

Unul dintre dezavantajele energiei solare constă în faptul că Soarele executînd o mișcare diurnă aparentă pe bolta cerească necesită o urmărire continuă a acestei mișcări cu captatoare cu concentratori. În plus, această mișcare nu este aceeași în fiecare zi datorită mișcării de revoluție a Pământului în jurul Soarelui, din care motiv chiar și în cazul folosirii unor captatoare plane (fără concentratori) care de obicei au o poziție fixă, este necesară cunoașterea acestei mișcări pentru a stabili poziția optimă de înclinare a captatorului față de orizontala locului.

Vom prezenta diferite sisteme de coordonate care se folosesc în acest scop, dar mai înainte de aceasta este însă necesar să introducem cîteva noțiuni de bază folosite în legătură cu problema în discuție.

Privind cerul, avem impresia că vedem o imensă boltă, avînd forma unei calote sferice care se sprijină pe suprafața solului de-a lungul unui cerc orizontal, încît oricum s-ar deplasa observatorul, el are impresia că se găsește pe axa verticală a calotei.

Bolta cerească nu este decît o aparență care se explică prin aceea că în atmosfera terestră plutesc pulberi opace fine și molecule foarte mici (de ordinul lungimilor de undă ale radiațiilor luminoase) ale diferitelor gaze, care difuzează lumina venită de la Soare prin reflexie și refracție, în toate direcțiile, formînd lumina difuză. Aceasta produce o iluminare generală a atmosferei, care, avînd forma rotundă a Pământului, ne face să

Manuscris predat redacției la data de 23 noiembrie 1978
* Lector dr. Catedra de Matematici I; Prof. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Catedra de Termotehnică.

vedem dintr-un punct oarecare de pe Pămînt numai ce se găsește deasupra planului orizontal ce trece prin locul unde ne găsim.

Fenomenul difuziunii luminii se face astfel încît radiațiile roșii sînt mai puțin difuzate decît radiațiile albastre și violete (de aceea lipsesc din lumina difuză a atmosferei).

Puncte, direcții și plane perpendiculare în rotația diurnă aparentă a sferei cerești

Punctul în care verticala locului prelungită în sus înțeapă sfera cerească se numește *zenitul* locului, iar punctul obținut prelungind verticala locului în jos se numește *nadirul* locului.

Planul tangent la suprafața Pămîntului într-un loc se numește *orizontul locului*. Acest plan taie sfera cerească după un cerc mare, numit *orizontul ceresc* al locului. Mișcarea de rotație aparentă a sferei cerești se face în sens retrograd, de la est la vest, în jurul axei PP', axa lumii, care se confundă cu axa de rotație a Pămîntului. În fig. 1, ochiul observatorului O este în centrul sferei cerești, iar PP', este axa lumii (P polul nord și P' polul sud).

Fie OZ verticala locului, iar planul perpendicular pe OZ și trecînd prin O, orizontul locului.

Planul dus prin axa lumii și verticala locului se numește *meridianul locului*. Intersecția acestui plan cu orizontul este linia nord-sud (N—S).

Planul perpendicular pe axa lumii și care trece prin O se numește *ecuator*. Intersecția ecuatorului cu planul orizontului este *linia est-vest* (E — V).

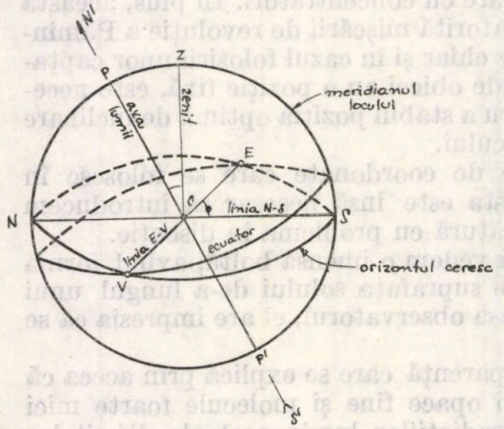


Fig. 1.

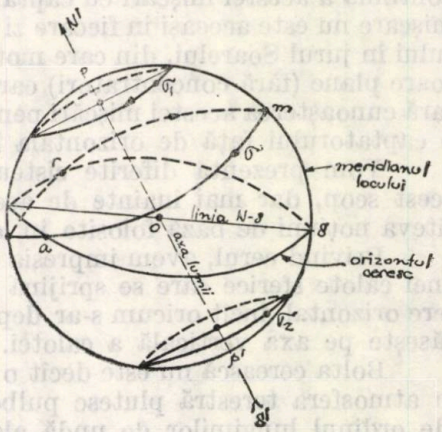


Fig. 2.

Orice stea de exemplu (Soarele) ia parte la mișcarea aparentă diurnă a bolții cerești, parcurgînd într-o zi întregul paralel. În mișcarea ei diurnă steaua σ trece la meridian în m (trecerea superioară) și în m' (trecerea inferioară) iar orizontul îl taie în a (unde apune) și în r (unde răsare) fig. 2.

Sisteme de coordonate cerești

a. *Coordonate orizontale*

Fixarea poziției unui astru pe bolta cerească se face cu ajutorul a doi parametri sau coordonate. Un prim sistem de referință local îl constituie coordonatele *orizontale* sau *zenitale*.

Elementele fundamentale ale unui astfel de sistem sînt : meridianul locului (PZP') ca cerc de origine, orizontul locului N (nord) — S (sud) plan fundamental, OZ axa sistemului (fig. 3).

Planul dus prin OZ și stea (direcția vizuală $O\sigma$ a astrului) se numește *verticalul stelei*. Unghiul măsurat în jurul zenitului în sens retrograd, de la direcția sud a meridianului pînă la verticalul stelei se numește *azimutul* A al stelei :

$$A = \sphericalangle S(OZ)\sigma = \sphericalangle SO\sigma' = \text{arc } \widehat{S\sigma'}$$

El se măsoară în grade de la 0° la 360°, începînd de la direcția sud a meridianului în sens retrograd sau de la 0° la 180° spre apus și de la 0° la —180° spre răsărit.

Unghiul făcut de direcția vizuală $O\sigma$ a astrului cu verticala OZ se notează cu z și se numește *distanța zenitală* a stelei

$$z = \sphericalangle ZO\sigma = \text{arc } \widehat{Z\sigma}$$

Distanța zenitală z se măsoară pe verticalul stelei σ în grade de la 0° la 90°, începînd de la zenit.

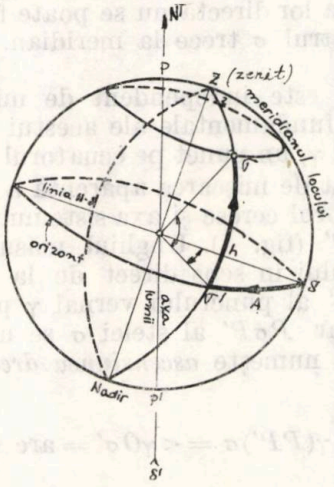


Fig. 3

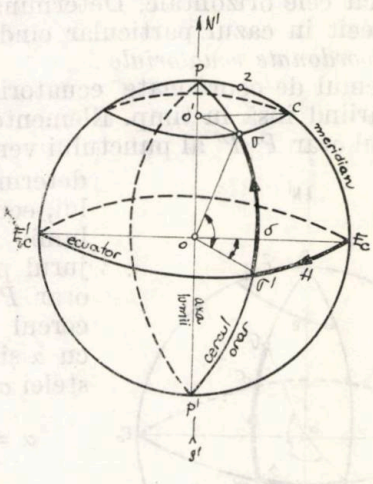


Fig. 4

În locul distanței zenitale z se folosește complementul ei notat cu h și numit *înălțimea deasupra orizontului a stelei* σ :

$$h = \sphericalangle \sigma 0\sigma' = \text{arc } \widehat{\sigma\sigma'} \qquad \text{(fig. 3)}$$

Înălțimea deasupra orizontului h se măsoară tot pe verticalul stelei σ, în grade, începînd de la orizontul locului și variind între 0° și 90° spre zenit și între 0° și — 90° spre nadir. Cercul mic trecînd prin σ și avînd ca pol pe Z se numește cercul de înălțime al stelei.

Coordonatele orizontale sînt variabile cu locul şi timpul.

b. *Coordonate orare*

Coordonatele orare alcătuiesc un alt sistem de referinţă local care are elementele fundamentale : meridianul locului PZP' ca cerc de origine, ecuatorul ceresc ca plan fundamental şi PP', axa lumii, ca axă a sistemului (fig. 4).

Planul dus prin axa lumii şi steaua σ taie sfera cerească după un cerc mare numit *cercul orar* sau de declinaţie al stelei. Unghiul făcut în jurul axei polilor PP' de meridianul locului cu cercul orar $P\sigma P'$, se numeşte *unghi orar* al stelei şi se notează cu H :

$$H = E_c(PP')\sigma = \sphericalangle CO'\sigma = \sphericalangle E_cO\ \sigma' = \text{arc}\ \widehat{E_c\sigma'}$$

Unghiul orar se exprimă în grade, dar mai ales în ore ; el creşte uniform în timp ; variază între 0° şi 360° sau 0 şi 24h şi se măsoară în sens retrograd, începînd de la direcţia sud a meridianului.

Unghiul făcut de raza vizuală a stelei σ cu planul ecuatorului se numeşte *declinaţia stelei* σ şi se notează cu δ :

$$\delta = \sphericalangle\ \sigma O\sigma' = \text{arc}\ \widehat{\sigma'\sigma}$$

Declinaţia se măsoară pe cercul orar sau de declinaţie în grade de la 0° la 90° începînd de la ecuator spre polul nord şi de la 0° la −90° începînd de la ecuator spre polul sud.

Arcul $\widehat{P\sigma} = \sphericalangle\ PO\sigma = (90° - \delta)$ se numeşte *declinaţia polară* a stelei σ. Coordonatele orare variază în raport cu timpul după legi mai simple decît cele orizontale. Determinarea lor directă nu se poate face cu precizie decît în cazul particular cînd astrul σ trece la meridian.

c. *Coordonate ecuatoriale*

Sistemul de coordonate ecuatoriale este independent de mişcarea diurnă, variind însă în timp. Elementele fundamentale ale acestui sistem sînt : cercul orar $P\gamma P'$ al punctului vernal γ, un punct pe ecuatorul ceresc determinat de mişcarea aparentă a Soarelui, ecuatorul ceresc şi axa sistemului, axa lumii PP' (fig. 5). Unghiul măsurat în jurul polului în sens direct de la cercul orar $P\gamma P'$ al punctului vernal γ pînă la cercul orar $P\sigma P'$ al stelei σ se notează cu α şi se numeşte *ascensiunea dreaptă* a stelei σ :

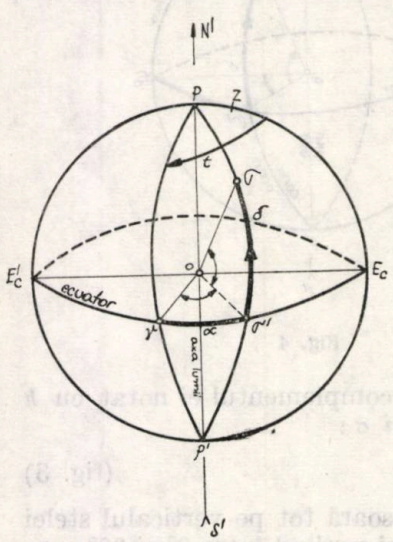


Fig. 5.

$$\alpha = \sphericalangle\ \gamma(PP')\sigma = \sphericalangle\ \gamma O\sigma' = \text{arc}\ \widehat{\gamma\sigma'}$$

Ascensiunea dreaptă se măsoară pe ecuator în grade sau ore, ca şi unghiul orar, în sens direct.

A doua coordonată ecuatorială este *declinaţia* δ, aceeaşi ca la coordonatele orare :

$$\delta = \sphericalangle\ \sigma O\sigma = \text{arc}\ \widehat{\sigma'\sigma}$$

Ca și la coordonatele orare, în loc de δ se poate folosi complementul său ($90° - \delta$) — *distanța polară*, socotită de la 0° la 180°, începînd de la polul nord P.

d. *Coordonate ecliptice*

Soarele execută pe sfera cerească, în afară de mișcarea diurnă aparentă și o mișcare proprie printre stele, în timp de un an descriind cercul mare $\varepsilon\varepsilon'$ numit *ecliptică*. Normala în O la planul ecliptic se numește *axa ecliptică* și intersectează sfera cerească în π și π', polii eclipticii fig. 6).

—Unghiul ω făcut de planul eclipticii cu planul ecuatorului ceresc se numește *înclinarea* sau *oblicitatea eclipticei*; el este egal cu unghiul făcut de axa eclipticei cu axa lumii.

Planul dus prin axa eclipticei și astrul taie sfera după un cerc mare, numit *meridian ecliptic*.

Planul orizontal fundamental este planul eclipticei, cel vertical este meridianul ecliptic al punctului γ, iar axa este axa eclipticei.

Unghiul măsurat în sens direct de la meridianul ecliptic al punctului vernal γ pînă la meridianul ecliptic al stelei σ se notează cu λ și se numește *longitudine cerească*:

$$\lambda = \sphericalangle\, \gamma(\pi\pi')\sigma = \sphericalangle\, \gamma O \sigma = \text{arc}\ \widehat{\gamma\sigma'}$$

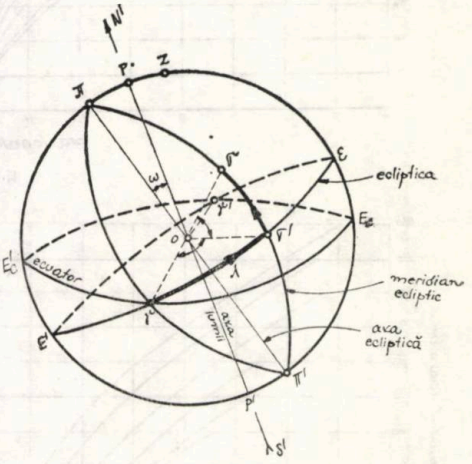


Fig. 6.

Longitudinea cerească se măsoară pe ecliptică în sens direct de la punctul γ și se exprimă în grade sau ore (de la 0° la 360° sau 0 la 24h).

Unghiul β făcut de raza vizuală $O\sigma$ cu planul eclipticei se numește *latitudine cerească*; el se măsoară în grade începînd de la ecliptică, fiind pozitiv spre polul nord (0° la 90°) și negativ (0° la —90°) spre sud

$$\beta = \sphericalangle\, \sigma' O \sigma = \text{arc}\ \widehat{\sigma'\sigma}$$

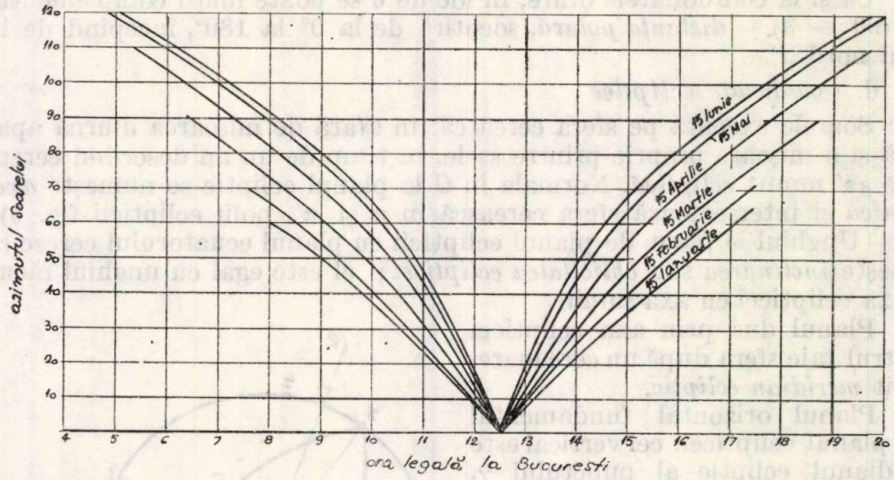
Punctele γ și γ' se numesc *echinocții de primăvară* și respectiv *de toamnă*, iar ε și ε', *solstițiile de vară* și respectiv *de iarnă*.

Între sistemele de coordonate descrise există o strînsă legătură, ce permite să se transforme unele în altele.

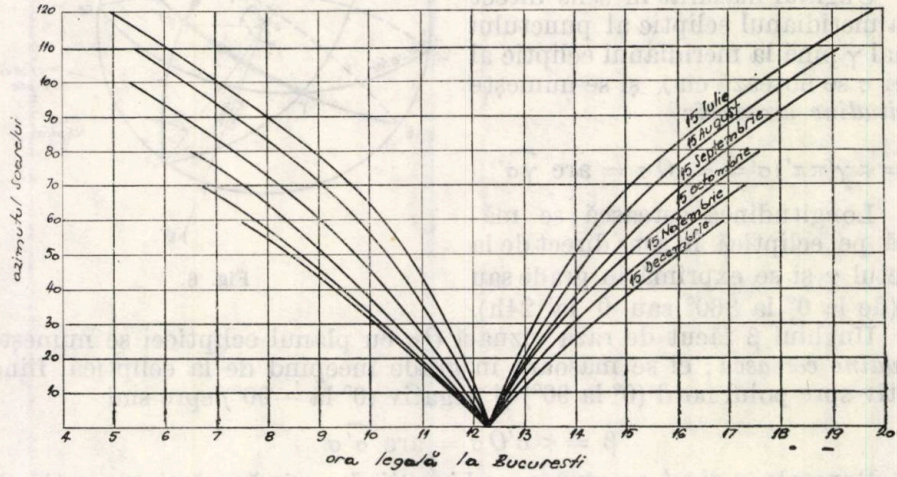
Legătura între coordonatele orizontale și ora legală la București

Grafice cu azimutul înălțimea Soarelui ca funcții de ora legală la București

Pentru a se determina intervalul de iluminare a unui imobil sau a unui loc în pantă trebuie să cunoaștem azimutul și înălțimea Soarelui pentru locul considerat la diferite epoci ale anului. În acest scop s-au calculat azimutul Soarelui A și înălțimea Soarelui h pentru București (cu latitudinea locului $\varphi = 44°24'49''$ N și longitudinea locului $\lambda = 1^h44^m23^s E$) pentru anul 1943 din 15 în 15 zile.



g. 1.



g. 2.

Pentru azimuturi măsurate pozitiv de la Sud spre Vest şi negativ de la Sud spre Est s-a plecat de la azimuturi din 10 în 10 grade (de la 0° la 120°) şi s-au calculat orele cînd Soarele are aceste azimuturi la Bucureşti, după formula următoare :

$$\sin\varphi \cos H - \operatorname{cotg} A \sin H = \cos\varphi \operatorname{tg}\delta, \text{ adusă la forma}$$

$$\cos(H + N) = \operatorname{cotg}\varphi \operatorname{tg}\delta \cdot \cdot \cos N$$

în care φ este latitudinea locului, H este unghiul orar al Soarelui, A este azimutul Soarelui, δ *declinaţia Soarelui* luată din Efemeride pentru ora 12 timp legal, N este dat de formula :

$$\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{cotg} A}{\sin\varphi}$$

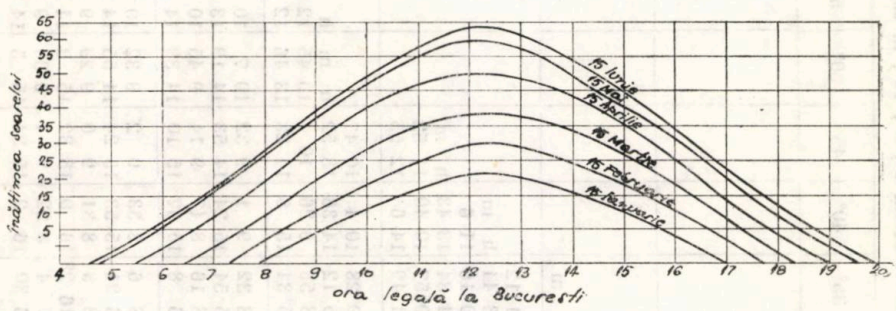
Pentru înălțimi s-a procedat în mod analog, calculîndu-se orele în zilele de 1 și 15 ale fiecărei luni, cînd Soarele atinge înălțimile 0°, 5°, 10°, ..., 65° dupa formula:

$$\operatorname{tg}\frac{H}{2} = \frac{\cos(s+\varphi)(\cos(s+\delta)^{1/2}}{\sin s \cos(h+\delta)}$$

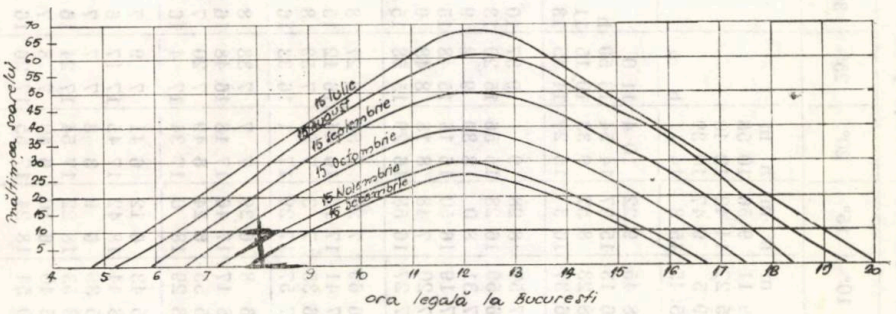
unde:

$$s = 1\,35° - \frac{\varphi + \delta + h}{2}$$

iar H, φ și δ au semnificațiile amintite.



g. 3.



g. 4.

Datele calculate s-au totalizat în tabele, care dau din 15 în 15 zile,) orele cînd Soarele are azimuturile, de la 0° la 120° (din 10° în 10° grade și înălțimile de la 0° la 65° (din 5° în 5° grade) (vezi tabelele 1 și 2).

Conform cu datele din aceste tabele, am trasat grafice pentru ziua de 15 a fiecărui luni, care au ca abscisă ora legală la București, iar ca ordonată azimutul sau respectiv înălțimea Soarelui. Din aceste grafice se poate interpola ușor pentru a obține la fiecare oră legală valori ale azimutului și înălțimii Soarelui (vezi g. 1, g. 2, g. 3, g. 4).

În urma interpolării grafice am alcătuit tabelul 3 care conține azimuturile și respectiv înălțimile Soarelui pentru ora legală a Bucureștiului pentru ziua de 15 a fiecărei luni.

Tabelul 1

Ora legală la București pentru înălțimea soarelui 0°, 5°, 10°, ... 65°

Luna	ziua	h = 0	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	Înălțime maximă
		h m	h m	h m	h m	h m										h m
Ianuarie	I	7 54	8 32	9 11	9 56	10 58										12 18,9
		15 44	16 6	15 27	14 42	13 40										
	15	7 51	8 28	9 5	9 47	10 39										12 24,9
		17 0	16 22	15 45	15 3	14 11	h m									
Februarie	I	7 37	8 12	8 45	9 22	10 4	11 0									12 29,2
		17 23	17 47	16 13	15 37	14 54	13 59	h m								
	15	7 18	7 52	8 23	8 57	9 33	10 15	11 12								12 29,9
		17 43	17 8	16 37	16 3	15 27	14 45	13 48	h m							
Martie	I	0 55	7 28	7 57	8 28	9 1	9 37	10 17	11 12							12 28,2
		18 2	17 28	16 59	16 28	15 56	15 20	13 39	13 44	h m						
	15	6 30	7 2	7 31	8 0	8 30	9 2	9 26	10 16	11 6						12 24,9
		18 21	17 47	17 19	16 50	16 19	15 48	15 13	14 34	13 43	h m					
	21	6 19	6 51	7 20	7 48	8 18	8 48	9 21	9 57	10 40	11 52					12 23,1
		18 28	17 55	17 27	16 58	16 29	15 58	15 25	14 49	14 6	12 55					
	I	5 59	6 31	6 69	7 27	7 56	8 27	8 56	9 28	10 4	10 47					12 19,8
		18 42	18 9	17 41	17 12	16 44	16 12	15 44	15 12	14 36	13 52	h m	h m			
Aprilie	15	5 33	6 7	6 35	7 3	7 31	7 59	8 28	8 58	9 26	10 4	10 45	12 3			12 15,9
		19 59	18 25	17 57	17 29	17 1	16 33	16 4	15 34	15 5	14 28	13 46	12 29	h m		
	I	5 7	5 42	6 8	6 39	7 7	7 38	8 3	8 32	9 1	9 32	10 7	10 44	11 48		12 12,8
Mai		19 20	18 44	18 17	17 46	17 18	16 48	16 22	15 54	15 24	14 53	14 19	13 41	12 47		
	15	4 48	5 22	5 55	6 24	6 49	7 20	7 48	8 16	8 47	9 14	9 45	10 18	10 58		12 11,9
		1936	19 2	18 29	18 0	17 34	17 4	16 36	16 8	15 37	15 10	14 39	14 6	13 26	h m	
	I	4 33	5 12	5 43	6 12	6 41	7 9	7 36	8 6	8 33	9 2	9 32	10 3	10 36	11 20	12 13,2
		19 54	19 14	18 44	18 42	17 45	17 17	16 50	16 21	15 53	15 24	14 55	14 23	13 50	13 7	
Iunie	15	14 29	5 9	5 39	6 9	3 8	7 7	7 35	8 3	8 31	9 0	9 29	9 59	10 31	11 10	12 15,8
		20 3	19 23	18 53	18 22	17 54	17 24	16 56	16 28	16 0	15 32	15 3	14 33	14 0	13 21	
	22	4 29	5 10	5 40	6 10	6 40	7 8	7 36	7 4	8 32	9 1	9 30	9 58	10 32	11 11	12 17,3
		20 6	19 24	10 54	18 24	17 55	17 26	16 58	16 30	16 2	15 34	15 5	14 36	14 2	13 24	

Tabelul 1 (continuare)

	I	4 32	5 13	5 44	6 13	6 42	7 11	7 39	8 7	8 35	9 4	9 33	10 3	10 36	11 15		12 19,1
		20 6	19 25	10 55	18 25	17 56	17 27	16 59	6 31 1	16 3	15 35	15 6	14 35	14 3	13 23		
Iulie	15	4 42	5 22	5 52	6 22	6 49	7 19	7 45	8 15	8 43	9 12	9 41	10 12	10 48	11 30		12 21,4
		20 0	19 21	18 51	18 21	17 54	17 24	17 58	16 28	16 0	15 31	15 2	14 31	13 54	13 12		
	I	5 0	5 36	6 6	6 35	7 3	7 31	8 0	8 28	8 56	9 26	10 0	10 31	11 12			12 21,9
August		19 43	19 8	18 38	18 9	17 41	17 13	16 44	16 16	15 48	15 18	14 44	14 13	13 32			
	15	6 16	5 52	6 23	6 49	7 17	7 45	8 13	8 42	9 11	9 59	10 16	10 57				12 20,2
		19 22	18 49	18 17	17 52	17 24	16 56	16 27	15 59	15 29	14 42	14 24	13 44				
	I	5 36	6 10	6 39	7 7	7 35	8 3	8 32	9 3	9 35	10 10	10 58					12 15,8
Septembrie		18 54	18 21	17 53	17 25	16 57	16 29	15 59	15 29	14 57	14 21	10 33					
	15	5 53	6 27	6 55	7 23	7 51	8 21	8 53	9 25	10 2	10 47						12 11,1
		18 28	17 56	17 27	17 0	16 31	16 1	15 30	14 57	14 20	13 35						
	23	6 3	6 36	7 3	7 32	8 1	8 32	9 5	9 41	1023	11 31						12 8,3
		18 13	17 41	17 13	16 44	16 15	15 44	15 12	14 36	13 45	12 46						
	I	612	6 45	7 15	7 43	8 14	8 45	9 20	10 0	10 54							12 5,6
Octombrie		17 58	17 26	16 56	16 28	15 58	15 26	14 51	14 11	13 18							
	15	6 30	7 2	8 3	8 3	8 36	9 12	9 54	10 51								12 1,6
		17 33	17 1	16 0	16 0	15 27	14 51	14 9	13 12								
	I	6 52	7 27	8 33	8 33	9 9	9 39	11 3									11 59,3
Noiembrie		17 6	16 31	15 26	15 26	14 50	14 20	12 55									
	15	7 12	7 50	9 0	9 0	9 44	10 46										12 0,2
		16 48	16 10	15 0	15 0	14 16	13 15										
	I	7 33	8 15	9 29	9 29	10 24											12 4,4
Decembrie		16 37	15 54	14 39	14 39	13 45											
	15	7 46	8 25	9 4	9 49	10 55											12 10,5
		16 34	15 56	15 18	14 32	13 26											
	22	7 51	8 30	9 9	9 54	10 59											12 13,9
		16 37	15 58	15 19	14 34	13 29											
	31	7 54	8 32	9 11	9 56	10 58											12 18,3
		16 43	16 4	15 25	14 41	13 38											

LUNA	IANUARIE			FEBRUARIE			MARTIE			APRILIE			MAI			IUNIE		
Ora locală la Buc.	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ
5										110°			115°	1°	178°	120°	4°	172°
6										100°	4°	158°	105°	11°	143°	110°	13°	146°
7							83°	5°	36°	89°	14°	86°	95°	21°	103°	100°	24°	111°
8	59°	1°	2°	65°	7°	16°	72°	15°	41°	78°	25°	67°	84°	32°	80°	90°	34°	88°
9	48°	9°	13°	53°	16°	23°	59°	24°	41°	66°	35°	60°	73°	43°	73°	78°	45°	78°
10	36°	17°	21°	40°	23°	29°	45°	33°	42°	50°	45°	57°	57°	52°	67°	63°	55°	72°
11	22°	23°	24°	25°	29°	32°	28°	40°	22°	32°	52°	55°	33°	60°	64°	42°	63°	69°
12	7°	26°	26°	8°	34°	34°	8°	43°	43°	7°	53°	53°	6°	64°	64°	10°	69°	69°
13	9°	25°	29°	9°	34°	34°	12°	42°	43°	20°	53°	53°	25°	62°	64°	27°	67°	69°
14	23°	21°	25°	26°	29°	32°	31°	38°	42°	40]	48°	55°	50°	56°	67°	53°	60°	71°
15	37°	15°	13°	40°	23°	29°	48°	32°	42°	58°	41°	58°	67°	46°	69°	71°	51°	75°
16	50°	8°	12°	54°	16°	23°	61°	23°	41°	72°	31°	63°	81°	36°	78°	84°	40°	83°
17	62°	0°	0°	65°	7°	16°	73°	13°	38°	84°	20°	74°	92°	26°	94°	95°	19°	104°
18							81°	3°	19°	95°	9°	119°	102°	15°	128°	115°	8°	162°
19										105°	0°	180°	112°	5°	169°		0°	0°
20																		

IULIE			AUGUST			SEPTEMBRIE			OCTOMBRIE			NOIEMBRIE			DECEMBRIE		
A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ	A	h	μ
120°	2°	176°															
110°	11°	150°	104°	6°	156°	94°	1°	166°									
100°	21°	114°	93°	17°	100°	83°	10°	55°	74°	5°	18°	67°					
89°	33°	88°	82°	28°	75°	72°	21°	51°	62°	10°	27°	57°					
77°	43°	76°	71°	38°	67°	60°	31°	50°	50°	24°	35°	44°	6°	11°	55°	1°	2°
63°	53°	71°	55°	45°	60°	44°	40°	49°	36°	31°	37°	31°	10°	17°	43°	9°	12°
43°	61°	68°	35°	55°	60°	27°	47°	50°	19°	36°	38°	17°	21°	23°	36°	11°	19°
13°	68°	68°	10°	60°	60°	4°	49°	49°	0°	39°	39°	0°	26°	27°	17°	22°	23°
22°	66°	67°	19°	59°	60°	18°	48°	49°	18°	36°	37°	16°	29°	29°	3°	26°	26°
50°	59°	69°	43°	53°	61°	38°	43°	50°	35°	31°	36°	31°	26°	28°	16°	23°	24°
68°	50°	72°	61°	43°	62°	55°	35°	51°	49°	24°	34°	45°	22°	25°	25°	18°	20°
82°	40°	80°	75°	35°	70°	69°	25°	52°	62°	15°	30°	57°	10°	14°	38°	12°	15°
93°	29°	95°	87°	25°	84°	80°	15°	57°	73°	5°	17°	67°	6°	11°	50°	4°	6°
103°	19°	123°	97°	13°	118°	91°	4°	104°									
112°	9°	157°	107°	4°	166°	101°											
	0°	180°															

Calculul unghiului μ

Cu valorile azimutului și înălțimii Soarelui conținute în tabelul 3 am calculat valorile corespunzătoare ale unghiului μ cu formula :

$$\operatorname{tg} \mu = \operatorname{tg} h \cdot \frac{1}{\cos A}$$

unghiul μ, fiind unghiul făcut de orizontul locului și planul determinat de raza vizuală a Soarelui ($O\sigma$) și direcția est-vest (fig. 7).

Într-adevăr din triunghiul dreptunghic $\sigma\sigma'\sigma''$:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{\sigma'\sigma}{\sigma'\sigma''}$$

unde $\sigma'\sigma = R \sin h$ (din triunghiul dreptunghic $\sigma\sigma' O$), și

$$\sigma'\sigma'' = \sigma' O . \cos A = R \cos h \cos A$$

(din triunghiul dreptunghic $\sigma'\sigma'' O$), deci,

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{R \sin h}{R \cos h \cos A}$$

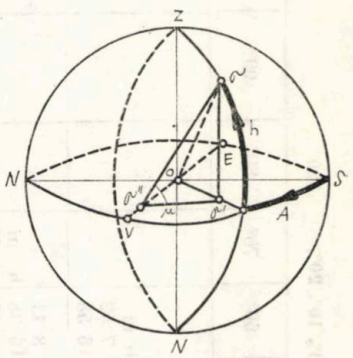
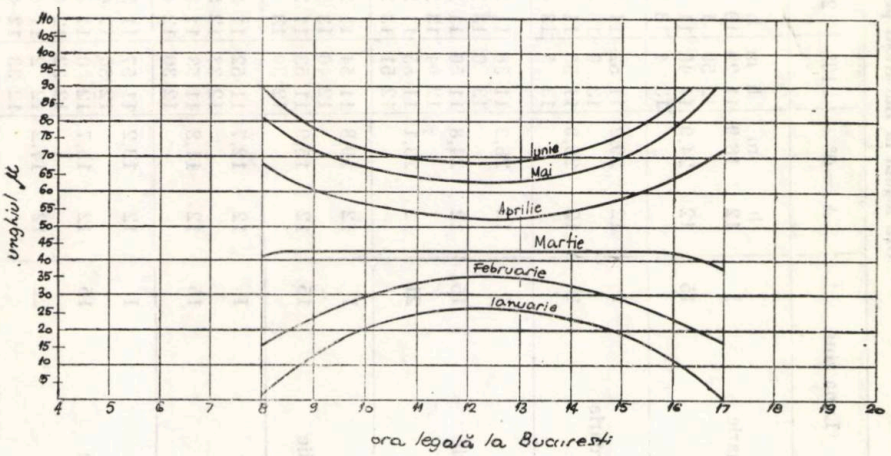


Fig. 7.

Pentru a reliefa variația acestui unghi după ora legală la București, am alcătuit grafice care au ca abscisă ora legală la București, și ca ordonată valorile acestui unghi, pentru ziua de 15 a fiecărei luni.

Aceste grafice evidențiază o variație monotonă a unghiului μ, iar pentru unele luni, în intervalul de la ora 10 la orele 14, mărimea lui este practic egală cu o constantă.



g. 5

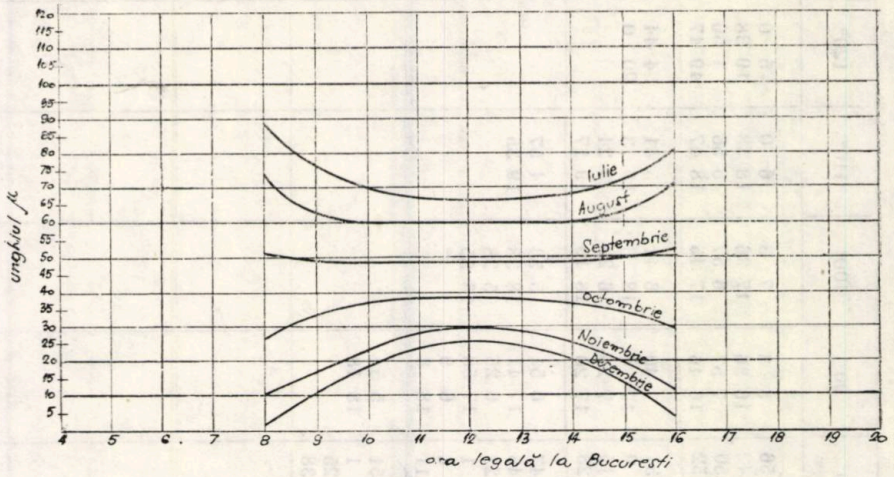
Tabelul 3

Ora legală la București pentru azimuturile soarelui 0°, 10°, 20°, 120°

Luna ziua		A = 0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
		h m	h m	h m	h m	h m	h m							
Ianuarie	I	12 18,9	11 29	10 57	10 13	9 26	9 35							
			12 59	1 41	14 24	15 11	16 3	h m						
	15	12 24,9	11 46	11 5	10 23	9 37	8 47	7 52						
			13 4	13 45	14 27	15 13	16 3	16 58						
	I	12 29,2	11 52	11 14	10 34	9 51	9 3	8 11						
Februarie			13 6	13 44	14 25	15 8	15 56	16 38	h m					
	15	12 29,9	11 55	11 20	10 42	10 1	9 16	8 26	7 23					
			13 5	13 40	14 18	14 59	15 44	16 33	17 28	h m				
	I	12 28,2	11 56	11 23	10 48	10 10	9 28	8 41	7 50	6 54				
			13 0	13 33	14 8	14 46	15 28	16 15	17 7	18 3	h m			
Martie	15	12 24,8	11 56	11 25	10 53	10 18	9 39	8 55	8 6	7 12	6 15			
			12 54	13 24	13 57	14 32	15 10	15 54	16 44	17 38	18 35			
	21	12 23,1	11 55	11 26	10 55	10 21	9 44	9 1	8 13	7 20	6 23			
			12 51	13 20	13 41	14 25	15 3	15 45	16 33	17 27	18 23	h m		
	I	12 19,8	11 54	11 27	10 58	10 27	9 52	9 11	8 25	7 23	6 37	5 40		
			12 46	13 13	14 41	14 13	14 48	15 28	16 14	17 6	18 2	18 59	h m	
Aprilie	15	12 15,9	11 53	11 28	11 3	10 34	10 2	9 24	8 41	7 51	6 55	5 58	5 1	
			12 39	13 3	13 29	13 58	14 30	15 8	15 51	16 41	17 37	18 34	19 31	
	I	12 12,7	11 52	11 31	11 8	10 43	10 13	9 39	8 58	8 10	7 16	6 17	6 18	
			12 33	12 55	13 17	13 43	14 12	14 46	15 27	16 15	17 10	18 8	19 7	h m
Mai	15	12 11,8	11 53	11 34	11 14	10 50	10 24	52	9 13	8 27	7 33	6 34	5 33	4 36
			12 30	12 49	13 10	13 33	14 0	14 32	15 11	15 57	16 51	17 50	18 50	18 50
	I	12 13,2	11 57	11 39	11 21	11 0	10 35	10 5	9 29	8 43	7 50	6 51	5 49	4 49
			12 30	12 47	11 6	13 27	13 51	14 21	14 58	15 43	16 36	17 36	18 38	19 37
Iunie	15	12 15,7	12 0	11 43	11 26	11 0	10 42	10 13	9 37	8 53	8 0	7 0	5 48	4 57
			12 32	12 48	13 6	13 26	13 50	14 18	14 54	15 38	16 32	17 32	18 34	19 35
	22	12 17,2	12 2	11 45	11 27	11 7	10 44	10 15	9 40	8 56	8 2	7 2	6 0	4 59
			12 33	12 49	13 7	13 27	13 61	14 19	14 55	15 39	16 32	17 32	18 35	19 35

Tabelul 3 (continuare)

Luna	ziua	A = 0°		10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
Iulie	I	12	19,1	12 3	11 47	11 29	11 9	10 45	10 15	9 40	8 56	8 3	7 3	6 0	5 0
				12 35	12 52	13 9	13 30	13 54	14 22	14 58	15 42	16 36	17 36	18 38	19 38
	15	12	21,3	12 5	11 47	11 28	11 7	10 42	10 12	9 35	8 50	7 57	6 57	5 56	4 56
				12 28	12 56	13 14	13 36	14 1	14 30	15 7	15 52	16 46	17 45	18 47	49 47
August	I	12	21,9	12 3	11 44	11 23	10 59	10 32	10 0	9 21	8 34	7 40	6 41	5 41	4 44
				12 41	13 0	13 21	13 44	14 12	14 44	15 23	16 9	17 4	18 3	19 3	20 0
	15	12	20,2	11 59	11 38	11 15	10 49	10 19	9 45	9 3	8 15	7 20	6 22	5 24	
				12 41	13 3	13 26	13 52	14 21	14 56	15 37	16 25	17 20	18 19	19 17	
Septembrie	I	12	15,8	11 52	11 27	11 1	10 32	9 59	9 21	8 37	7 47	6 51	5 53	4 57	
				12 40	13 4	13 31	14 0	14 33	15 11	15 55	16 45	17 41	18 38	19 35	
	15	12	11,1	11 45	11 17	10 48	10 16	9 40	9 0	8 13	7 21	6 25	5 28		
				12 38	13 5	13 34	14 6	14 42	15 23	16 9	17 1	17 58	18 55		
	23	12	8,3	11 40	11 14	10 41	10 7	9 30	8 47	7 59	7 6	6 9			
				12 36	13 5	13 36	14 10	14 47	15 30	16 18	17 11	18 8			
Octombrie	I	12	5,6	11 36	11 6	10 33	9 58	9 19	8 35	7 45	6 51	5 54			
				12 35	13 6	13 38	14 13	14 53	15 37	16 26	17 1	18 18			
	15	12	1,6	11 29	10 56	10 21	9 43	9 1	8 13	7 21	6 25				
				12 34	13 7	13 42	14 21	15 3	15 50	16 42	17 38				
Noiembrie	I	11	59,3	11 24	10 48	10 9	9 28	8 42	7 51	6 56					
				12 35	13 11	13 50	14 31	15 17	16 7	17 2					
	15	12	0,1	11 23	10 44	10 3	9 19	8 31	7 38	6 41					
				12 38	13 16	13 57	14 41	15 29	16 22	17 20					
Decembrie	I	12	4,4	11 25	10 44	10 1	9 15	8 25	7 29						
				1244	13 25	14 7	14 54	15 44	16 39						
	15	12	10,4	11 30	10 49	10 5	9 18	8 26	7 30						
				12 51	13 32	14 46	15 3	15 55	16 51						
	22	12	13,9	11 33	10 52	10 8	9 20	8 29	7 32						
				12 54	13 36	14 20	15 7	15 59	16 56						
	31	12	18,3	11 38	10 56	10 13	9 26	8 34							
				12 59	13 40	14 24	15 11	16 3							



g. 6.

Valoarea unghiului μ și variația sa orară, zilnică și anotimpuală este esențială pentru proiectarea sistemelor de captare a energiei solare cu concentratori de tip cilindro-parabolici, orientați pe direcția Est-Vest. Aceste sisteme au avantajul că reduc numărul de mișcări necesare pentru orientare la una singură (în jurul axei Est-Vest) în loc de două mișcări cum necesită alte sisteme cu concentratori.

The geometrical Factor on the Solar Radiation in our Country

The systems of the celestial co-ordonate for the fastening of the heavenly body's position on the canopy are presented. Also, this paper contains the graphics with the Sun's azimuth and height as the functions having the independent variable the legal time from Bucharest, as well as, the angle which makes the skyline of the place with the plane determined by the visual ray of the Sun and the E-V direction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

C.Z.; 519.283: 517.19

MODELUL MATEMATIC AL TEORIEI CATASTROFELOR ELEMENTARE

ANA BURGHELEA *

Prezentarea, explicarea și recunoașterea importanței conceptului de catastrofe elementare, se datorează matematicianului francez R. Thom.

Conceptul de catastrofe elementare reprezintă o parte a metodei matematice numită „Teoria catastrofelor". Datorită posibilității modelării, cu ajutorul acestui concept, a unor aspecte din biologie, fizică, și alte științe, interesul pentru el este în continuă creștere.

Articolul de față își propune prezentarea într-un mod complet și „self contained" a conceptului de „proces matematic Thom" și a „teoremei lui Thom".

Teoria catastrofelor, inventată de R. Thom [3], este o metodă matematică pentru studierea unor procese complexe din natură, procese ce manifestă discontinuități și divergențe.

Structura matematică caracteristică teoriei catastrofelor elementare**), cu ajutorul căreia teoria modelează procese din natură, este cea de „proces matematic Thom".

Interesul acestei structuri provine, pe de o parte, din faptul că local, complexitatea lui este aceeași cu a unui număr finit de procese elementare (modele elementare) numite și catastrofe elementare ***), și pe de altă parte, din faptul că natura se lasă modelată cu ajutorul ei (vezi C. Zeeman „Catastrophe theory" Selected papers Addison— Wesley Publishing Company Inc. — 1977 [6]).

De la interesantă pentru biologie, fizică, psihologie, lingvistică, teoria catastrofelor elementare se pare a deveni interesantă și pentru inginerie, permițînd considerabile dezvoltări în legătură cu teoria bifurcației în elasticitate ****) [8], studiul echilibrului și stabilității (spre exemplu al navelor [7]) sau în optică (forma causticelor luminoase cu posibile aplicații în defectoscopie optică).

Matematica legată de teoria catastrofelor elementare este parte integrantă a ceea ce este cunoscut sub numele de topologie diferențială și analiză diferențială și rezultatele ei sînt inteligibile chiar unei culturi matematice sărace ; cititorul va avea dificultăți mari a le repera în contextul unor teorii matematice foarte evoluate ca cele sus amintite.

Manuscris predat redacției la data de 14 decembrie 1978

* Asistent Catedra Matematici II

** Teoria catastrofelor elementare este o parte a teoriei catastrofelor, parte ce se bazează pe o matematică clarificată la ora actuală.

*** Acesta este în esență enunțul teoremei lui R. Thom.

**** Este remarcabil de observat că autorii [1], [2], [4], [5] au descoperit independent cîteva din catastrofele elementare.

Scopul acestui articol este de a prezenta complet și „self contained" conceptul de „proces matematic Thom" și a enunța teorema lui Thom.

Deși nu există nici o teoremă nouă în această lucrare, prezentarea ei este originală.

Nefăcîndu-se nici un compromis în ceea ce privește rigoarea, am încercat să evităm noțiunile complexe, care deși familiare matematicianului activ în domeniul topologiei și analizei diferențiale, nu sînt la fel de familiare celui care este chemat să utilizeze teoria catastrofelor.

Sperăm că această lucrare să fie o utilă introducere matematică la teoria catastrofelor elementare și în același timp să contribuie la a impune atenției inginerilor varietăți algeb ice mai puțin studiate asociate cu catastrofele elementare), ce reprezintă forme geometrice remarcabile care au frecvente corespondențe concrete.

1. Varietăți diferențiabile și aplicații diferențiabile

1. Funcția $f : U \to V$, cu $U \subset \mathbb{R}^m$, $V \subset \mathbb{R}^n$ mulțimi deschise și $f \in C^\infty(U)$ va fi numită pe scurt *aplicație diferențiabilă pe* U.

2. Dacă $A \subset \mathbb{R}^m$, $B \subset \mathbb{R}^n$ sînt mulțimi oarecari : $f : A \to B$ se va numi *diferențiabilă pe* A dacă $(\forall)x \in A$, $(\exists)U_i \subset \mathbb{R}^m$ (mulțime deschisă, vecinătate a lui x) și $F : U_x \to \mathbb{R}^n$ diferențiabilă pe U_x *a.î*

$$F|_{U_x \cap A} = f|_{U_x \cap A}$$

3. Aplicația $f : A \to B$ se numește *difeomorfism* dacă $(\exists)\ f^{-1} : B \to A$ și f, f^{-1} sînt diferențiabile (conf. 1.2).

4. Fie $M \subset \mathbb{R}^n$ și $k < n$, M se numește *subvarietate diferențiabilă de dimensiunea* k, dacă $(\forall)\ x \in M$, $(\exists)\ U_x \subset \mathbb{R}^n$ (vecinătate a lui x) și $(\exists)F : U_x \to \mathbb{R}^n$ difeomorfism *a.î*

a) $F(x) = 0 \in \mathbb{R}^n$

b) $F(U_x \cap M) = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n / x_{k+1} = \ldots = x_n = 0\}$.

Observații :

a. Fie $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^\infty$ și $M = \{(x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}^n / f(x_1, \ldots x_n) = 0\}$ Condiția suficientă ca M să fie subvarietate de dimensiune $n - 1$ este ca $(\forall)\ a \in M$, $\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]^2 (a) = 0$.

Dem : Fie (1) $f(x_1), \ldots, x_n) = 0$ și $a \in M$, presupunem $\frac{\partial f}{\partial x}(a) = 0$ atunci (1) definește implicit funcția $x_n = \varphi(x_1, \ldots, x_{n-1})$ ie$(\exists)\ U_a = U' \times U''$ cu U' vecinătate a punctului $(a_1, \ldots, a_{n-1})$ și U'' vecinătate a lui a_n iar $\varphi : U' \to U''$ și $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, \varphi(x_1, \ldots, x_{n-1})) = 0$ pentru $(\forall)\ (x_1, \ldots, x_{n-1}) \in U'$. Se poate atunci defini $F : U_a \to \mathbb{R}^n$ astfel :

$$\begin{cases} F_1(x_1, \ldots, x_n) = x_1 - a_1 \\ F_2(x_1, \ldots, x_n) = x_2 - a_2 \\ F_{n-1}(x_1, \ldots, x_n) = x_{n-1} - a_{n-1} \\ F_n(x_1, \ldots, x) = x_n - \varphi(x_1, \ldots, x_{n-1}). \end{cases}$$

Se observă că rang $\left\|\frac{\partial F_i}{\partial x_j}\right\| = n$

$1 < i_1 j \leqslant n$.

deci F este difeomorfism,
iar $(\forall)x \in U_a \cap M)$ are loc $F(x) = (x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n, 0)$

b. Fie funcţiile $f_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ cu $1 \leqslant i < n - k$, fie C^∞ şi

$$M = \{(x_1, \ldots, x) \in \mathbb{R}^n / f_i(x_1, \ldots, x) = 0,$$
$$1 < i < m - k\}$$

Condiţia suficientă ca M să fie subvarietate de dimensiune k este

$$(\exists)\, a \in M \text{ rang } \left\| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\| (a) = n - k$$

Dem. Fie sistemul

$$(2) \begin{cases} f_1(x_1, \ldots, x_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_{n-k}(x_1, \ldots, x_n) = 0, \qquad (\exists) a \in M \end{cases}$$

presupunem că determinantul

$$D = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_i}{\partial x_{k+1}} \ldots \dfrac{\partial f_j}{\partial x_n} \\ \ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{\partial f_{n-k}}{\partial x_{k+1}} \ldots \dfrac{\partial f_{n-k}}{\partial x_n} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (a)$$

Din teorema funcţiilor implicite, rezultă că $(\exists)$ U_a vecinătate a lui a de forma $U_a = U' \times U''$ cu U' vecinătate a lui $(a_1, \ldots, a_k)$ şi U'' vecinătate a lui $(a_{k+1}, \ldots, a_n)$ şi $(\exists)$ $\varphi : U' \to U''$ cu $\varphi \in C^\infty$

$$\varphi(x_1, \ldots, x_k) = (\varphi_1(x_1, \ldots, x_k), \ldots, \varphi_{n-k}(x_1, \ldots, x_k))$$
$$fi(x_1, \ldots, x_k), \varphi_1(x_1, \ldots, x_k) \ldots, \varphi_{n-k}(x_1, \ldots, x_k)) = 0$$
$$(\forall)(x_1, \ldots, x_k) \in U'$$

Considerăm în acest caz funcţia $F : U_a \to \mathbb{R}^n$ dată de :

$$\begin{cases} F_1(x_1, \ldots, x_n) = x_1 - a_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_k(x_1, \ldots, x_n) = x_k - a_k \\ F_{k+1}(x_1, \ldots, x_n) = x_{k+1} - \varphi_1(x_1, \ldots, x_k) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_n(x_1, \ldots, x_n) = x_n - \varphi_{n-k}(x_1, \ldots, x_k) \end{cases}$$

Cum $\det \left[\dfrac{\partial F_j}{\partial x_j} \right]_{1 \leqslant i,j \leqslant n} \neq 0$ şi $F(a_1, \ldots, a_n) = 0$, rezultă că aplicaţia diferenţială F este difeomorfism şi în plus

$(\forall)(x_1, \ldots, x_n) \in U_a \cap M$ are loc :

$F(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 - a_1, x_2 - a_2, \ldots, x_k - a_k, \quad x_{k+1} - \varphi_1(x_1, \ldots$
$\ldots, x_k) \ldots x_n - \varphi_{n-k}(x_1 \ldots, x_k)) = (x_1 - a_1, \ldots, x_k - a_k, 0, \ldots 0)$
(căci dacă $(x_1, \ldots, x_n) \in U_a$ atunci $x_i = \varphi_i(x_1, \ldots, x_k)$ $k + 1 \leqslant i \leqslant n$

Cum $a \in M$ a fost ales arbitrar, rezultă că M este subvarietate de dimensiune k.

5. Două subvarietăți de dimensiune k : $M^k \subset \mathbb{R}^n$ și $N^k \subset \mathbb{R}^p$ se zic *echivalente* dacă $(\exists)$ un difeomorfism $\varphi : M^k \to N^k$

Mulțimea subvarietăților de dimensiune k echivalente se numește *varietate de dimensiune k*.

Atunci cînd vom considera o varietate de dimensiune k, vom lucra de fapt cu un reprezentant, deci cu o anumită subvarietate de dimensiune k.

Definim, în continuare, noțiunea de spațiu tangent într-un punct $a \in M^k$, cu M^k varietate de dimensiune k.

6. Se consideră $M^k \subset \mathbb{R}^n$ varietate de dimensine k și $a \in M^k$. Vectorul V se numește *vector tangent* la varietatea M^k în punctul a dacă : există un drum $\gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to \mathbb{R}^n$ a î :

a) $\gamma[(-\varepsilon, \varepsilon)] \subset M^k$

b) $\dfrac{d\gamma}{dt}(0) = V$

c) $\gamma(0) = a$

Mulțimea vectorilor tangenți la M^k în a se numește *spațiul tangent în a* la varietatea M^k, și va fi notat $T_a(M^k)$.

Observație : Spațiul tangent în a la varietatea M^k se poate organiza ca spațiu vectorial astfel :

a) Dacă $V \in T_a(M^k)$ și $\alpha \in \mathbb{R}$, se definește vectorul αV ca fiind dat de drumul $\gamma_\alpha : \left(-\dfrac{\varepsilon}{|\alpha|}, \dfrac{\varepsilon}{|\alpha|}\right) \to \mathbb{R}^n$, definit $\gamma_\alpha(t) = \gamma(\alpha t)$, unde $\gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to$
$\to \mathbb{R}^n$ dă vectorul V. Au loc : $\dfrac{d\gamma_\alpha}{dt}(0) = \alpha \dfrac{d\gamma}{dt}(0) = \alpha V$,

$\gamma_\alpha(0) = \gamma(0) = a$.

b) Dacă $V_1, V_2 \in T_a(M^k)$ se consideră că sînt dați de drumurile $\gamma_1 : (\varepsilon, \varepsilon) \to \mathbb{R}^n$, respectiv $\gamma_2 : (-\varepsilon, \varepsilon) \to \mathbb{R}^n$, cum M^k este subvarietate de dimensiune k înseamnă că pentru $a \in M^k (\exists) F : U_I \to \mathbb{R}^n$ difeomorfism și deci au sens mulțimile $F[\gamma_1(t)] + F[\gamma_2(t)]$ (adunare în $\mathbb{R}^n$), respectiv $F^{-1}\{F[\gamma_1(t)] + F(\gamma_2(t)]\}$.

Se dfinește, în acest caz, vectorul $V_1 + V_2$ ca fiind dat de drumul $\delta : (-\varepsilon\text{-}\ \varepsilon) \to \mathbb{R}^n$, unde

$$\delta(t) = F^{-1}\{F(\gamma_1(t)] + F(\gamma_2(t)\}$$

Într-adevăr, $\delta(0) = F^{-1}\{F(\gamma_1(0)] + F(\gamma_2(0)]\{ = F^{-1}[F(a) + F(a)] =$
$= F^{-1}(0) = a$ de asemenea :

$$\frac{d\delta}{dt}(0) = \frac{d\gamma_1}{dt}(0) + \frac{d\gamma_2}{dt}(0) = V_1 + V_2.$$

7. Se consideră două varietăți de dimensiuni k, respectiv l:

$$M^k \subset \mathbb{R}^n, \quad N^l \subset \mathbb{R}^k, \quad a \in M \text{ și } f : M^k \to N^l.$$

Aplicația f se numește *diferențiabilă în* a dacă considerînd difeomorfismele $F_1 : U_a \to \mathbb{R}^n$

$F_2 : U_{f(a)} \to \mathbb{R}^p$, aplicația compusă $F_2 \circ f \circ F_1^{-1}$ este o aplicație diferențiabilă (ca aplicație de la o submulțime a lui $\mathbb{R}^n$ la $\mathbb{R}^p$.

$$\begin{array}{ccc} U_a & \xrightarrow{F_1} & \mathbb{R}^n \\ f \downarrow & & \downarrow F_2 \circ f \circ F_1^{-1} \\ U_{f(a)} & \xrightarrow{F_2} & \mathbb{R}^p \end{array}$$

Difeomorfismele F_1, F_2 se numesc *hărți de coordonate*

8. Dacă M^k, N^p sînt varietăți date și aplicația $\varkappa : M^n \to N^p$ este diferențiabilă, se definește *diferențiala aplicației* $\varkappa$ *în punctul* $a \in M^k$ ca fiind aplicația, notată $D_a X$:

$$D_a X : T_a(M^k) \to T_{\varkappa(a)}(N^p) \text{ definită}$$

astfel: dacă $V \in T_a(M^k)$, atunci $(\exists)\ \gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to M^n$ cu

$\gamma(0) = a$; $\dfrac{d\gamma}{dt}(0) = \bar{v}$, se consideră

$D X(\bar{v}) = \bar{w}$ cu $\bar{w} \in T_{x(a)}(N^p)$ dat de drumul

$X \circ \gamma : (-\varepsilon, \varepsilon) \to N^p$; adică $\bar{w} = \dfrac{d(X_0\gamma)}{dt}(0)$.

2. Analiza unei funcții potențial

Fie $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ o funcție diferențiabilă, numită potențial (vom nota $x = (x_1, \ldots, x_n)$ un punct arbitrar din $\mathbb{R}^n$ și $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_k)$ un punct arbitrar din $\mathbb{R}^k$.

Notăm $M_F \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k$ următoarea mulțime

$$M_F = \left\{ (x, \alpha) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \,\middle|\, \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad 1 \leqslant i \leqslant n \right\}.$$

Fie matricea:

$$A = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_1} & \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_1\ \partial x_n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \dfrac{\partial^2 F}{\partial X\ \partial x_1} & \cdots\cdots\cdots & & \dfrac{\partial^2 F}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$$

Propoziție : Dacă rang $A = n$, atunci M_F este subvarietate de dimensiunea k.

Demonstrație : Se notează $f_{i.} = \dfrac{\partial F}{\partial x_i}$ și se aplică observația b) pg. 29)

Se consideră proiecția canonică, *i e* aplicația diferențiabilă. $\pi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^k$.

1. Restricția proiecției canonice la mulțimea M_F se numește *aplicația caracteristică* (a potențialului F),

se notează $\varkappa : M_F \to \mathbb{R}^k \quad (\varkappa = \pi / M_F)$.

2. Se consideră spațiul vectorial E și subspațiile vectoriale $E_1, E_2 \subset E$. E_1 și E_2 se zic *transversale* (transverse) dacă $E = E_1 + E_2$.

2'. Se consideră M_1, M_2 subvarietăți din $\mathbb{R}^n$ și $a \in M_1 \cap M_2$. M_1 și M_2 se zic *transverse* în a, dacă $T_a(M_1)$ și $T_a(M_2)$ sînt transversale, i.e $\mathbb{R}^n = T_a(M_2) + T_a(M_2)$.

3. Fie $\varkappa : M \to R$, aplicația caracteristică (din 2.1). Un punct $a = (\tilde{x}, \tilde{\alpha}) \in M_F$ se numește *punct singular* al aplicației χ dacă M_F și $\mathbb{R}^n \times \{\pi(a)\} = \mathbb{R}^n \times \{\tilde{\alpha}\}$ *nu sînt transverse* în a. Punctele care *nu* sînt singulare se numesc *puncte regulate*.

Exemplu :

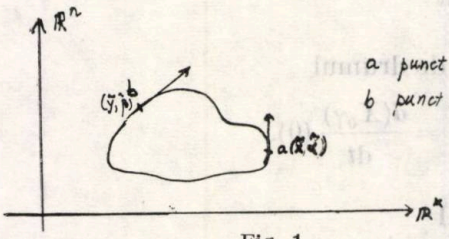


Fig. 1.

Vom nota cu Σ_{M_F} mulțimea punctelor singulare ale aplicației $\chi : M_F \to \mathbb{R}^k$.

Proiecția lui $\sum_{M_F}$ pe $\mathbb{R}^k$ se numește *mulțimea de catastrofe*, sau *mulțimea de bifurcație* a aplicației F.

Se va nota C_F, deci $C_F = \pi(\sum_{M_F})$.

Propoziție (Criteriu analitic de obținere a punctelor de catastrofă). În notațiile de mai sus, $a = (x, \alpha) \in \sum_{M_F}$ dacă și numai dacă :

1. $a \in M_F$

2. $$\left| \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_i} \right|_{(a)}_{1 \leq i,j \leq n} = 0$$

Demonstrație. Mulțimea M_F / Σ_{M_F} reprezintă mulțimea punctelor regulate ale aplicației $\varkappa$, deci a punctelor care nu sînt singulare, deci $a = (x, \alpha) \in M_F \mid \sum_{M_F}$, dacă și numai dacă M_F și $\mathbb{R}^n \times \{\alpha\}$ sînt transverse, adică :

(I) $\quad T_{(x,\alpha)}(M_F) + T_{(x,\alpha)}(\mathbb{R}^n \times \{\alpha\}) = \mathbb{R}^{n+k}$

Cum $\dim T_{(x,\alpha)}(M_F) = k$, $\dim T_{(x,\alpha)}(\mathbb{R}^n \times \{\alpha\}) = n$, din (I) rezultă

(II) $\quad T_{(x,\alpha)}(M_F) \cap T_{(x,\alpha)}(\mathbb{R}^n \times \{\alpha\}) = \{0\}$. (printr-un difeomorfism, $(x_1\alpha)$ se poate translata în (0).

Notînd $N_{(x,\alpha)}(M_F)$ spațiul normal în (x, α) la varietatea M_F se obține din (I) și (II):

$$(III)\ N_{(x,\alpha)}(M_F) + N_{(x,\alpha)}(\mathbb{R}^n \times \{\alpha\}) = \\ = N_{(x,\alpha)}(M_F) + T_{(x,\alpha)}(\{x\} \times \mathbb{R}^n) = \mathbb{R}^{n+k}$$

Considerînd un sistem de generatori pentru $N_{(x,\alpha)}(M_F)$, respectiv pentru $T_{(x,\alpha)}(\{x\} \times \mathbb{R}^k)$, acesta trebuie să fie liniar independent, deci următorul determinant să fie diferit de zero:

$$(IV)\quad \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial \alpha_k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial \alpha_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial \alpha_k} \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

(Primele n linii-generatori pentru $N_{(x,\alpha)}(M_F)$, ultimele k linii generatori pentru $T_{(x,\alpha)}(\{x\} \times \mathbb{R}^k)$.

Din (IV), rezultă $\left| \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} \right| \neq 0 \ (1 \leqslant i, j \leqslant n)$

Observație: Practic, pentru obținerea mulțimii de catastrofe atașată aplicației diferențiale $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, se elimină $x_1, \ldots, x_n$ între ecuațiile:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x_i}(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_k) = 0, & i \leqslant i \leqslant n \\ \left| \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} \right| = 0, & 1 \leqslant i, j \leqslant n \end{cases}$$

3. Germeni de aplicații diferențiabile

1. Fie M^k o varietate de dimensiune n și $a \in M^n$ fixat. Se numește *aplicație diferențiabilă în a* perechea (f, U_a) cu U_a vecinătate a lui a și $f: U_a \to \mathbb{R}$ aplicație diferențiabilă.

2. Fie aplicațiile diferențiabile în $a(f_1, U_a')$ și (f_2, U_a''), ele se numesc *echivalente* dacă $(\exists)\ U_a$ a.Î:

1) $U_a \subset U_a' \cap U_a''$

2) $f_1/U_a = f_2/U_a$ (graficele aplicațiilor f_1 și f_2 coincid pe U_a).

2'. Fie $a \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^n$ și $f : U_a \to \mathbb{R}$, $g . U_a \to \mathbb{R}$ aplicații diferențiabile în a, respectiv în b ; ele se zic echivalente dacă $(\exists)\ h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ difeomorfism $a.\ î.\ h(a) = b$ și $f_0 h = g$.

Se numește *germene al aplicației diferențiabile în a* o clasă de echivalență de aplicații diferențiabile în a.

Se va nota $\mathcal{E}_a(M^n)$ mulțimea germenilor dați de aplicații diferențiabile în a.

$\mathcal{E}_a(M^n)$ formează o algebră față de adunarea și înmulțirea date de reprezentanți.

Dacă $a = 0$ și $M^n = \mathbb{R}^n$, atunci $\mathcal{E}_0(\mathbb{R}^n)$ se notează $\mathcal{E}_n$.

3. Fie M^n, N^n varietăți de dimensiune n și $a \in M^n$, $b \in N^n$, $f : M^n \to N^n$ aplicație diferențiabilă cu $f(a) = b$, vom nota prescurtat aceasta :

$$f : (M^n, a) \to (N^n, b)$$

f induce o aplicație : $\tilde{f} : \mathcal{E}_b(N^n) \to \mathcal{E}_a(M^n)$ definită astfel :

$(\forall)\ g \in \mathcal{E}_b(N^n)\ (\exists)\ V_b$ și $g : V_b \to \mathbb{R}$, iar $V_b \subset N^n$, atunci

$$\tilde{f}(g) = g\,0\,f, \text{ i.e.} \qquad \begin{array}{ccc} V_b & \xrightarrow{g} & \mathbb{R} \\ f\uparrow & & \uparrow \tilde{f}(g) = g0f \\ U_a & & \end{array}$$

Se verifică că $\tilde{f}(g) \in \mathcal{E}_a(M^n)$ pentru că $\tilde{f}(g)$ este definită pe U_a și $\tilde{f}(g)(a) = (g\,0\,f)(a) = g(f(a)) = g(b)$

În plus, $\tilde{f}$ este omomorfism de algebre.

4. Dacă M^n este o subvarietate de dimensiune a, $M^n \subset \mathbb{R}^n$ și $a \in M^n$, atunci $\mathcal{E}_a(M^n)$ este izomorfă cu $\mathcal{E}_n$.

Demonstrație : M^n este o subvarietate de dimensiune n, deci $(\exists)$ $F : U_a \to \mathbb{R}^n$ cu $F(a) = 0$, difeomorfism. Atunci din 3.3, F induce $\tilde{F} : \mathcal{E}_n \to \mathcal{E}_a(M^n)$ și cum F este bijecție $F : U_a \to F(U)$, rezultă $\tilde{F}$ izomorfism de algebre.

4. Germeni de codimensiune finită

Vom nota, în continuare, pentru simplificarea scrierii, un germene (adică o clasă de echivalență (după 3.2)) printr-un reprezentant al său, deci printr-o funcție diferențiabilă.

Considerăm germenii funcțiilor de forma : $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ și $f(0) = 0$. Idealul generat de acești germeni se notează m_n. Evident, $m_n \subset \mathcal{E}_n$.

Fie $f \in \mathcal{E}_n$, notăm $\left\{\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right\}$ — idealul generat de germenii $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}$, i.e.

$$\left\{\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right\} = \left\{g \in \mathcal{E}_n / g(x) = \sum_{i=1}^{n} m_i(x) \frac{\partial f}{\partial x_i}(x),\ \ m_i \in \mathcal{E}_n\right\}.$$

1. Fie $g \in \mathcal{E}_n$, germenele g se numește de *codimensiune finită* dacă spațiul vectorial $\mathcal{E}_n \Big/ \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}$ este de dimensiune finită.

Se numește *codimensiunea* lui g dimensiunea spațiului vectorial $m_n \Big/ \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}$.

Propoziția 1: Fie $g \in \mathcal{E}_n$, dacă $\sum_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)(0)\right]^2 \neq 0$, atunci

a) $\left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\} = \mathcal{E}_n$

b) codimensiunea lui g este -1, i.e. din $m_n \Big/ \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\} = -1$,

Demonstrație: a) Presupunem că $g_k = \frac{\partial g}{\partial x_k}(0) \neq 0$, rezultă că $(\exists) U_0$, vecinătate a originii și o funcție h_k, inversă lui g_k pe U_0, i.e $(\forall) x \in \in U_0$ $h_k(x)\, g_k(x) = 1$, atunci funcția constantă $f(x) = 1$, $(\forall) x \in U_0$, aparține idealului $\left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}$, deci $(\forall)\ \psi \in \mathcal{E}_n$. rezultă $\psi \in \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots \right.$ $\left. \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}$, așadar $\left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\} = \mathcal{E}_n$.

b) Cum $\mathcal{E}_n = \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}$ și dim $(\mathcal{E}_n / m_n) = 1$, rezultă:

$$\dim\left(m_n \Big/ \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}\right) = \dim\left(\mathcal{E}_n \Big/ \left\{\frac{\partial g}{\partial x_1}, \ldots \right.\right.$$

$$\left.\left. \ldots, \frac{\partial g}{\partial x_n}\right\}\right) - \dim\,(E_n/m_m) = -1$$

Propoziția 2. Fie germenele $g \in m_n$ cu $\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial g}{\partial x_i}(0)\right]^2 \neq 0$, atunci acest germene este echivalent (pînă la o schimbare de coordonate) cu germenele dat de funcția $f(x_1, \ldots, x_n) = x_1$.

Demonstrație: Conform 3.2′, trebuie arătat că $(\exists) h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ difeomorfism a.î $h(0) = 0$, $f \circ h = g$.

Notăm $\alpha_i = \frac{\partial g}{\partial x_i}(0)$ și fie $\alpha_k \neq 0$, se pot determina $n - 1$ vectori notați $(\beta_{21}, \ldots, \beta_{2n})$, $\ldots$ $(\beta_{n1}, \ldots, \beta_{nn})$a.l

$$A = \begin{vmatrix} \alpha_1, \ldots, \alpha_n \\ \beta_{21} \ldots \beta_{2n} \\ \ldots\ldots \\ \beta_{n1} \ldots \beta_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$ Vom defini atunci aplicația

$h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $h(x) = (h_1(x), \ldots, h_n(x))$,
astfel :

$$\begin{cases} h_1(x_1), \ldots, x_n) = g(x_1, \ldots, x_n) \\ h_2(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} \beta_{2i} x_i \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ h_n(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} \beta_{ni} x_i \end{cases}, \text{ cum } \frac{D(h_1, \ldots, h_n)}{D(x_1, \ldots, x_n)}(0) = A \neq 0$$

rezultă că $(\exists)\ U_0$ pe care h este difeomorfism, în plus, $h(0) = (g(0), 0 \ldots 0) = 0$ iar $h \circ f = f(h_1, \ldots, h_n) = h_1 = g$ pe U_0.

5. Deformare, deformare universală

Vom nota o funcție definită în vecinătatea originii din $\mathbb{R}^n$ cu valori reale $f : (\mathbb{R}^n, 0) \to \mathbb{R}$ și pentru a nu încărca notația, vom nota tot cu f germenele generat de această funcție în $x = 0$, deci $f \in \mathcal{E}_n$.

1. Se numește *deformare* a germenului f (unfolding), un germene dat de funcția : $F : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, (0, 0) \to \mathbb{R}$ cu $F(x. 0) = f(x)$

Ne vom referi, în continuare, la deformări ale aceluiași germene f pe care nu-l vom mai specifica, decît în cazul în care apar și deformări ale altor germeni.

2. Fie F o deformare și $p : (\mathbb{R}^m, 0) \to (\mathbb{R}^k, 0)$ (i.e. $p(0) = 0$) un germene de aplicație diferențiabilă.

Se numește *deformarea indusă de* p, notată $p^*(F)$, germenele dat de $G : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m, (0, 0) \to \mathbb{R}$ definit astfel :
pentru $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$

$$\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_m) \in \mathbb{R}^m,\ G(x, \beta) = F(x_1, \ldots, x_n, p_1(\beta), \ldots, p_n(\beta))$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k & \xrightarrow{F} & \mathbb{R} \\ {\scriptstyle p}\uparrow & & \uparrow{\scriptstyle G} \\ \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m & & \end{array}$$

Se observă că G este o deformare a lui f :
$G(x, 0) = F(x_1 p_1(0), \ldots, p(0)) = F(x, 0) = f(x)$
3. Deformările $F(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0) \to \mathbb{R}, i = 1, 2$ (i.e $F_i(x_{10}) = f(x)$ se numesc *izomorfe* dacă :
a) $k_1 = k_2 = k$
b) $(\exists)$ o familie de difeomorfisme $\{h_\alpha\}_{\alpha \in \mathbb{R}^k}$ cu
$h_\alpha : (\mathbb{R}^n, 0) \to (\mathbb{R}^n, 0)$ verificînd : $h_0(x) = x$; $h_\alpha(0) = 0$
a.î notînd H germenele de difeomorfism dat de

$$H : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \text{ cu } H(x, \alpha) = (h_\alpha(x), \alpha)$$

următoarea diagramă să fie comutativă:

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0,0) & \overset{F_2}{\searrow} & \\ \downarrow H & & \mathbb{R} \\ \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0,0) & \underset{F_2}{\nearrow} & \end{array}, \text{ adică } F_2 \, 0 \, H = F_1 \quad (1)$$

$$\text{Notînd } \begin{cases} h_\alpha(x) = (h_\alpha^1(x), \ldots, h_\alpha^n(x)) \\ \alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_k) \end{cases} (1) \text{ revine la:}$$

(I) $F_2(h_\alpha^1(x), \ldots, h_\alpha^n(x), \alpha_1, \ldots, \alpha_k) = F_1(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_k)$.
Se observă că $H(0, 0) = (h_\alpha(0), 0) = (0, 0)$.

4. Deformările $F_i : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{k_i}, (0, 0) \to \mathbb{R}, i = 1, 2$ se numesc echivalente dacă:

a) $k_1 = k_2 = k$

b) $(\exists)$ un germene de difeomorfism $p : (\mathbb{R}^k, 0) \to (\mathbb{R}^k, 0)$ a.î. $p^*(F_1)$ (după 5.2) este izomorf (după 5.3) cu F_2.

Dacă notăm $G_1 = p^*(F_1)$, i.e $G_1 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k . (0, 0) \to \mathbb{R}$ dat de $G_1(x, \alpha) = F_1(x, p(\alpha))$, atunci G_1 izomorf cu F_2 înseamnă că $(\exists)$ $H : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0) \to (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0)$ difeomorfism a.î. $G_1 \circ H = F_2$ adică:

$G_1(H(x, \alpha)) = F_2(x, \alpha)$; $G_1(h_\alpha(x), \alpha) = F_2(x, \alpha)$; i.e

(II) $F_1(h_\alpha(x), p(\alpha)) = F_2(x, \alpha)$

Propoziția 1: Dacă deformările $F_i : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0)) \to R, i = 1, 2$ sînt izomorfe, atunci germenii aplicațiilor caracteristice:

$$\chi_i : (M_{F_i}, 0) \to , \quad \mathbb{R}^k \; i = 1, 2 \text{ sînt echivalenți}$$

Demonstrație: Germenii χ_1, χ_2 sînt echivalenți dacă reprezentanții lor sînt aplicații diferențiabile echivalente, i.e. $(\exists)$ $U'_{(0,0)} \subset M_{F_1}$; $U'_{(0,0)} \subset M_{F_2}$, vecinătăți ale originii și $(\exists)$ $G : U'_{(0,0)} \to U''_{(0,0)}$, $T : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^n$ difeomorfisme a.Î următoarea diagramă este comutativă:

$$\text{(a)} \quad \begin{array}{ccc} U' & \xrightarrow{\chi_1} & \mathbb{R}^k \\ {\scriptstyle G}\uparrow & & \uparrow{\scriptstyle T} \\ U'' & \xrightarrow{\chi_2} & \mathbb{R}^k \end{array}$$

Difeomorfismul T se consideră identitatea pe $\mathbb{R}^k$, iar existența difeomorfismului G se arată astfel:

Cum F_1, F_2 sînt deformări izomorfe rezultă că $(\exists)$ H germene de difeomorfism $H : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0)) \to (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0))$, a.î este comutativă diagrama:

$$\text{(b)} \quad \begin{array}{ccccc} & & \xrightarrow{\pi_2} \mathbb{R}^k \xleftarrow{\pi_2} & & \\ \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0,0) & & \xrightarrow{H} & & \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0) \\ & & \xrightarrow[F_1]{} \mathbb{R} \xleftarrow[F_2]{} & & \end{array}$$

unde π_i este aplicația proiecție ($i = 1, 2$), iar H comută cu proiecția :

$$\pi_2 H(x, \alpha) = \pi_2(H(x, \alpha)) = \pi_2(h_2(x), \alpha) = \alpha = \pi_1(x, \alpha)$$

Mai trebuie arătat că $H(M_{F_1}) = M_{F_2}$, atunci difeomorfismul H/U', poate fi considerat G din diagrama (a) căci $\pi/M_{F_2} = \chi_i$, $i = 1, 2$

Dar dacă $(x^\circ, \alpha^\circ) \in M_{F_1}$, atunci $\dfrac{\partial F_1}{\partial x_i}(x^\circ, \alpha^\circ) = 0$, $1 \leqslant i \leqslant n$ cum $F_1 = F_2 \circ H$ are loc :

$$\text{(c)} \quad \frac{\partial F_1}{\partial x_i}(x, \alpha) = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial F_2}{\partial u_j} \cdot \frac{\partial h_\alpha^j}{\partial x_i} \right)(x, \alpha), \quad 1 \leqslant i \leqslant n$$

Dacă se consideră (c) în punctul (x°, α°), cum $\left| \dfrac{\partial h_{\alpha^\circ}^j}{\partial x_i} \right| \neq 0$ pentru că H este inversabilă, rezultă din (c) sistem omogen

$$\frac{\partial F_2}{\partial u_j}(h_{\alpha^\circ}(x^\circ), \alpha^\circ) = 0 \text{ deci } (h_{\alpha^\circ}(x^\circ), \alpha^\circ) = H(x^\circ, \alpha^\circ) \in M_{F_2}$$

Propoziția 2. Se consideră germenul de deformare :
$F : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0) \to \mathbb{R}$ și germenul de difeomorfism
$p : (\mathbb{R}^k, 0) \to (\mathbb{R}^k, 0)$ Aplicațiile caracteristice : $\chi_F : M_F \to \mathbb{R}^k /$ și $\chi_{p^*(F)} \to \mathbb{R}^k$ sînt echivalente.

Demonstrație. Trebuie atătat că $(\exists)$ U_0', U_0'' și difeomorfismele G, T. a.Î să fie comutativă diagrama :

$$\text{(d)} \quad \begin{array}{ccccc} & \overset{\chi_{p^*(F)}}{\longrightarrow} & \mathbb{R} & \overset{F}{\longleftarrow} & \mathbb{R}^k \overset{\chi_F}{\longleftarrow} \\ M_{p^*(F)} (\subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k) & \overset{G}{\longrightarrow} & M_F & (\subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k) & \\ & \underset{p^*(F)}{\longrightarrow} & \mathbb{R} & \underset{F}{\longleftarrow} & \end{array}$$

Considerăm T identitatea pe $\mathbb{R}^k$, iar G aplicația :

(*) $\qquad G(x, \alpha) = (x, p(\alpha))$

Se observă : $G(0, 0) = (0, p(0)) = (0, 0)$, în plus, G este un difeomorfism deoarece :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dfrac{\partial p_1}{\partial \alpha_1} & \dots & \dots & \dfrac{\partial p_1}{\partial \alpha_k} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dfrac{\partial p_k}{\partial \alpha_1} & \dots & \dots & \dfrac{\partial p_k}{\partial \alpha_k} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial p_1}{\partial \alpha_1} & \dots & \dots & \dfrac{\partial p_1}{\partial \alpha_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{\partial p_k}{\partial \alpha_1} & \dots & \dots & \dfrac{\partial p_k}{\partial \alpha_k} \end{vmatrix} \neq 0$$

căci p este difeomorfism.

Deci $(\exists)\ U_0', U_0''$ a.Î $G : U_0' \to U_0''$ este difeomorfism.
În (c), G comută cu aplicațiile caracteristice :

$$G(x, \alpha) = (x_1\, p(\alpha), \chi_F(G(x. \alpha)) = \chi_F(x_1, p(\alpha)) = p(\alpha)$$

și

$$\chi_{p^*(F)}(x, \alpha) = p(\alpha)$$

Mai trebuie arătat că $(\forall)\ (x^\circ, \alpha^\circ) \in M_{p^*(F)}$, are loc

$$G(x^\circ, \alpha^\circ) \in M_F$$

Dar $(x^\circ, \alpha^\circ) \in M_{p^*(F)}$ înseamnă $\dfrac{\partial p^*(E)}{\partial x_i}(x^\circ, \alpha^\circ) = 0,\ 1 \leqslant i \leqslant n$(**)

Cum $p^*(E)(x, \alpha) = F(x, p(\alpha))$, din (**) rezultă :

$$\frac{\partial p^*(F)}{\partial x_i}(x^\circ, \alpha^\circ) = \frac{\partial E}{\partial x_i}(x^\circ, p(\alpha^\circ)) = 0,\ 1 \leqslant i \leqslant n, \text{ adică } (x^\circ, p(\alpha^\circ)) \in M_F,$$

dar $(x^\circ, p(\alpha^\circ)) = G(x^\circ, \alpha^\circ)$

5. Deformarea $F : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k\ (0, 0)) \to \mathbb{R}$, $(F(x, 0) = f(x))$ se numește *versală* dacă orice altă deformare a germenului f este izomorfă (după 5.3) cu o deformare indusă de F (după 5.2). Aceasta înseamnă, dacă G este o altă deformare, cu $G : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m\ (0, 0)) \to \mathbb{R}$, atunci
$(\exists)\ p : (\mathbb{R}^m, 0) \to (\mathbb{R}^k, 0)$ a.î. G este izomorf cu $p^*(F)$, adică $(\exists)$ o familie de difeomorfisme $\{h_\alpha\}_{\alpha \in \mathbb{R}^m}$, $h_\alpha : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m, (0, 0)) \to (\mathbb{R}^n = \mathbb{R}^m), (0, 0)$, a.î. notînd $H(x, \alpha) = (h_\alpha(x), \alpha)$ are loc :

$$H\,G = p^k(F).$$

Enunțăm doar, demonstrația fiind delicată, un criteriu de caracterizare a deformării universale (Teorema lui Mather).

Deformarea $F : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0, 0) \to \mathbb{R}$ este versală dacă și numai dacă E este izomorf cu suma dintre idealul (iacobian) generat de $\left\{\dfrac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \dfrac{\partial f}{\partial x_n}\right\}$ și spațiul vectorial peste $\mathbb{R}$ generat de germenii funcțiilor $g_1, \ldots, g_k$ unde $g_j = \dfrac{\partial F}{\partial \alpha_j}(x, 0),\ 1 \leqslant j \leqslant k$

Observație :

Rezultă din criteriul anterior că există deformări versale numai pentru acei germeni f care sînt de codimensiune finită căci $\dim\left(\mathcal{E}_n \Big/ \left\{\dfrac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \dfrac{\partial f}{\partial x_n}\right\}\right)$ este finită.

Dacă f este un astfel de germene, se poate construi o deformare versală a sa, în particular, următorul germene :

$$F(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_l) = f(x_1, \ldots, x_n) + \sum_{j=1}^{l} \alpha_j\, g_j(x),$$

unde $\{\hat{g}_i\}_{1 \leqslant j \leqslant}$ generează spațiul vectorial $\mathcal{E}_n \Big/ \left\{\dfrac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \dfrac{\partial f}{\partial x_n}\right\}$.

6. O deformare versală $F: (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p, (0, 0) \to \mathbb{R}$ se numește *universală* dacă $p = \dim \left(\mathscr{E}_n \Big/ \left\{ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\} \right)$.

Cu alte cuvinte F este deformare universală dacă F este deformare versală și codimensiunea lui f este $p - 1$.

Observație.

Dacă în definiția 5.5 a noțiunii de deformare versală, termenul „deformare izomorfă" se înlocuiește cu „deformare echivalentă", se obține o definiție echivalentă pentru deformare versală.

Propoziția 3: Orice două deformări $F: (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k, (0,0) \to \mathbb{R}$, $i = 1, 2$ universale, ale unui germene f, sînt echivalente. Demonstrația se obține imediat folosind observația anterioară.

Observații: 1. Dacă germenele f este echivalent cu germenele g, iar F este o deformare universală (versală) pentru f, atunci se poate construi o deformare universală (versală) pentru g.

$$\begin{cases} f: (\mathbb{R}^n, 0) \to \mathbb{R} \\ g: (\mathbb{R}^n, 0) \to \mathbb{R} \end{cases} \text{ echivalente, atunci } (\exists, h: (\mathbb{R}^n, 0) \to (\mathbb{R}^n, 0)$$

difeomorfism cu $f\ h = g$. Se construiește $G: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ dat de

$$G(x, \alpha) = F(h(x), \alpha).$$

2. În continuare, vom fi interesați să descriem toate deformările versale, de fapt aplicațiile caracteristice ale deformărilor versale, pentru $k \leqslant 6$, căci dacă $k > 6$ nu este posibil a da o listă finită, completă a aplicațiilor caracteristice a tuturor deformărilor versale. Aplicațiile interesante provin din deformările versale cu $k \leqslant 5$.

3. Un germene $f \in m_n$, i.e $f(0) = 0$, va fi numit *o-germene*. Pentru un o-germene f se definește o *o-deformare* a sa ca fiind $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ cu $F(x, 0) = f(x)$; $F(0, \alpha) = 0$; $(\forall)_k\ \alpha \in \mathbb{R}^k$.

Toată teoria prezentată, referitoare la deformări, se poate reface pentru 0-germeni $\in m_n$ și o-deformări.

Dacă se consideră o deformare F versală (universală) a unui germene $f \in \mathscr{E}_n$, atunci germenele

$F(x)\alpha) = F(x, \alpha) - F(0, \alpha)$ este o o-deformare versală (universală) pentru p-germenele $\tilde{f}(x) = f(x) - f(0)$

În plus, aplicațiile caracteristice χ_F; $\chi_{\tilde{F}}$ sînt echivalente (de fapt coincid).

Deci, dacă sîntem interesați de aplicațiile caracteristice ale deformărilor versale, este suficient să considerăm aplicațiile caracteristice ale deformărilor versale.

Dacă, în schimb, considerăm un o-germene $f \in m_n$ și o o-deformare versală a sa F, $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$, atunci F este deformare, dar nu neapărat versală pentru f considerat din $\mathscr{E}_n$, dar germenele dat de :

Nr.	Codimensiunea	Germenele f	$\dim \mathcal{E}_n \Big/ \left\{ \frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots \frac{\partial f}{\partial x_n} \right\}$ generatori	Deformarea universală F	O — deformarea universală
1	1	$\frac{1}{3}x_1^3 + P_{n-1}(x_2, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}2\\ 1;\ x_1\end{matrix}$	$F(x, \alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{3}x_1^3 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1 + \alpha_2$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1) = F(x_1\alpha_1\alpha_2) - \alpha_2$
2	2	$\frac{1}{4}x_1^4 + P_{n-1}(x_2, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}3\\ 1;\ x_1;\ x_1^2\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_3) = \frac{1}{4}x_1^4 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1 \dots, \alpha_2) = F(x_1\alpha_1 \dots, \alpha_3) - \alpha_3$
3	3	$\frac{1}{5}x_1^5 + P_{n-1}(x_2, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}4\\ 1;\ x_1;\ x_1^2;\ x_1^3\end{matrix}$	$F(x, \alpha_1, \dots, \alpha_4) = \frac{1}{5}x_1^5 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1^3 + \alpha_2 x_1^2 + \alpha_3 x_1 + \alpha_4$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_3) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_4) - \alpha_4$
4	3	$x_1^3 - 3x_1x_2^2 + P_{n-1}(x_3, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}4\\ 1 : x_1;\ x_2;\ x_1x_2\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_4) = x_1^3 - 3x_1x_2^2 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1 x_2 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_3) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_4) - \alpha_4$
5	3	$x_1^3 + x_2^3 + P_{n-1}(x_3, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}4\\ 1;\ x_1;\ x_2;\ x_1x_2\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_5) = x_1^3 + x_2^3 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1 x_2 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_5$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_3) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_4) - \alpha_4$
6	4	$x_1^6 + P_{n-1}(x_2, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}5\\ 1;\ x_1;\ x_1^2;\ x_1^3;\ x_1^4\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_5) = x_1^6 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1^4 + \alpha_2 x_1^3 + \alpha_3 x_1^2 + \alpha_4 x_1 + \alpha_5$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_4) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_5) - \alpha_5$
7	4	$x_1^2x_2 + P_{n-1}(x_3, \dots, x_n) + \frac{x_2^4}{4}$	$\begin{matrix}5\\ 1;\ x_1;\ x_2;\ 2;\ x_2^2\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_5) = x_1^2x_2 + \frac{x_2^4}{4} + P_{n-1} + \alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1 + \alpha_4 x_2 + \alpha_5$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_4) = F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_5) - \alpha_5$
8	5	$x_1^7 + P_{n-1}(x_2, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}6\\ 1;\ x_1;\ x_1^2;\ x_1^3;\ x_1^4;\ x_1^5\end{matrix}$	$F(x, \alpha_1, \dots, \alpha_5) = x_1^7 + P_{n-1} + \alpha_1 x_1^5 + \alpha_2 x_1^4 + \alpha_3 x_1^3 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_6 x_1 + \alpha_6$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_5) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_6) - \alpha_6$
9	5	$x_1^2x_2 + \frac{x_2^5}{5} + P_{n-1}(x_3, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}6\\ 1;\ x_1;\ x_2;\ x_1^2;\ x_2^2;\ x_2^3\end{matrix}$	$F(x, \alpha_1, \dots, \alpha_6) = x_1^2x_2 + \frac{x_2^5}{5} + P_{n-1} + \alpha_1 x_2^3 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1^2 + \alpha_4 x_2 + \alpha\, x_1 + \alpha_6$	$\tilde{F}(x,\alpha_1, \dots, \alpha_5) = F(x_1\alpha_1, \dots. \alpha_6) - \alpha_6$
10	5	$x_1^2x_2 - \frac{x_2^5}{5} + P_{n-1}(x_3, \dots. x_n)$	$\begin{matrix}6\\ 1;\ x_1;\ x_2;\ x_1^2;\ x_2^2;\ x_2^3\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots, \alpha_3) = x_1^2x_2 - \frac{x_2^5}{5} + P_{n-1} + \alpha_2\alpha_2^3 + \alpha_3 x_2^2 + \alpha_3 x_1^2 + x_4 x_2 + \alpha_5 x_1 + \alpha_6$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_5) = F(x_1\alpha_1, \dots, \alpha_6) - \alpha_6$
11	5	$\frac{x_1^3}{3} + \frac{x_2^4}{4} + P_{n-1}(x_3, \dots, x_n)$	$\begin{matrix}6\\ 1;\ x_1;\ x_2;\ x_1x_2;\ x_1x_2^2;\ x_2^2\end{matrix}$	$F(x,\alpha_1, \dots\ \alpha_6) = \frac{x_1^3}{3} + \frac{x_2^4}{4} + P_{n-1} + \alpha_1 x_1 x_2^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_1 x_2 + \alpha_4 x_2 + \alpha_5 x_1 + \alpha_6$	$\tilde{F}(x_1\alpha_1, \dots\ \alpha_5) = F(x_1x_1, \dots, \alpha_6) - \alpha_6$

$\overline{F} : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k,\ (0, 0) \to \mathbb{R}$ cu $\overline{F}(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_n, \alpha_{k+1}) =$
$= F(x_1, \ldots, x_n, \alpha_1, \ldots, \alpha_k) + \alpha_{k+1}$.

este o deformare versală pentru germenele f și $\chi_{\overline{F}} = \chi_F \times \mathrm{id}_{\mathbb{R}}$

4. Dacă $f \in M_n$ și $h : (\mathbb{R}, 0) \to (\mathbb{R}, 0)$ este un germene de difeomorfism, $F : (\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^k,\ (0,0)) \to \mathbb{R}$ este o o-deformare pentru f. atunci $h_0 F$ este o o-deformare pentru germenele $h f$, iar χ_F este echivalent cu $\chi_{h \cdot F}$.

Incheiem prima parte a acestei lucrări cu enunțul următoarei teoreme.

Teoremă : Lista tuturor aplicațiilor caracteristice de deformări universale (o-deformări universale) pentru $k \leqslant 6$ ($k \leqslant 5$) este epuizată, pînă la o echivalență, de următorul tablou :

Prezentarea noțiunii de „proces matematic Thom", a teoremei lui Thom, precum și analiza proceselor produse de situațiile 1—5 din tabloul de mai sus, constituie obiectul părții a doua a acestei lucrări.

BIBLIOGRAFIE

1 *W. T. Koiter*, On the Stability of Elastic Equilibrium, Dissertesion, Delft, Holland, 1945.
2 *M. J. Sewell*, J. Mech. Phys, Solids, 13, 247 (1965).
3 *R. Thom*, Structural Stability and Morphogenesis, Benjamin, New-York, French, 1972.
3 *R. Thom*, Modéles Mathématiques de la morphogénèse, Union Générale d'Editions.
4 *J. M. T. Thomson, G. W. Hunt*, A General Theory of Elastic Stability, Wiley, London, 1973.
5 *J. M. T. Thomson, G. W. Hunt*, J. Apll. Math. Physics 26 (1975).
6 *C. Zeeman*, Catastrophe Zheory, Selected Papers, 1972—1977, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
7 *Zeeman*, Precc. of III Escola Latina Americana de Matematica I.M.P.A. Rio de Janeiro, 1976.
8 *C. Zeeman*, Springer Lecture Notes in Math. 525 (1976).

Mathematical Model of the Elementary Catastrophe Theory

The concept of elementary catastrophes, and recognition of their importance, is due to R. Thom.

Elementary catastrophes is a part of the mathematical method named „Catastrophe Theory". The interest of this structure is due to its use for modelling some aspects in biological, physical and others sciences.

The aim of this paper is to present, in a self contained and complete way, the concept of „Thom's mathematical process" and „Thom's thorem".

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.: 621.434

INSTALAȚIE PENTRU ALMENTAREA SIMULTANĂ CU DOI COMBUSTIBILI A UNUI MOTOR CU APRINDERE PRIN COMPRIMARE

MARCEL GINU POPA, NICOLAE NEGURESCU*

Lucrarea de față propune o instalație care să permită corelarea dozării motorinei și metanolului în cazul unui motor cu aprindere prin comprimare cu injecție directă, în funcție de regimul de funcționare al motorului. Procedeul de alimentare ales: metanolul se introduce prin carburație, iar motorina prin injecție în cilindru.

Metanolul constituie, în condițiile crizei prelungite a petrolului, o alternativă energetică pentru motorul cu ardere internă, în special prin posibilitatea obținerii lui din diferite resurse naturale (cărbune, gaze naturale, resturi vegetale și menajere etc.). Instalația propusă în lucrarea de față de a utiliza simultan doi combustibili — motorină și metanol — este menită să realizeze proporția optimă a celor doi combustibili la diferite regimuri de funcționare a motorului cu aprindere prin comprimare. Principial sînt posibile mai multe variante de alimentare a motorului diesel cu doi combustibili. Din acestea autorii au optat pentru varianta următoare: metanolul este introdus în admisie printr-un carburator, aprinderea fiind asigurată prin injecție de motorină în camera de ardere (fig. 1) (1).

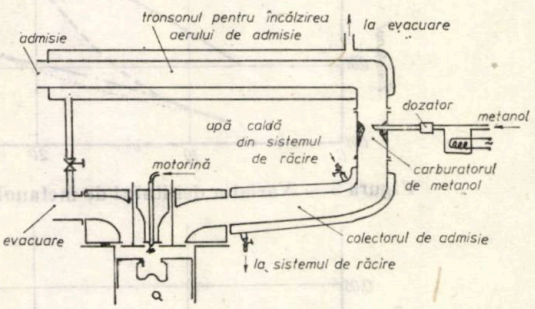


Figura 1 — Schema variantei de alimentare

Acest procedeu se recomandă prin simplitatea sa constructivă și prin posibilitatea adaptării lui la motoarele deja fabricate. Cantitatea de metanol ce se introduce în cilindri este limitată însă de apariția mersului dur ceea ce face ca realizarea unei proporții motorină/metanol adecvate cu regimul de funcționare al motorului printr-o comandă unică (pedala

Manuscris predat redacției la data de 23 mai 1979.
* Șef de lucrări; Șef de lucrări, Catedra de motoare cu ardere internă.

sau maneta de accelerație a autovehiculului echipat cu motorul în cauză) să presupună considerarea variației debitului de metanol cu sarcina și turația.

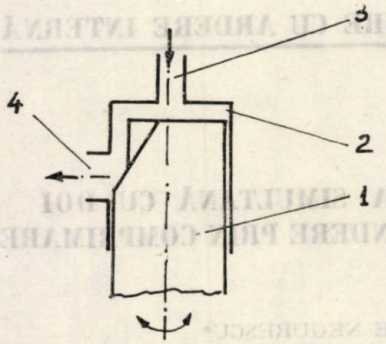


Figura 2 — Dozatorul de metanol: 1) supapă; 2) cilindru; 3) orificiu intrare metanol; 4) orificiu ieșire metanol.

Experimentările s-au desfășurat pe un motor cu aprindere prin comprimare cu trei cilindri de tipul D-115. Pentru reglarea cantității de metanol s-a conceput un dozator prezentat schematic în figura 2, format din supapa 1, care se poate roti în cilindrul 2, obturînd mai mult sau mai puțin orificiul 4; se calibrează în acest mod metanolul ce vine sub o cădere de presiune constantă prin orificiul 3.

Cu ajutorul acestui dozator s-au ridicat caracteristici de sarcină la turații diferite, introducînd în admisie cantitatea maximă de metanol acceptată de motor limitată însă de apariția mersului dur. Variația debitului pe ciclu a metanolului respectiv a motorinei este reprezentată în figurile 3 și 4.

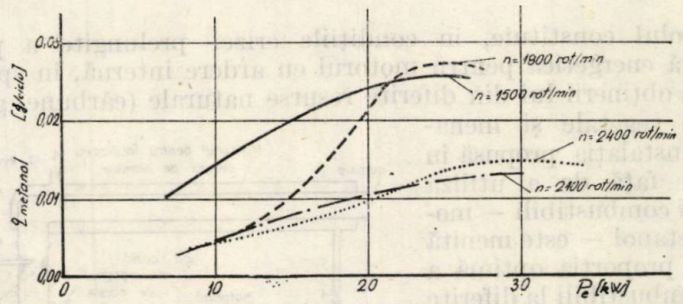


Figura 3 — Variația debitului de metanol cu sarcina la diferite turații.

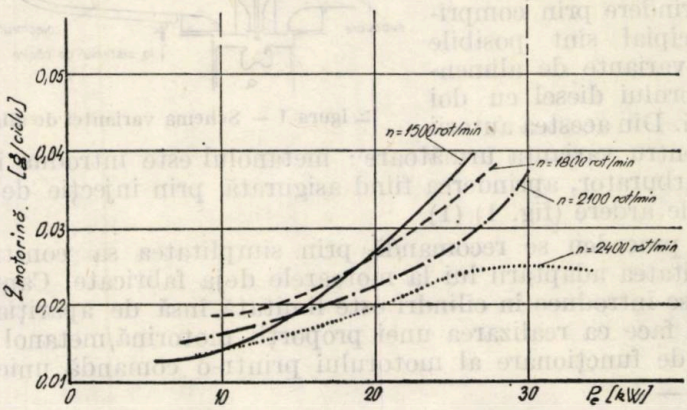


Figura 4 — Variația debitului de motorină cu sarcina la diferite turații.

Se constată reducerea cantităţii de metanol admisă pe ciclu, cu creşterea turaţiei la o sarcină constantă, reducere datorată influenţei metanolului asupra întîrzierii la aprindere (1).

Experimental s-a observat că pînă la o sarcină de 15 — 20% nu se poate introduce metanol în admisia motorului, aprinderea şi arderea nemaiavînd loc.

Definind prin Q, fracţia dintre cantităţile de metanol şi motorină ce ard într-un ciclu motor, $Q = \frac{q_{\text{metanol}}}{q_{\text{motorină}}}$ şi utilizînd rezultatele experimentale precizate de figurile 3 şi 4 se poate trasa graficul acesteia cu sarcina şi turaţia, necesar pentru corelarea acţionării dozatorului de metanol cu pîrghia de accelerare a pompei de injecţie (figura 5).

Se observă că la sarcini mici şi mijlocii, fracţia Q are o alură crescătoare, după care la sarcinile mari acuză o scădere (şi aceasta numai datorită apariţiei mersului dur). În ceea ce priveşte variaţia lui Q cu turaţia, se constată o tendinţă generală de reducere a acesteia la creşterea turaţiei.

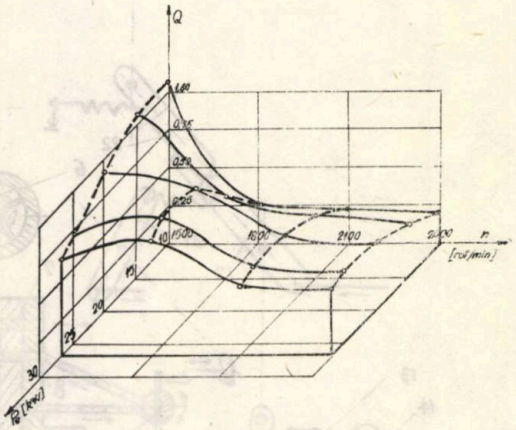


Figura 5 — Diagrama spaţială a variaţiei fracţiei Q cu sarcina şi turaţia.

Această variaţie complexă a fracţiei Q este satisfăcută prin sistemul de pîrghii 12,22 ale instalaţiei prezentate în figura 6.

Într-o poziţie oarecare a pîrghiei de accelerare 12, supapa 9 dozează o anumită cantitate de motorină refulată de pompa de transfer 6, motorină ce va fi injectată de pompa de injecţie în cilindrii motorului. Odată cu pîrghia 12 este antrenată în mişcare şi pîrghia 22 ce acţionează supapa dozatoare de metanol 23 amplasată în cilindrul 24, totul fiind montat în corpul 25 ce se fixează de pompa de injecţie prin intermediul lagărelor 26 şi 27. În felul acesta o cantitate de metanol ce vine de la camera de nivel constant 30 a carburatorului prin racordul 28, este trimisă prin 29 în secţiunea minimă a difuzorului 31. La mărirea cantităţii de motorină injectată în cilindru prin rotirea pîrghiei 12 se acţionează şi asupra pîrghiei 22 care va antrena supapa dozatoare 23 în sensul măririi debitului de metanol.

Datorită faptului că pînă la o sarcină pe motorină de aproximativ 15% nu se poate trimite metanol în admisia motorului se calează supapa 23 faţă de cilindrul 24 de aşa manieră încît rampa 36 a supapei să deschidă orificiul 37 al cilindrului abia cînd pîrghia 12 s-a rotit cu unghiul corespunzător acestei sarcini.

Aşa cum rezultă din figurile 3 şi 5 într-o poziţie fixă a pîrghiei 12 de acţionare a pompei de injecţie, la creşterea turaţiei motorului cantitatea de metanol trebuie micşorată. Pentru acest lucru se prevede un dispozitiv

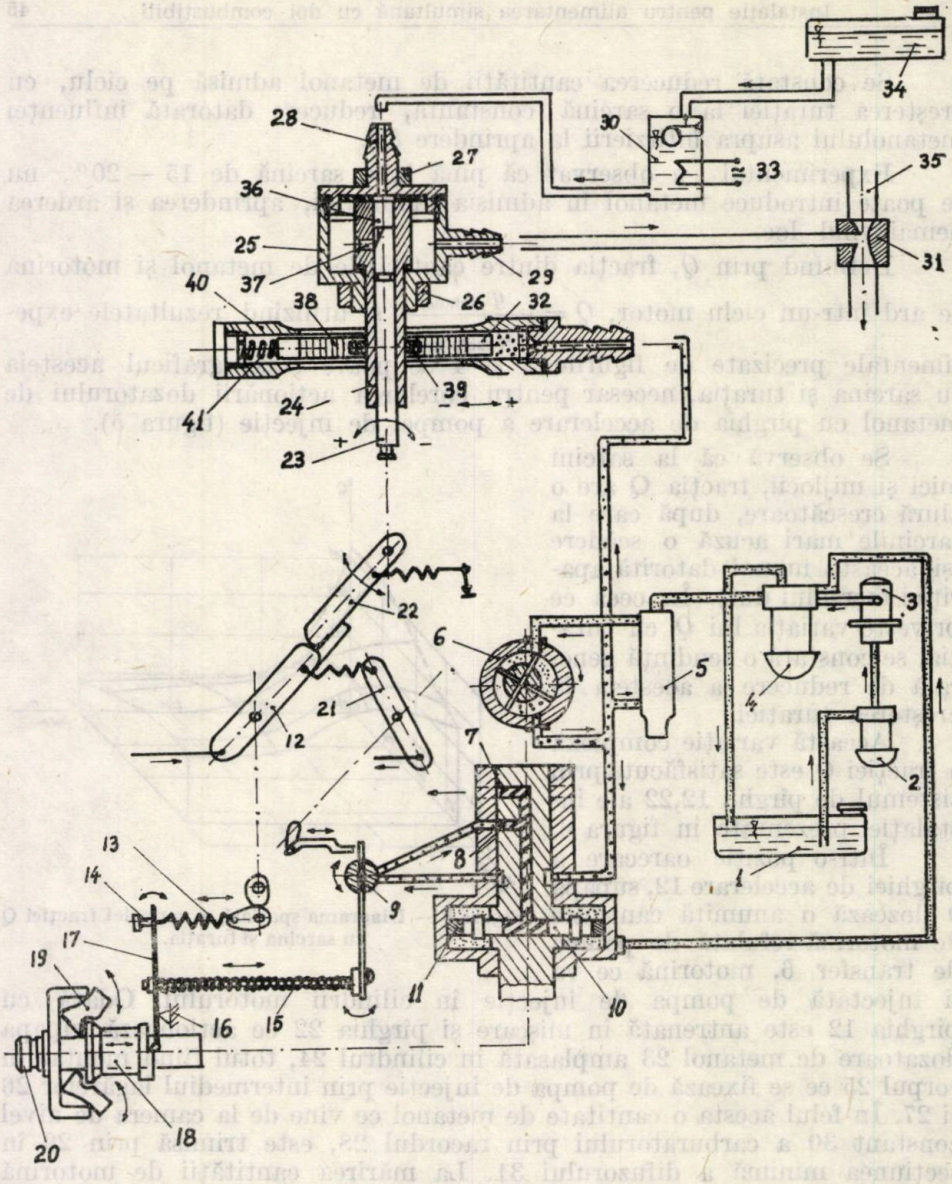


Figura 6 — Instalația de alimentare simultană cu motorină și metanol a motorului D-115 :

1) rezervor de motorină ; 2) filtru brut ; 3) pompă de alimentare ; 4) filtru fin ; 5) supapă de reglare ; 6) pompa de transfer ; 7) canal de refulare ; 8) canal admisie ; 9) supapă dozatoare ; 10) pistonaș ; 11) lobul cu came ; 12) pîrghie de accelerare ; 13) resortul regulatorului de turație ; 14) resortul de ralanti ; 15) tija de reglare ; 16) pivot ; 17) brațul regulatorului ; 18) manșonul regulatorului ; 19) contragreutăți regulator ; 20) arborele de antrenare ; 21) pîrghia de stop a pompei de injecție ; 22) pîrghia de comandă a dozatorului de metanol ; 23) supapa de dozare a metanolului ; 24) cilindrul dozatorului de metanol ; 25) corpul dozatorului de metanol ; 26, 27) lagăre de sprijin ; 28, 29) racorduri ; 30) camera de nivel constant a carburatorului de metanol ; 31) difuzorul carburatorului de metanol ; 32) piston de acționare a cremalierei ; 33) încălzitor ; 34) rezervor de metanol ; 35) conducta de aspirație a motorului ; 35) rampa supapei dozatorului de metanol ; 37) orificiul cilindrului dozatorului de metanol ; 38) cremalieră ; 39) coroană dințată ; 40) cilindru ; 41) resort.

care să modifice poziția cilindrului 24 față de supapa 23 în așa fel ca la creșterea turației motorului rampa 36 să obtureze mai mult orificiul 37. Dispozitivul se compune din cremaliera 38 ce angrenează cu coroana dințată 39 montată pe cilindrul 24. Cremaliera 38 se mișcă în cilindrul 40 prevăzut cu o degajare în dreptul corpului 25, sub acțiunea a două forțe; pe o parte tensiunea resortului 41, iar pe altă parte forța datorată presiunii motorinei venită de la pompa de transfer 6, presiune ce acționează pe fața pistonului 32 rezemat pe un capăt al cremalierei. Presiunea de la pompa de transfer fiind funcție de turație, la creșterea turației presiunea motorinei crește și va deplasa cremaliera 38 împotriva resortului 41 rotind cilindrul 24 prin intermediul coroanei dințate 39; în felul acesta orificiul 37 își modifică poziția față de rampa 36 obturînd canalizația de metanol. Se realizează în acest fel o dozare corectă a metanolului și cînd turația motorului se modifică.

În cazul funcționării motorului pe caracteristica de regulator (poziția pîrghiei 12 rămîne fixă), la micșorarea turației, contragreutățile 19 ale regulatorului pompei de injecție se apropie de axul 20, acționînd prin intermediul manșonului 18 și sistemul de pîrghii 17, 15 supapa dozatoare 9 a pompei de injecție mărind cantitatea de motorină. În același timp scade și presiunea motorinei refulate de pompa de transfer 6; se reduce în consecință forța de presiune exercitată de motorină pe fața pistonului 32. Sub acțiunea resortului 41 cremaliera 38 se va deplasa spre dreapta rotind cilindrul 24 în sensul măririi debitului de metanol.

În acest fel motorul este capabil să învingă momentul rezistent mărit care a provocat scăderea turației, prin alimentarea simultană cu cei doi combustibili într-un raport optim.

Instalația prezentată permite deci dozarea motorinei și metanolului în concordanță cu cerințele motorului și care au fost stabilite experimental pentru varianta de alimentare aleasă.

BIBLIOGRAFIE

1. *Marcel-Ginu Popa*, Posibilitatea înlocuirii parțiale a motorinei cu metanol la un motor cu aprindere prin comprimare și injecție directă, rapid — în volumul „A cincea sesiune de comunicări științifice a cadrelor didactice de la Institutul de marină „Mircea cel Bătrîn", Constanța, 19 — 21 mai 1978".
2. *Laurențiu Doinaru*, Aparatura de injecție pentru motoare diesel-Ed. tehnică, București, 1973.
3. *Erhard Mühlberg*, MAN — M — Vielstoffmotor mit partieller Abgasrückführung für Alkoholbetrieb, ATZ, 65, 1963, nr. 1, 3.

Instalation pour l'alimentation simultanée d'un moteur diesel avec deux combustibles.

L'article présenté propose une instalation qui permet la corélation du dosage de gas-oil et du méthanol dans le cas d'un moteur diesel à injection directe, en fonction du régime moteur. Le procédé d'alimentation choisi; le méthanol s'introduit par carburation et la gas-oil injection dans le cylindre.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

CAZANE

C.Z.: 621.18 : 662.6/.7

DYNAMIC ASPECTS OF FORMATION AND COMBUSTION OF THE VOLATILE MATTER

CONSTANTIN NEAGA*

The paper analyses a series of phenomena concerning the heating of a coal particle, the formation, emission, ignition and combustion of the volatile matter processes.

All these variables are treated analitically and graphically as a function of time that means a dynamical treatment of the analysed aspects.

Though calculating formulae generally valid for the time of ignition and visible combustion of the volatile matter were not obtained the work tries to analyse more objectively the phenomena previous to the ignition of the coke base of a coal particle.

Introduction

Volatile matter is formed and emitted by heating a coal particle. The phenomenon is due to the fact that by heating, the molecular chaines of the carbonaceous structure break up, thus being formed thermal decomposition products we call volatile matter [6].

Based on this explanation we conclude that the formation and emission of volatile matter are processes concerning the coal particle during the preparing as well as the combustion periods of the particle, and the chemical composition of the volatile matter is variable during the processes.

The energy required for overcoming the linking forces between the molecules of the chain is part of the heat accumulated within the particle. The volatile matter emission intensity is a function of many variables: the incarbonisation degree of the coal (its age) the physical structure of the coal, the humidity and sterile content, the heating rate of the particle etc.

The emitted volatile matter gets mixed with the surrounding medium of the particle by molecular or molal diffusion.

When the ignition conditions are achieved the volatile matter burns either on the particle surface or at some distance from it; the flame front of the volatile matter — ρ_f radius — separates from the particle when the volatile matter flux reaches a corresponding value and comes back to the particle surface when the flux decreases.

Manuscript received 20 Ianuary 1979
* Assistent Professor dr. eng. Chair of Boilers and Steam and Gas Turbines

The period of time necessary for the separation and coming back of the flame front to the particle surface represents the visible combustion time of the volatile matter.

This paper renders evident in time (dynamically) the two aspects: the formation and combustion of the volatile matter.

1. The Mathematical Model of Formation and Emission of the Volatile Matter

80 — 85% of total amount of volatile matter of the particle is emitted until the ignition of the coke basis, as shown in [2]; the rest of volatile matter will be emitted and burned together with the coke basis.

That is why we shall further analyze the emission and combustion phenomena of the volatile matter by making the assumption that the carbonaceous residue of the particle is not ignited.

A spherical coal particle is introduced into a spacing with a temperature constant in time; the relative velocity medium-particle is zero; the particle diameter is smaller than 200μ (so we can consider a uniform heating within the whole mass of the particle; the temperature gradient within the particle is equal zero to [11]).

By these conditions the particle is heated by conductivity and radiation, according to the equation:

$$3600 \frac{\pi \delta_0^3}{6} \gamma_c c_c \frac{dT}{d\tau} = \pi \delta_0^2 \alpha (T_g - T) + \\ + \pi \delta_0^2 \varepsilon \varphi \sigma_0 (T_g^4 - T^4), \text{ kcal/}s, \quad (1)$$

where δ_0 — the initial diameter of the particle, m; γ_c — the specific weight of the coal, kgf/m^3; it is considered to be constant in time, though it decreases due to the emission of volatile matter; c_c — the mean specific heat of the coal, kcal/kgf.deg; T — the particle temperature, K; T_g — — the constant temperature of the spacing (i.e. of the gases), K; α — — the thermal convection coefficient from gases to the particle, kcal/m^2.h. deg; ε — the emissivity of the coal particle; φ — the absorption coefficient of the medium between the considered radiant bodies; σ_0 — the absolute constant of radiation of the black body, $\sigma_0 = 4.96\ 10^{-8}$ kcal/m^2. .h.K^4.

We can admit the termal Nusselt number to be equal to $2.Nu_t = \frac{\alpha \delta_0}{\lambda}$, where λ — the thermal conductivity of the gaseous phase surrounding the particle, kcal/m.h. deg.

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{T_g}{T_0} \right)^s; \quad (2)$$

λ_0 — the thermal conductivity of the gases at $T_0 = 273$ K.
The exponent s can have different values in function of the thermal level.

The Nusselt number expression is rigourously exact till the instant of emission of the volatile matter, after which its value decreases due to the volatile matter flow from the particle to the surroundings.

For lack of a practical formula to express this dependence, we considered $Nu_t = 2$ within the whole zone of time variation.

Making some operations the formula (1) becomes

$$\frac{dT}{d\tau} = m(T_g - T) + n(T_g^4 - T^4), \qquad (1')$$

where we denoted by

$$m = \frac{12\lambda_0}{3600\,\gamma_c c_c \delta_0^2}\left(\frac{T_g}{T_0}\right)^s \text{ and } n = \frac{6\varepsilon\varphi\sigma_0}{3600\gamma_c c_c \delta_0}.$$

— The Heating of the Particle by Radiation Only

From (1') we can write

$$\frac{dT}{d\tau} = n(T_g^4 - T^4), \qquad (2)$$

which by integration gives the expression of the particle temperature variation in time (the implicit form)

$$\tau = \frac{\gamma_c c_c \delta_0}{24\varepsilon\varphi\sigma_0 T_g^3}\left[ln\frac{T_g + T}{T_g - T}\cdot\frac{T_g - T_{c0}}{T_g + T_{c0}} + \right.$$

$$\left. + 2\left(\text{arc tg}\frac{T}{T_g} - \text{arc tg}\frac{T_{c0}}{T_g}\right)\right], s, \qquad (3)$$

where T_{c0} — the initial temperature of the coal particle, K.

The graph of the Eq.3 is represented by the curve 1 in Fig. 1.

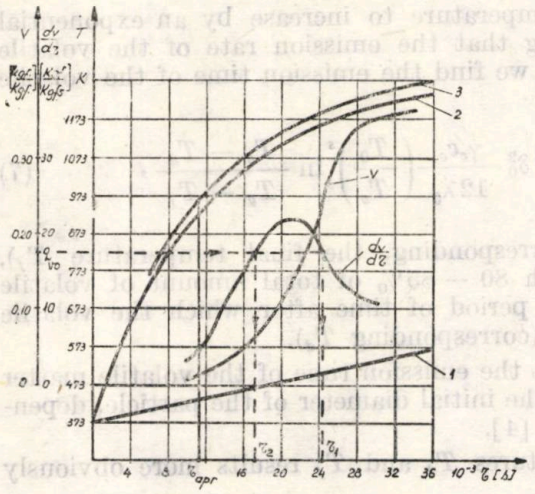


Fig. 1 — The heating of the particle (curves 1, 2, 3), the emission of volatile matter V and the rate of emission $dV/d\tau$ as a function of time.

1 — due to the radiation only
2 — due to the conductivity only
3 — due to the radiation and conductivity ($V_0^i = 40\%$; $\delta_0 = 100\mu$).

— *The Heating of the Particle by Conductivity Only*

By integrating the equation

$$\frac{dT}{d\tau} = m(T_g - T) \tag{4}$$

we get the expression

$$T = T_g - (T_g - T_{c0}) \exp(-m\tau), \tag{5}$$

whose graph is represented by the curve 2 in Fig. 1.

It is evident that the particle temperature does not result by summing up the ordinates of the curves 1 and 2. It can be found as follows:

— we can write instead of the formula (4)

$$\frac{dT}{d\tau} = \overline{m}(T_g - T), \tag{4'}$$

hat compared to (1') gives the expression of $\overline{m}$,

$$\overline{m} = m + n\frac{T_g^4 - T^4}{T_g - T}. \tag{6}$$

The value of the temperature is to be found by succesive approximations: for a certin τ we take a temperature value ranged between the ordinates of the curves 2 and (1 + 2) with which we calculate $\overline{m}$. Then from a formula similar to (5) (where m becomes $\overline{m}$), we calculate T. We compare the found value to the chosen one thus resulting the curve 3 (Fig. 1).

Supposing the particle temperature to increase by an exponential law (formula 5) and considering that the emission rate of the volatile matter is controlled by heating, we find the emission time of the volatile matter

$$\tau_{dv} = \tau_f - \tau_d = 3600\,\delta_0^2 \frac{\gamma_c c_c}{12\lambda_0}\left(\frac{T_0}{T_g}\right)^s \ln\frac{T_g - T_d}{T_g - T_f}, \tag{7}$$

where τ_f — the final time (corresponding, the final temperature T_f), the period of time during which 80 — 85% of total amount of volatile matter is emitted, s; τ_d — the period of time after which the volatile matter decomposition begins, s (corresponding T_d).

The formula (7) shows that the emission time of the volatile matter is proportional to the square of the initial diameter of the particle, dependence found by experiment too [4].

The fixing of the temperatures T_d and T_f results more obviously further.

From the graphical representation (Fig. 1) it results that the heat exchange by conductivity plays the prevailing role during the particle heating, this conclusion being contrary to the experiments from [14].

The authors [14] explain the particle heating by radiation due to the fact that in time the particle gets surrounded with a mantle made up by water vapours and volatile matter, products having the particle temperature and which prevent the particle from direct contacting with the surrounding hot gases.

A rigourous analysis shows that the particle heating process is much more complex and it can be represented qualitatively like that, Fig. 2.

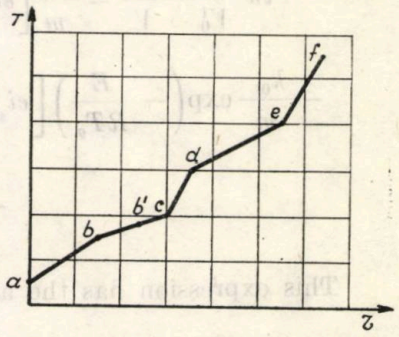


Fig. 2 — The particle temperature variation in time.

a — the particle initial temperature; *ab* — the particle is heated by conductivity; the radiation contribution is small; *b*, *b'* — appear water vapours and volatile matter respectively; *bb'c* — the heating rate decreases because the mantle of vapours and volatile matter do not permit the contact with the combustion gases and because part of heat received by particle is used for its thermal decomposition; the Nu_t number decreases; *c* — the volatile matter gets ignited; *cd* — due to the reduced flux, the volatile matter burns on the very surface of the particle, thus the temperature of the gases that come into contact being much higher than T_g which is a mean temperature within the furnace; *d* — the volatile matter flux increases and the flame front separates from the particle; *de* — cold volatile matter is to be found between the particle and the flame front, thus heating being worseuned; *e* — the flame front comes back to the particle surface for the volatile matter flux decreased; *ef* — the volatile matter combustion takes place on the particle surface again; *f* — the volatile matter combustion is over.

The coke ignition takes place about the point *f*.

— *The Volatile Matter Emission*

The variation of the volatile matter content which is to be found at a given instant within the particle is proportional to the amount value, that is

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(V_0^t - V) = -k_v(V_0^t - V), \tag{8}$$

where V_0^t — the volatile matter content of the initial mass, kgf volatile matter/kgf coal; V — the volatile matter wich left the particle till an instant τ, kgf/kgf; k_v — the volatile matter emission rate constant, 1/s;

$$k_v = k_{v0} \exp(-E/RT), \tag{9}$$

where k_{0v} – a preexponential coefficient, 1/s; E – the activation energy, kcal/kmol; R – the gas constant, kcal/kmol.K.

If we substitute in (8) the expressions of k_v and $d\tau$ obtained from (5)- it results

$$\frac{dV}{V_0^i - V} = \frac{k_{0v}}{m} \frac{\exp(-E/RT)}{T_g - T} dT, \tag{10}$$

which by integration leads to the expression of the emitted volatile matter

$$ln \frac{V_0^i}{V_0^i - V} = \frac{k_{0v}}{m}\left[ei\left(-\frac{E}{RT}\right) - ei\left(-\frac{E}{RT_{c0}}\right)\right] -$$

$$-\frac{k_{0v}}{m}\exp\left(-\frac{E}{RT_g}\right)\left[ei\left(-\frac{E}{RT} + \frac{E}{RT_g}\right) - ei\left(-\frac{E}{RT_{c0}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{E}{RT_g}\right)\right]. \tag{11}$$

This expression has the advantage that the integral exponential

$$ei(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{\exp u}{u} du,$$

for $0 < x < \infty$ is tabulated [10].

We can also write the relation (11) in the form:

$$V = V_0^i \left\{1 - \exp\left(-\frac{k_{0v}}{m} F[T(\tau)]\right)\right\}, \tag{12}$$

where the expression of the function $F[T(\tau)]$ can be inferred easily. The graph (12) is to be found in Fig. 1 ($k_{0v} = 1.5\ 10^5$; $E/R = 8900\ K$, [11]).

2. The Volatile Matter Ignition

The emitted volatile matter gets mixed with the gaseous phase surrounding the particle so that in a certain point its concentration increases in time and the oxidant concentration decreases.

The expression of the volatile matter concentration is obtained by solving the equation of diffusion in unsteady regime (we take into account the molecular diffusion only) which can be written in spherical coordinates

$$\frac{\partial C_v}{\partial \tau} = D_v\left(\frac{\partial^2 C_v}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial C_v}{\partial \rho}\right) \tag{13}$$

and is valid for $\rho \in (\rho_0, \infty)$.

In the formula (13), C_v — the volatile matter concentration (the volatile matter combustible fraction concentration to be more exactly), kgf/m^3; ρ_0 — the particle initial radius, m; D_v — the diffusion coefficient of the volatile matter, m^2/s.

Using the substitution $z = \rho/2\sqrt{D_v\tau}$, the equation (13) becomes

$$\frac{d^2C_v}{dz^2} + \left(\frac{2}{z} + 2z\right)\frac{dC_v}{dz} = 0, \tag{13'}$$

its first solution being

$$\frac{dC_v}{dz} = A\frac{\exp(-z^2)}{z^2}, \tag{14}$$

or, coming back to the first variables we get

$$\frac{dC_v}{d\rho} = 2A\sqrt{D_v\tau}\,\frac{\exp(-\rho^2/4\,D_v\tau)}{\rho^2}. \tag{15}$$

The integration constant A is obtained from the equality of the volatile matter flow written on the particle surface

$$-4\pi\rho_0^2 D_v \frac{dC_v}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_0} = a\frac{4\pi\rho_0^3}{3}\gamma_c\frac{dV}{d\tau}, \tag{16}$$

where a is the combustible fraction of the volatile matter. From it we obtain

$$A = -a\frac{\rho_0^3\gamma_c}{6D_v\sqrt{D_v\tau}}\,q_v\exp(\rho_0^2/4D_v\tau), \tag{17}$$

where, we denoted the volatile matter specific flow by $q_v = dV/d\tau$. for short.

Using (12) we find (fig. 1).

$$q_v = \frac{k_{0v}}{m}V_0^i\exp\left(-\frac{k_{0v}}{m}F[T(\tau)]\right)\frac{dF}{dT}\frac{dT}{d\tau}. \tag{18}$$

If we go on integrating Eq. (15)

$$\int_{C_v}^{0} dC_v = \int_{\rho}^{\infty} 2A\sqrt{D_v\tau}\,\frac{\exp(-\rho^2/4D_v\tau)}{\rho^2}\,d\rho,$$

we obtain the volatile matter concentration expression during the period previously to its ignition

$$C_v = -2A\sqrt{D_v\tau}\left\{\frac{\exp(-\rho^2/4D_v\tau)}{\rho} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D_v\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{D_v\tau}}\right) - 1\right]\right\}, \tag{19}$$

where the error function

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp\,(-u^2)\mathrm{d}u$$

is tabulated [10]

If in (19) use make $\rho = \rho_0$ we find the expression of the volatile matter concentration on the particle surface as a function of time $C_v^0\,(\tau)$.

The oxygen concentration is obtained by solving an equation similar to (13)

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial C}{\partial \rho}\right), \tag{20}$$

where C — the oxygen concentration in a certain point in space, kgf/m^3; D — the oxygen diffusion coefficient, m^2/s.

Using an analogous way like above we obtain.

$$C = 2B\sqrt{D\tau}\left\{-\frac{\exp\,(-\rho^2/4D\tau)}{\rho} + \frac{\exp(-\rho_0^2/4D\tau)}{\rho_0} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{D\tau}}\right) - \Phi\left(\frac{\rho_0}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}. \tag{21}$$

If $\rho = \infty$, $C = C_0$ where $C_0 = 0.3\,\dfrac{273}{T_g}$ kgf/m^3 is the oxygen concentration under real conditions.

If we put this condition in (21) we find the expression of the integration constant B,

$$B = \frac{C_0}{2\sqrt{D\tau}\left\{\dfrac{\exp\,(-\rho_0^2/4D\tau)}{\rho_0} - \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi}{D\tau}}\left[1 - \Phi\left(\dfrac{\rho_0}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}}. \tag{22}$$

The necessary but not suficient ignition condition is that the ratio of the volatile matter concentration to the oxygen concentration be equal to the stoechiometric coefficient β, kgf combustible volatile matter/kgf

oxygen; (it is calculated by knowing the chemical composition of the volatile matter),

$$\frac{C_v}{C} = \beta. \tag{23}$$

In order to complete the ignition condition it must that the temperature within the zone where the stoechiometric mixing was made up to be equal to the ignition temperature.

The law of temperature variation around the particle is obtained by solving equation

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} = \bar{a}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \rho} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial \bar{T}}{\partial \rho}\right), \tag{24}$$

where the thermal diffusivity of the gaseous phase, $\bar{a} = \dfrac{\lambda}{c_{pg}\gamma_g}$.

By solving (24) we obtain

$$\bar{T} = T_g - 2\bar{A}\sqrt{\bar{a}\tau}\left\{\frac{\exp(-\rho^2/4\bar{a}\tau)}{\rho} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\bar{a}\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{\bar{a}\tau}}\right) - 1\right]\right\}. \tag{25}$$

If $\rho = \rho_0$, $\bar{T} = T$ (the particle temperature — formula (5)); hence we obtain the integration constant expression

$$\bar{A} = \frac{T_g - T}{2\sqrt{\bar{a}\tau}\left\{\dfrac{\exp(-\rho_0^2/4\bar{a}\tau)}{\rho_0} + \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi}{\bar{a}\tau}}\left[\Phi\left(\dfrac{\rho_0}{2\sqrt{\bar{a}\tau}}\right) - 1\right]\right\}}. \tag{26}$$

The second ignition condition is expressed by the equality

$$\bar{T} = T_{apr}, \tag{27}$$

where the ignition temperature of a combustible mixing, T_{apr} is to be calculated by formulae which are to be found in speciality works.

The Eq. (23) and (27) make up a compatible system and by solving it we obtain $(\rho/\rho_0)_{apr}$ and τ_{apr}; it is much easier to solve it graphically, Fig. 3 (the volatile matter composition has been taken from [1]).

For the given example we found out from Fig. 3 that $\rho_{apr} = 1.18\ \rho_0$ and $\tau_{apr} = 11.2 \times 10^{-3}$ s.

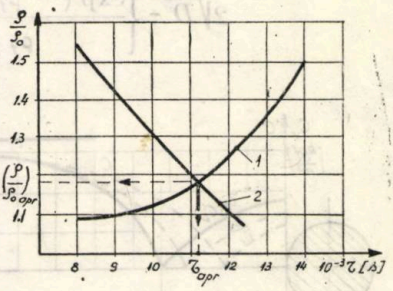


Fig. 3 — The volatile matter ignition
1 — the stoechiometric mixing (formula 23)
2 — the ignition temperature (formula 27)

3. The Volatile Matter Combustion

After ignition the flame front is made up (we denote its radius by ρ_f), its position being either on the particle surface or at some distance from it.

In order to find the volatile matter concentratoin expression, we use (Eq. (13) too, with $\rho \in (\rho_0, \rho_f)$; we do not know ρ_f yet.

Within the flame front the concentrations of volatile matter and oxygen are equal to zero.

After we integrate it we obtain

$$C_v = 2A\sqrt{D_v\tau}\left\{-\frac{\exp(-\rho^2/4D_v\tau)}{\rho}+\frac{\exp(-\rho_f^2/4D_v\tau)}{\rho_f}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D_v\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{D_v\tau}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_f}{2\sqrt{D_v\tau}}\right)\right]\right\}, \tag{28}$$

where the constant A has same expression as in formula (17).

We can find the oxygen concentration from (20), $\rho \in (\rho_f, \infty)$.

$$C = 2\bar{B}\sqrt{D\tau}\left\{-\frac{\exp(-\rho^2/4D\tau)}{\rho}+\frac{\exp(-\rho_f^2/4D\tau)}{\rho_f}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[\Phi\left(\frac{\rho}{2\sqrt{D\tau}}\right)-\Phi\left(\frac{\rho_f}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}. \tag{29}$$

For $\rho = \infty$, $C = C_0$ we obtain the expression of $\bar{B}$ from (29)

$$\bar{B} = \frac{C_0}{2\sqrt{D\tau}\left\{\frac{\exp(-\rho_f^2/4D\tau)}{\rho_f}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}}\left[1-\Phi\left(\frac{\rho_f}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]\right\}}. \tag{30}$$

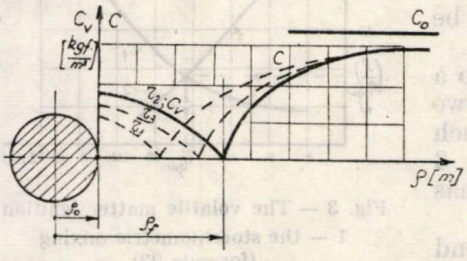


Fig. 4 — The variation of the volatile matter and oxygen concentrations; $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$.

The Flame Front Equation During the Volatile Matter Combustion

We must have the equality of fluxes on the reaction surface (the sphere with a radius ρ_f)

$$-D_v\frac{dC_v}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_f} = \beta D\frac{dC}{d\rho}\bigg|_{\rho=\rho_f}. \tag{31}$$

By making the required operations, the equality (31) becomes

$$a\rho_0^3\gamma_c q_v \exp\left(\rho_0^2/4D_v\tau\right)\exp\left(-\rho_f^2/4D_v\tau\right) =$$

$$= 3\,\beta\,DC_0\,\frac{\exp\left(-\rho_f^2/4D\tau\right)}{\dfrac{\exp\left(-\rho_f^2/4D\tau\right)}{\rho_f} - \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi}{D\tau}}\left[1-\Phi\left(\dfrac{\rho_f}{2\sqrt{D\tau}}\right)\right]}. \tag{32}$$

Supposing that $D_v \simeq D$; $\exp\left(\rho_0^2/4D_v\tau\right) \simeq 1$; $\exp\left(-\rho_f^2/4D\tau\right) \simeq$ $\simeq 1 - \rho_f^2/4D\tau$ and $\Phi\left(\dfrac{\rho_f}{2\sqrt{D\tau}}\right) \simeq \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\,\dfrac{\rho_f}{2\sqrt{D\tau}}$,
the formula (32) results in a second order equation of ρ_f,

$$\frac{\rho_f^2}{4D\tau} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{D\tau}} + \frac{3\beta DC_0}{a\,\rho_0^3\gamma_c q_v}\right)\rho_f + 1 = 0. \tag{33}$$

If we use the expression (18) for q_v, then the Eq. (33) solution leads to a dependence $\rho_f = \rho_f(\tau)$. The formula (18) is difficult for calculations; it is easier to use the graph of q_v, Fig. 1.

Denoting by $M = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\pi}{D\tau}} + \dfrac{3\beta\,DC_0}{a\,\rho_0^3\gamma_c q_v} \simeq \dfrac{3\,\beta DC_0}{a\,\rho_0^3\gamma_c q_v}$,
we obtain from (33) (we take the negative root)

$$\rho_f = 2\,D\tau\,M\left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{D\,\tau M^2}}\right] \simeq 2D\,\tau M\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2\,D\tau M^2}\right)\right],$$

or

$$\rho_f \simeq \frac{a\,\rho_0^3\gamma_c\,q_v}{3\,\beta\,DC_0}. \tag{34}$$

The maximum value of the flame front ρ_{fmax} is obtained for the maximum value of the specific flow rate q_{vmax}; for $\rho_f = \rho_0$ we obtain a value q_{v0} corresponding to a flame front on the very surface of the particle

$$q_{v0} \leqslant \frac{3\beta\,DC_0}{a\,\rho_0^2\gamma_c}. \tag{35}$$

If we fix q_{v0} in the graph in Fig. 1 we get the visible combustion time of the volatile matter

$$\tau_{av} = \tau_1 - \tau_2 = (24.4 - 17.2)\;10^{-3} = 7.2.10^{-3}\ \text{s}.$$

By introducing the expression of ρ_f (formula 34) in (28) and (29) we find the concentrations $C_v = C_v(\rho, \tau)$ and $C = C(\rho, \tau)$.

Conclusions

This work deals with the modelling of unsteady regimes of formation, emission and combustion of the volatile matter.

The found formulae give the possibility of a graphical representation of the specific flow rate and concentrations of volatile matter and oxygen and reflect a more profound analysis of the process previous to the pulverized coal particle combustion.

BIBLIOGRAFIE

1. *S. A. Evseeva, B. V. Kantorovici,* C voprosu o rascete vremeni gorenia letucih, videleaiuş cihsea iz naturalnih tverdih topliv, v cn. Novîe metodî sjigania topliva i voprosî teorii gorenia, Izd. Nauka, Moskva, 1972.
2. *B. M. Derman, S. A . Evseeva, B. V. Kantorovici,* O necotorih zaconomernosteah gorenia adinocinih ciastiţ burovo uglea, v cn. Novîe metodî sjigania topliva i voprosî teorii gorenia, Izd. Nauka Moskva, 1972.
3. *B. B. Vitin, A. P. Fineaghin,* Issledovanie termicescovo razlojenia tverdih goriucih veşcestv, otliceaiuşcihsea visochim vîhodom letucih, v cn. Novîe metodî sjigania topliva i voprosî te rii gorenia, Izd. Nauka, Moskva, 1972.
4. *Iu. M. Ivanov, O. N. Ermolaev,* O necotorih osobennosteah gorenia slanţa-cuchersita, v cn. Voprosî teorii gorenia, Izd. Nauka, Moskva, 1970.
5. *V. V. Pomeranţev i dr ,* Osnovî practiceskoi teorii gorenia, Izd. Energhia, Leningrad, 1973, (st. 175 — 199).
. *I. A. Iavorskii*: Fizico-himiceskie osnovî gorenia tverdih iscopaemih topliv i grafitov, Izd Nauka, Novosibirsk, 1973, (st. 39 — 65).
7. *A. N. Kocerejko*: Issledovanie chinetichi gorenia tverdih naturalnih topliv, v cn. Teplofizica i teplotehnica, Izd. Naukova dumva, Kiev, 1964.
8. *Iu. A. Finaev*: C voprosu o chinetiche vîhoda letucih v proţesse gorenia naturalnovo tverdovo topliva, Gorenie tverdovo topliva, materiali III Vsesoiuznoi conf., 6 — 10 oct. 1969.
9. *Iu. Kartau*: Issledovanie vîhoda letuch iz ciastiţ goriucih slanţev pri scorostnom nagreve, Gorenie tverdovo topliva, materiali IV Vsesoiuznoi conf., 19 — 21 marta 1974.
10. *E. Ianke F. Ende*: Tabliţi funcţii s formulami i crivîmi, perevod s nemeţcovo, Moskva-Leningrad 1949.
11. *M. A. Field and aut.*: Combustion of pulverised coal, Leatherhead 1967 (155—185; 314 — 321).
12. *A. S. Kallend, M. A. Nettleton*: Burning of the Volatile Matter from Single Coal Particles, Erdol und Kohle. Erdgas. Petrochemie, Mai — 1966.
13. *I. Gh. Carabogdan*: Studiul vitezei de ardere a particulei de combustibil solid, în cazul în care viteza relativă mediu-particulă este nulă. Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1967.
14. *I. P. Ivanova, V. I. Babii*: Izucenie mehanizma vigorania ugolnoi ciastiţi, Teploenerghetika, 4 — 1966 (st. 54 — 59).
15. *G. H. Singer*: Contribuţii la studiul procesului de ardere a cărbunelui pulverizat, Teză de doctorat, Institutul politehnic Bucureşti, 1975.

Aspecte dinamice ale dezvoltării şi arderii substanţelor volatile

În lucrare se analizează o serie de fenomene legate de procesele de încălzire a particulei de cărbune, de formarea, degajarea, aprinderea şi arderea substanţelor volatile. Toate aceste variabile se prezintă analitic şi grafic ca funcţii de timp. Deşi nu s-au obţinut formule de calcul cu caracter generalizator pentru timpii de aprindere şi ardere a substanţelor volatile, lucrarea este o încercare de analiză mai obiectivă a fenomenelor prealabile aprinderii bazei de cocs a unei particule de cărbune.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

AERONAVE

C.Z.: 629.19 : 662.7.003

O COMPLETARE ÎN PROBLEMA GODDARD

DAN RUGESCU *

Se analizează influența modului optim de consum al combustibilului asupra performanțelor rachetelor de sondaj. Spre deosebire de abordările teoretice anterioare, așa cum acestea apar în literatura citată, este evaluat și dezavantajul modulării debitului de combustibil. Sînt dezvoltate și reprezentate grafic formule care pun în evidență limitele practice de modulare a consumului de combustibil impuse de interferența dintre sistemul de propulsie și dinamica zborului.

O problemă fundamentală de optimizare a zborului rachetelor de sondaj o constituie aflarea modului de consum al combustibilului necesar atingerii unui plafon H dat, la o masă finală M_f dată, cu o masă de combustibil M_c minimă [1].

Formulată astfel, problema Goddard a fost abordată pînă în prezent [2] [3] [4] numai prin prizma mecanicii zborului rachetei, ceea ce constituie desigur un punct de plecare teoretic, avînd utilitatea sa.

Influența modificărilor necesare în sistemul de propulsie asupra dinamicii zborului, în acest caz nefavorabilă, face necesară o completare a studiului, pentru a se stabili limitele de eficiență ale soluțiilor variaționale.

Soluția clasică

Abordîndu-se problema Goddard prin mijloacele calculului variațional, în [4] se deduce că modularea ideală a debitului este următoarea.

La decolare este necesar un debit infinit și o accelerare instantanee prin care masa rachetei să scadă de la M_0 la M_1 dată de

$$M_1 = e^{-\frac{\dot{s}_1}{w_e}} \left[\int_{0_+}^{t_a} \frac{R}{w_e} e^{\frac{\dot{s}+gt}{w_e}} dt + M_f e^{\frac{\dot{s}_a+gt_a}{w_e}} \right]. \quad (1)$$

În expresie s este drumul parcurs, indicele „l" denotă valori la sfîrșitul accelerării impulsive, iar „a" sfîrșitul arderii în motor. S-au mai

Manuscris predat redacției la data de 28 septembrie 1978
* Șef lucrări Catedra Aeronave și instalații de bord

notat cu w_e viteza constantă de ieșire a gazelor și prin R rezistența la înaintare a rachetei:

$$R = \frac{1}{2} \rho S c_x \dot{s}^2$$

Altitudinea de zbor și viteza la capătul porțiunii active se deduc integrînd ecuația de mișcare pe porțiunea pasivă:

$$\dot{s}_a = \varphi(s_a) \tag{2}$$

și din ecuația dedusă variațional:

$$\dot{S}_a \left(\frac{\partial R}{\partial \dot{s}} + \frac{R}{w_e} \right)_{t_a} = g M_f + R(s_a, \dot{s}_a) \tag{3}$$

Timpul de funcționare a motorului și viteza $\dot{s}_1$ rezultă prin integrarea în intervalul $0<t<t_a$ a ecuației:

$$\frac{\partial R}{\partial s} - \left(\ddot{s} \frac{\partial^2 R}{\partial \dot{s}^2} + \dot{s} \frac{\partial^2 R}{\partial s \partial \dot{s}} + \frac{\dot{s}}{w_e} \frac{\partial R}{\partial s} + \frac{2\ddot{s} + g}{w_e} \frac{\partial R}{\partial \dot{s}} + \frac{\ddot{s} + g}{w_e^2} R \right) = 0 \tag{4}$$

În cazul particular $c_x = \text{const.}$ și $\rho = \rho_0 e^{-\alpha s}$ rezolvarea problemei se simplifică.

Deoarece soluția ideală, comportînd un debit infinit, este nerealizabilă, în [4] se propune și o soluție mai realistă care implică limitarea debitului inițial la valoarea cerută de consumarea masei de combustibil $M_{c1} = M_0 - M_1$ într-un interval scurt dar finit de timp, respectiv $t_1 = 1{,}2$ secunde.

Rezolvînd pe calculator un exemplu numeric cu datele $S/M_f = 1{,}3 \cdot 10^{-5} m^{-1}$, $w_e = 1680$ m/s, $\alpha = 6720\ \text{m}^{-1}$, $c_x = 0{,}4$ și plafonul $H = 149\,000$ m, rezultă că parametrii rachetei trebuie să fie următorii:

$$\dot{s}_1 = 671 \text{ m/s}; \quad M_1/M_f = 2{,}1 \quad M_0/M_f = 3{,}14 \quad \dot{s}_a = 1614 \text{ m/s}$$

$$t_a = 18{,}7 \text{ s} \quad s_a = 19\,100 \text{ m}.$$

În soluția reală debitul la decolare trebue să fie de 138 kg/s timp de 1,2 secunde, ca apoi să scadă la numai 7,5 kg/s, deci cu 94%.

Dacă racheta dată ca etalon ar zbura la debit constant și înzestrare optimă cu tracțiune $n_0 = 5{,}5$ plafonul s-ar reduce cu 3,5%.

Rezumînd, tabloul celor trei situații apare astfel: a) Program ideal $H = 149$ km; b) Program real $H = 147$ km; c) Debit constant $H = 143{,}6$ km

Interferența sistemului de propulsie

Rezultatul devine cu totul altul dacă se ține seama de modificările constructive necesare, care se referă în special la introducerea unui sistem suplimentar de reglaj al debitului, și de reducerea impulsului specific la scăderea debitului.

Pentru a putea estima analitic reducerea eficienței sistemului de propulsie prin modificările cerute de modularea debitului admitem în primă aproximație drept criteriu viteza caracteristică a rachetei :

$$W^* = I_{sp}^V \ln M_0/M_f \tag{5}$$

cu restricția necesară datorită masei de combustibil constante :

$$M_c = M_0 - M_f = \text{const.}$$

Modularea debitului implică cel puțin două aspecte ambele nefavorabile :

— îngreunarea masei rachetei M_f;

— reducerea impulsului specific I_{sp}^V (în vid).

Notînd raportul de masă prin μ_f facem mai întîi observația că viteza caracteristică se diminuează relativ cu :

$$\frac{dW^*}{W^*} = \frac{dI_{sp}^V}{I_{sp}^V} + \frac{\frac{d\mu_f}{\mu_f}}{\ln \mu_f}$$

sau după unele transformări :

$$\frac{dW^*}{W^*} = \frac{dI_{sp}^V}{I_{sp}^V} - \frac{\mu_f - 1}{\mu_f} \cdot \frac{1}{\ln \mu_f} \cdot \frac{dM_f}{M_f} \tag{6}$$

Ținînd seama de faptul că presiunea din camera de ardere a motorului este legată de debit prin relația următoare, scrisă ținînd seama de disociația termică :

$$\dot{m} = \Gamma \frac{p_c A_{cr}}{\sqrt{R_c T_c}} = K_{aj} \frac{p_c}{\sqrt{T_c}}$$

și punînd condiția ca îngreunarea rachetei să corespundă anulării cîștigului de înălțime totală obținut prin modularea reală a debitului, se deduce că această îngreunare limită relativă este :

$$\left(\frac{dM_f}{M_f}\right)_{\text{Lim}} = \frac{\mu_f}{1 - \mu_f} \ln \mu_f \left[\left(\frac{dW^*}{W^*}\right)_{M_f} + \frac{\left(\frac{dI_{sp}^V}{dp_c}\right)_z}{\frac{I_{sp}^V}{p_c}\left(1 - \frac{dT_c/dp_c}{2T_c/p_c}\right)} \cdot \frac{d\dot{m}}{\dot{m}} \right] \tag{7}$$

În cazul regimului de curgere supracritic şi îngheţat al gazelor prin ajutaj, din relaţia de definiţie :

$$I_{sp}^{V} = \sqrt{\frac{2n}{n-1} R_c T_c \left(1 - \varepsilon^{\frac{n-1}{n}}\right)} + A_{e_{sp}} p_e$$

se obţine derivata la $\varepsilon = \text{const.}$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}I_{sp}^{V}}{\mathrm{d}p_c}\right)_{\varepsilon} = \frac{K_t}{2\sqrt{T_c}} \cdot \frac{\mathrm{d}T_c}{\mathrm{d}p_c} + \frac{\varepsilon}{2} A_{e_{sp}} \frac{\dfrac{\mathrm{d}T_c}{\mathrm{d}p_c} - \dfrac{T_c}{p_c}}{} \tag{8}$$

Deoarece termenul al doilea din această expresie este de ordinul a o miime în general din primul, el se poate neglija astfel încît expresia pentru derivata impulsului specific se simplifică.

S-au folosit notaţiile :

$$K_t = \sqrt{\frac{2n}{n-1} R_c \left(1 - \varepsilon^{\frac{n-1}{n}}\right)}$$

$$\varepsilon = p_e / p_c$$

$$A_{e_{sp}} = A_e / \dot{m}$$

T_c = temperatura gazelor în camera de ardere.

Folosind date ale calculului termochimic aşa cum sînt prezentate în [5] pentru estimarea mărimilor şi derivatelor necesare, se calculează expresia (8) apoi se pune relaţia (7) în forma numerică potrivită pentru exemplul anterior :

$$\left(\frac{\mathrm{d}M_f}{M_f}\right)_{\text{Lim}} = 1{,}6789 \left[\left(\frac{\mathrm{d}W^*}{W^*}\right)_{M_f} - 0{,}02 \frac{\mathrm{d}\dot{m}}{\dot{m}} \right]$$

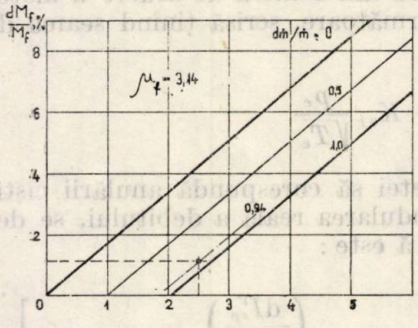


Fig. 1. Creşterea admisibilă limită a masei rachetei.

Această relaţie, calculată pentru raportul de masă $\mu_f = 3{,}14$ este reprezentată în figura 1.

Variaţia liniară a creşterii admisibile de masă este mărginită în desen de cele două cazuri limită : scădere de debit nulă şi respectiv scădere de debit totală.

Concluzii

Relaţia (7) dă o dependenţă liniară a creşterii admisibile de masă în raport cu creşterea de plafon obţinută prin modularea debitului. Panta dreptelor este cu atît mai mare cu cît raportul de masă este mai mare, ea fiind dată de :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_f}{\mu_f - 1} \ln \mu_f$$

Aceasta arată că programarea optimală a debitului poate deveni utilă cu precădere la rachetele cu mare raport de masă, în caz contrar eficienţa metodei scăzînd treptat.

În toate situaţiile gradul de modulare al debitului $\frac{d\dot{m}}{\dot{m}}$ reduce tocmai rezultatul modulării.

Pentru exemplul numeric discutat anterior, la care se cere un grad de modulare de 94% şi la care sporul de plafon de 3,5% se anulează dacă viteza caracteristică scade cu 2,0% (cum arată simulările pe calculator ale zborului), situaţia reprezentată în diagramă este concludentă. În cazul studiat nu se poate admite o îngreunare a rachetei mai mare de 0,5%, deoarece la această valoare sporul teoretic de plafon este deja anulat.

Deoarece la dimensiuni mici ale rachetei de sondaj este dificil de realizat un sistem de comandă a reglajului debitului care să aibă o masă de numai 0,5% din masa finală a rachetei, desprindem concluzia că, pentru exemplul discutat, optimizarea plafonului prin consum programat nu este realizabilă.

Rezultă că discuţia privind eficienţa procedeului de optimizare constituie o problemă care depăşeşte cadrul exclusiv al mecanicii zborului, necesitînd o abordare a interferenţei cu sistemul de propulsie. Pe baza relaţiilor de forma (7) fiecare caz concret trebuie evaluat în ansamblu, utilizînd caracteristicile de presiune ale motorului implicat.

Se reţine deasemenea că optimizarea consumului de combustibil nu apare în general utilă pentru rachetele mici, de tip meteorologic, în schimb poate deveni importantă în cazul rachetelor unietajate de mare performanţă, cum sînt navetele spaţiale.

În orice situaţie alegerea modului de consum a combustibilului reprezintă una din problemele principale de la care se pleacă la proiectarea unei noi rachete, şi cadrul oferit mai sus permite o apreciere numerică a efectelor ce se obţin prin modularea debitului în motorul rachetei.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. H. Goddard,* Smithsonian Misc. Collections, 1919, Vol. 71, No. 2.

2. *G. Hamel,* Uber eine mit dem Problem der Rakete zusammenhängende Aufgabe der Variationsrechnung, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Dezember 1927.

3. *H. S. Tsien, R. C. Evans,* Journal of the American Rocket Society, Vol. 21 No. 5 1951.
4. *G. A. Leitmann,* Aeronautical EngineeringReview, Vol. 16 No. 6, 1957.
5. *C. Guță, D. Rugescu,* Buletinul I.P.B. seria Mecanică, Tom XXXIX, Nr. 1, 1977.

A Complement to the Goddard Problem

The optimum fuel consumption impact upon the performances of sounding rockets is analysed. In contrast to the previous theoretical approach as it appears in the cited literature, the disadvantage of the fuel flow modulation is evaluated. Some formulae are developed and graphicaly represented which reveal the evidence of the practical bounds of the fuel flow modulation, arrised by the interference between the propulsion system and the dynamics of flight.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

C.Z. :629.13.014.7

STUDIUL EXPERIMENTAL ASUPRA DISTRIBUȚIEI SPAȚIALE DE VITEZE ÎNTR-UN JET DE AER TURBULENT, CARE PĂTRUNDE ÎNTR-UN MEDIU INFINIT.

VIRGIL STANCIU *

În lucrare se abordează o cale de determinare experimentală a distribuției spațiale a vitezei unui curent de aer turbionat, în spațiu nelimitat.

Sînt prezentate pe scurt: instalația experimentală, instalația de măsură a vitezei, metoda de experimentare și de calcul analitic al vitezei aerului într-un punct al spațiului, precum și concluziile care decurg dintr-o serie întreagă de testări.

Se studiază modul în care se modifică forma jetului, în funcție de parametrii geometrici ai turbionatorului (secțiune, unghi de deviație).

Introducere

Una dintre cele mai importante probleme ale instalațiilor de ardere și de forță industriale (cuptoare, camerele de ardere ale motoarelor termice cu ardere internă, turbine cu gaze, rachete etc.) este asigurarea stabilității flăcării la diferite regimuri de funcționare a instalației. Aceasta presupune cunoașterea condițiilor în care se poate stabiliza flacăra, precum și a metodelor de prevenire a instabilității acesteia.

Dintre metodele de stabilizare a flăcării, foarte frecvent utilizată în camerele de ardere ale turbomotoarelor este turbionarea curentului de aer primar, insuflat în focar prin deschiderea inelară din jurul injectorului, cu ajutorul unor dispozitive cu palete fixe sau mobile, denumite turbionatoare.

Prin turbionare se creează zone de gaze calde, de recirculație în flacără, precum și în exteriorul acesteia.

Forma zonelor de recirculație din flacără este influențată de gradul de rotație a curentului sau, mai exact, de unghiul de așezare a paletelor turbionatorului.

În același timp, gradul de rotație a aerului primar influențează și viteza de recirculație a gazelor calde, implicit stabilitatea flăcării la gura arzătorului.

Manuscris predat redacției la data de 13 februarie 1979
* Asist. ing. Catedra Aeronave și Instalații de bord

Stabilirea distribuţiei aerului debitat de arzătoarele cuptoarelor metalurgice şi industriale, necesare controlului lungimii şi a stabilităţii flăcării, este necesară în vederea obţinerii eficienţei maxime a arderii.

Rezultatele experimentale obţinute au un domeniu mai larg de aplicabilitate şi se cuvine să fie reţinute.

Realizarea instalaţiei experimentale

Analiza obiectivelor de cercetare au condus la realizarea unei instalaţii experimentale care să permită determinarea distribuţiei spaţiale a vectorului viteză într-un jet de aer turbionat precum şi influenţa gradului de turbionare şi a parametrilor geometrici ai turbionatorului asupra distribuţiei radiale şi axiale a vectorului viteză în jetul de aer ce pătrunde într-un mediu finit.

Instalaţia a fost astfel concepută, încît permite şi studierea unor probleme mult mai complexe, ca: studiul distribuţiei vectorului viteză într-un jet de aer turbulent în spaţiu limitat, studiul difuziei a două jeturi turbionate, etc.

Instalaţia experimentală realizată în acest scop dispune de o sursă de aer, cu un debit ce variază între 0,3—2,5 Kg./sec., la presiunea de cîteva sute mm., coloană de apă.

Aerul este debitat iniţial într-un rezervor tampon, 2 de egalizare a presiunii, după care este distribuit în colectorul 3 de aer.

De aici, jetul de aer este dirijat către turbionatorul 4 şi, de aici, în spaţiul infinit din imediata apropiere a lui.

Sonda este amplasată pe un dispozitiv, 6, ce permite deplasarea şi rotirea ei, deci obţinerea de informaţii pe două direcţii.

Dispozitivul sondei asigură totodată şi obţinerea datelor pe cea de a treia direcţie, fiind montat pe un cărucior mobil, 7. Informaţiile culese de cele 5 prize ale sondei sînt transmise manometrelor diferenţiale, 8, montate pe panoul 9. Tot pe acest panou sînt amplasate şi un termometru, 10, şi un barometru, 11 (vezi figura 1).

Pentru a stabili dispoziţia spaţială a vectorului viteză a aerului injectat în jetul turbionat, s-a introdus o sondă, 5, cu 5 orificii, dispuse ca în figura 2.

Pentru studierea influenţei gradului de turbionare a aerului şi a geometriei turbionatorului asupra distribuţiei vitezei, s-au confecţionat o gamă de 9 turbionatoare, de aceleaşi dimensiuni ca diametru exterior, 100 mm., şi trei diametre interioare: 30, 40 şi 50 mm.

Fiecare dintre aceste trei turbionatoare cuprinde o familie de trei variante, ce diferă prin unghiul de rotaţie a curentului, respectiv 60, 70 şi 80°.

S-au obținut astfel nouă turbionatoare (fig. 3 — a, b, c, d,) care au fost testate și care au oferit rezultatele experimentale.

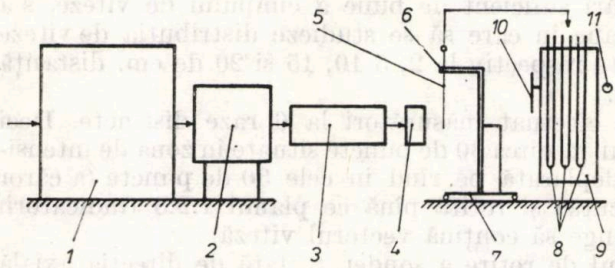


Fig. 1 : Instalația de experimentare

1. — Sursă de aer ; 2. — Rezervor tampon ; 3. — Colectorul de aer ; 4. — Turbionator ; 5. — Sondă de presiune ; 6. — Dispozitivul sondei ; 7. — Cărucior mobil ; 8. — Manometre diferențiale ; 9. — Panoul de manometre ; 10. — Termometru ; 11. — Barometru

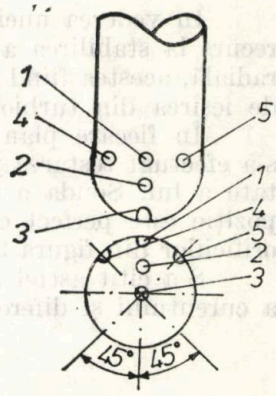


Fig. 2 : Sondă de presiune

Aceste rezultate experimentale se pot reprezenta și într-un tabel sau grafic. Fiecărui turbionator i s-a atribuit un indicator, spre exemplu T_{30}^{70}, în care cifra inferioară reprezintă diametrul interior în mm., iar cea superioară arată unghiul de derivație a curentului, măsurat în grade.

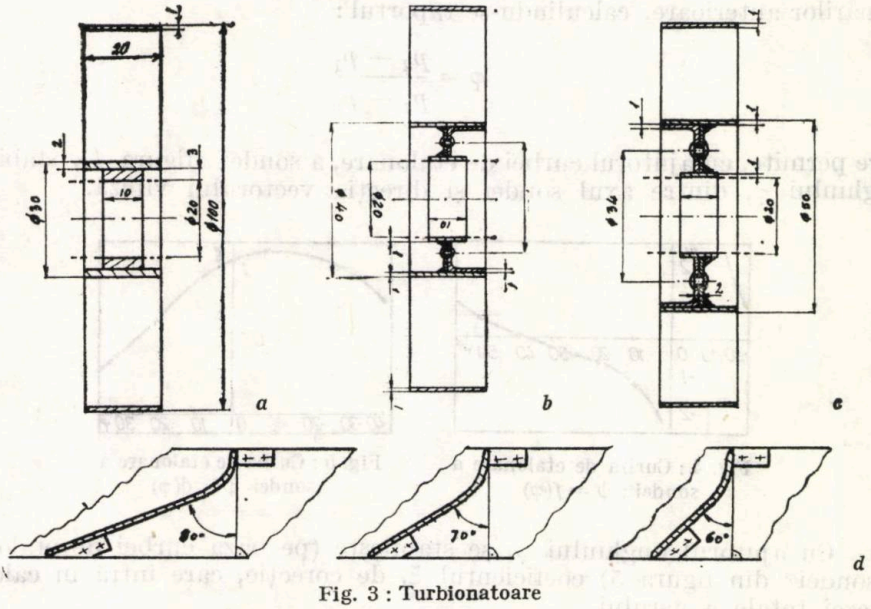


Fig. 3 : Turbionatoare

a) T_{20}^{60} ; b) T_{40}^{60} ; c) T_{50}^{60} d) rețelele de palete ale turbionatorului ;

Prin realizarea unei largi mobilități a sondei, se obține o poziționare perfectă în spațiu, a punctului de determinare a vitezei aerului și, totodată, rigiditatea întregului mecanism conferă o mare precizie măsurătorilor efectuate.

Tehnica experimentală

În vederea unei testări suficient de bune a cîmpului de viteze, s-a recurs la stabilirea a 5 plane în care să se studieze distribuția de viteze radială, acestea fiind situate respectiv la 2, 5 10, 15 și 20 de cm. distanță de ieșirea din turbionator.

În fiecare plan s-au efectuat măsurători la 6 raze distincte. Deci s-a efectuat testarea jetului în circa 30 de puncte situate în zona de intensitate a lui. Sonda a fost deplasată pe rînd în cele 30 de puncte (a căror poziție este perfect cunoscută) și rotită pînă ce planul 1.2.3 (indicatorii orificiilor din figura 2) ajunge să conțină vectorul viteză.

S-a citit astfel unghiul de rotire a sondei, β, față de direcția axială a curentului și diferențele de presiune :

$$p_1 - p_4 ; \quad p_2 - p_1 ; \; p_2 - p_3$$

Pe axa jetului, sonda a fost întoarsă cu 180°, făcîndu-se aceleași citiri.

Tehnica de calcul

Stabilirea componentelor vitezei într-un punct se face pe baza determinărilor anterioare, calculîndu-se raportul :

$$\varphi = \frac{p_2 - p_1}{p_2 - p_3} \tag{1}$$

care permite, cu ajutorul curbei de etalonare, a sondei (figura 4), stabilirea unghiului φ, dintre axul sondei și direcția vectorului viteză.

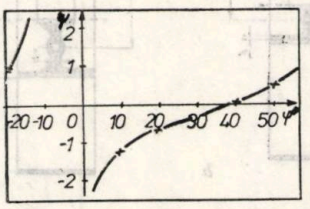


Fig. 4 : Curba de etalonare a sondei : $\psi = f(\varphi)$

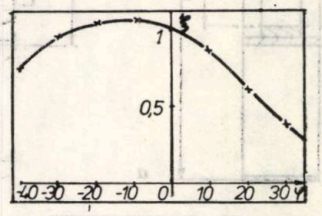


Fig. 5 : Curba de etalonare a sondei $\xi = d(\varphi)$

Cu ajutorul unghiului φ, se stabilește (pe baza curbei de etalonare a sondei* din figura 5) coeficientul ξ, de corecție, care intră în calculul vitezei totale a aerului

$$W = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_4)}{\rho_a \times \xi}} \tag{2}$$

* De reținut că etalonarea sondei s-a făcut în tunel aerodinamic, prin măsurători efectuate pentru o poziție înclinată a sondei într-un curent paralel de aer de viteză cunoscută.

sau

$$W = 4{,}33 \sqrt{\frac{p_1 - p_4}{\rho_a \times \xi}} \tag{3}$$

în care diferența de presiune se introduce în mm. coloană de apă, iar densitatea aerului în Kg./m^3.

Bineînțeles :

$$\rho_a = \frac{p_{atm.}}{2{,}153(t + 273)} \tag{4}$$

în care $p_{atm.}$ reprezintă presiunea atmosferică în mm. coloană Hg, iar t reprezintă temperatura aerului, în °C.

Cu aceste elemente, componentele vitezei pe cele trei direcții se obțin imediat, din figura 6 :

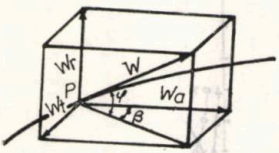


Fig. 6 : Viteza aerului

$$\left.\begin{aligned} W_a &= W \cos \varphi \,.\, \cos \beta \\ W_t &= W \cos \varphi \,.\, \sin \beta \\ W_\gamma &= W \sin \varphi \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Rezultate experimentale

Rezultatele obținute prin testare succesivă a fiecărui turbionator au fost reprezentate grafic în figurile 7 — 9 :

Concluzii asupra rezultatelor experimentale

Graficele construite anterior permit o serie întreagă de interpretări ale procesului de curgere într-un jet turbionat de aer ce pătrunde într-un spațiu nelimitat.

Astfel, utilizarea unui număr mare de turbionatoare de secțiuni diferite și unghiuri de deviere a aerului diferite, a îngăduit mai întîi o analiză a influenței gradului de turbionare a jetului asupra geometriei lui, mai ales asupra unghiului de viteză axială maximă.

Pentru diametre mici interioare și unghiuri mici de deviație, se poate aprecia că unghiul de evazare a conului jetului este de aproximativ 40% Acesta crește pe măsura măririi diametrului interior și a unghiului de prerotire, ajungînd, la T_{50}^{80}, la o valoare de aproximativ 70°. Pe măsură ce se depărtează de planul turbionatorului, conicitatea scade, ea putînd fi neglijată la distanțe mai mari de 15 cm. Acest lucru ne oferă suficiente argumente ca să admitem că forma divergent cilindrică a unei conducte ar fi suficientă pentru a conserva forma jetului de aer.

Concluzii interesante se pot trage și despre distribuția componentelor vitezei W :

În ceea ce privește componenta axială a vitezei, se constată că ea atinge un maxim (care depinde de gradul de deviere al aerului și de debitul

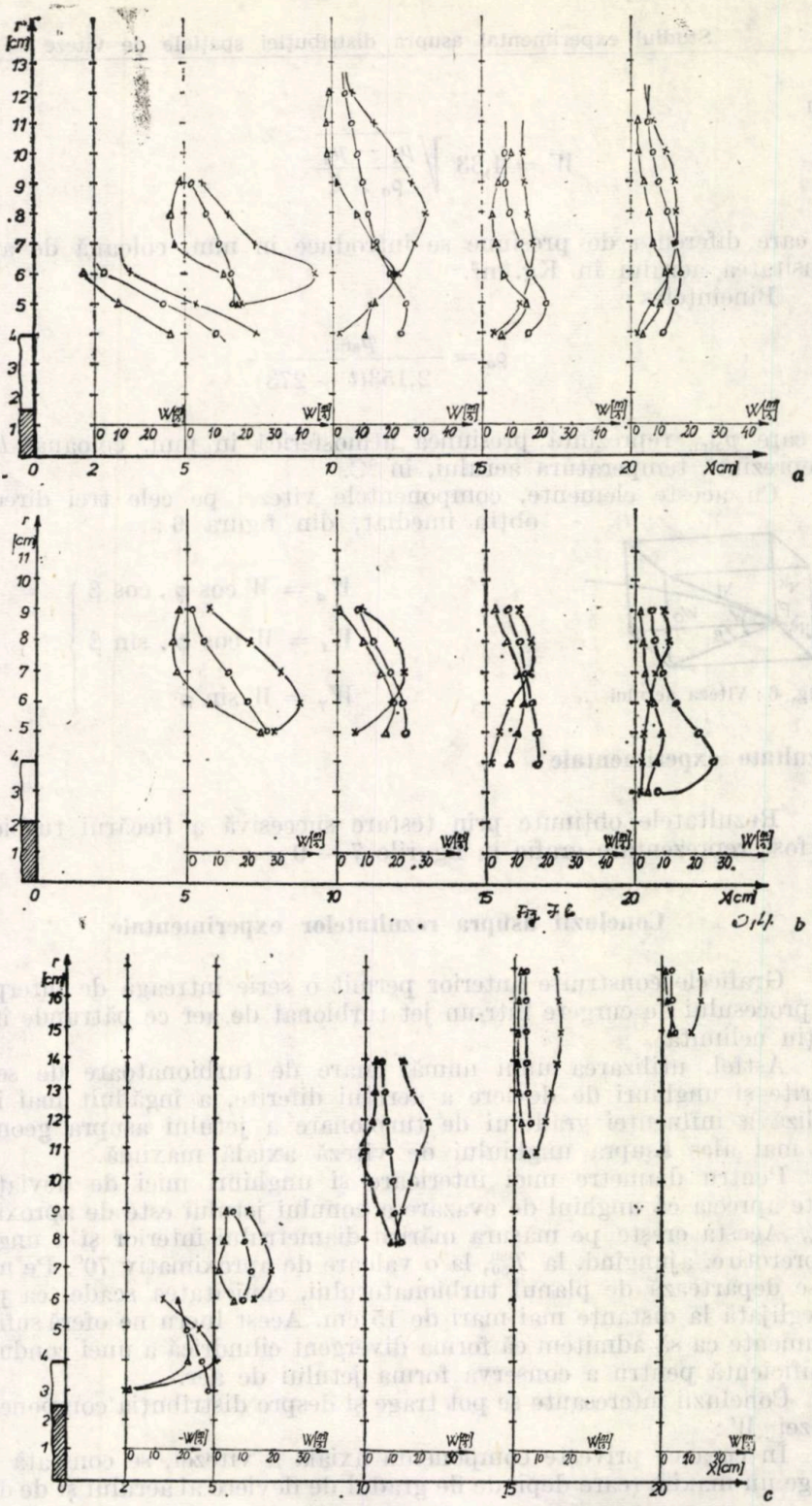


Fig. 7 : Distribuţia componentelor vitezei jetului pentru : a — T_{30}^{60} ; b — T_{40}^{60} ; c — T_{40}^{60}

x———x———W_a 0———0———W_a Δ———Δ———W_r

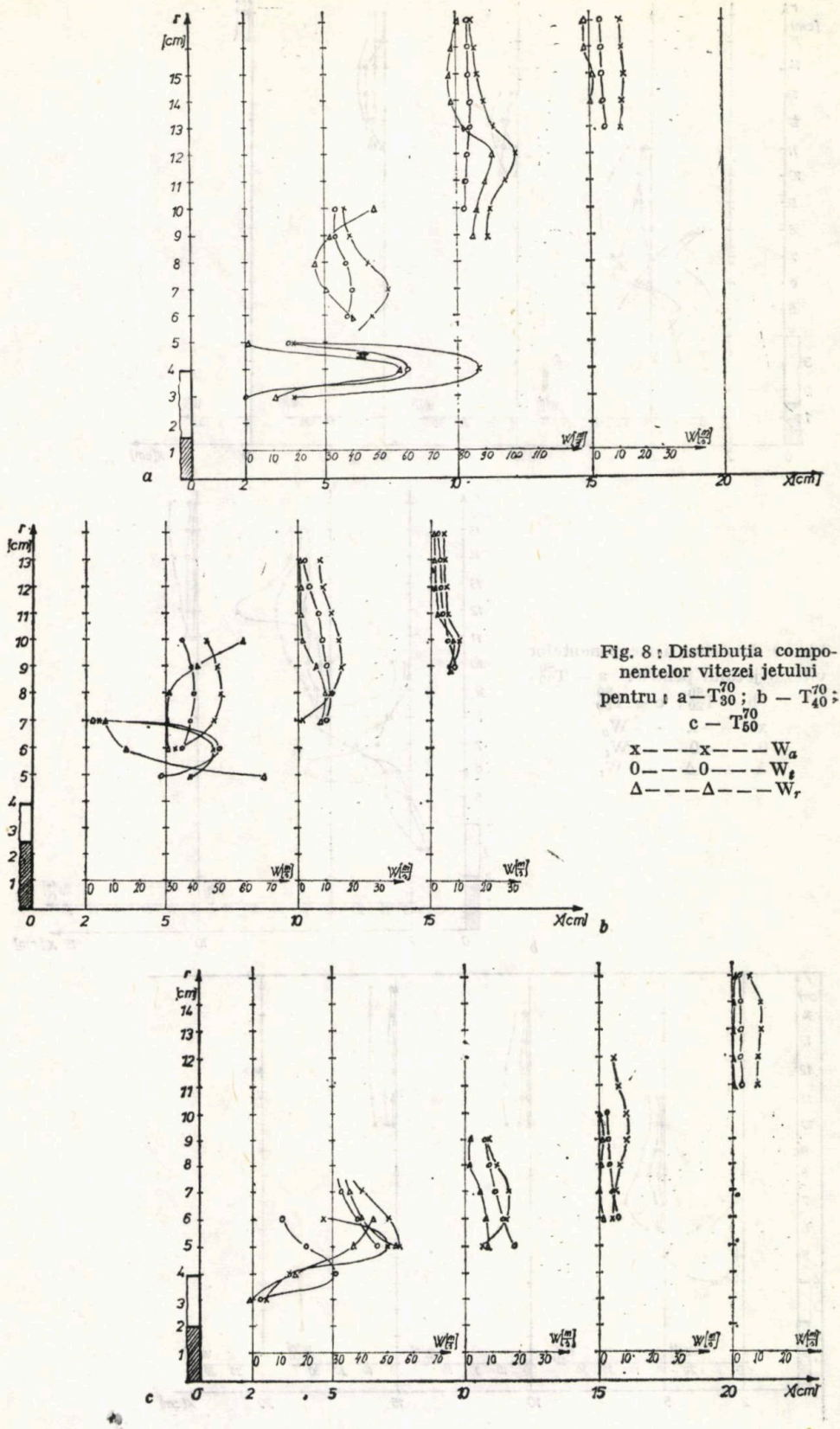
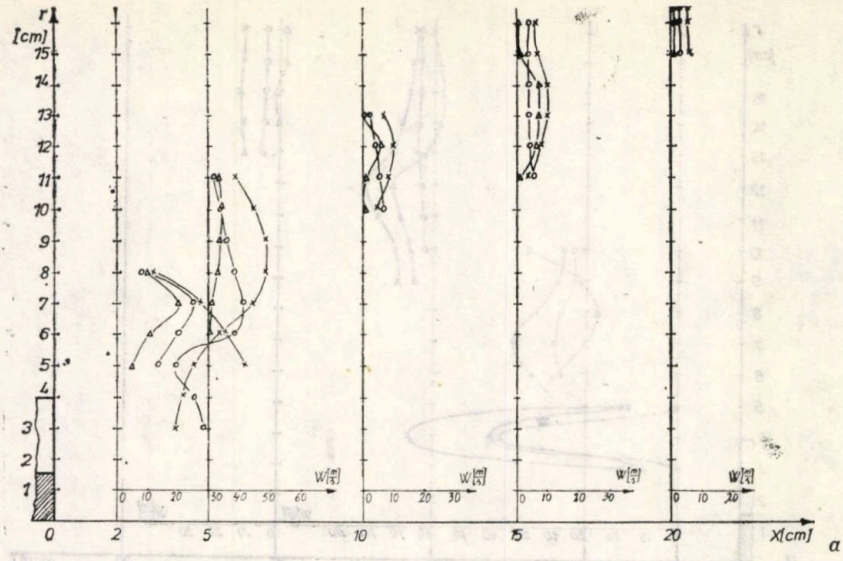


Fig. 8 : Distribuția componentelor vitezei jetului pentru : a — T_{30}^{70} ; b — T_{40}^{70} ; c — T_{50}^{70}

x — — — x — — — W_a
0 — — — 0 — — — W_t
Δ — — — Δ — — — W_r



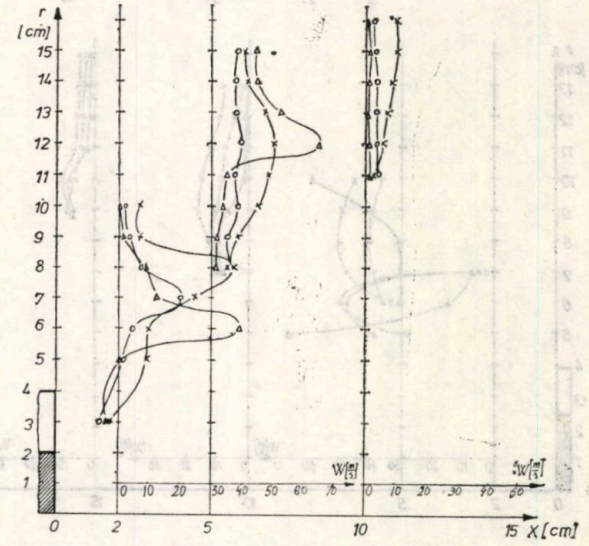
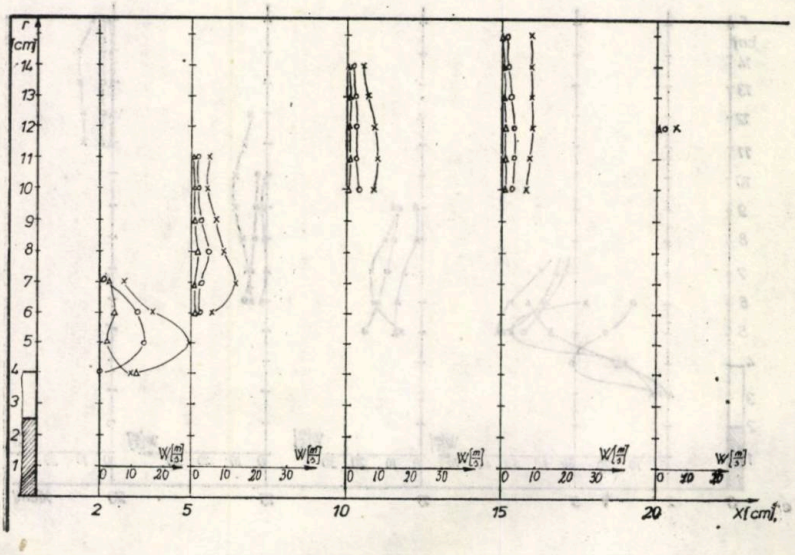


Fig. 9. Distribuţia componentelor vitezei jetului pentru: a — T_{30}^{80}; b — T_{20}^{80}; c — T_{50}^{80}

x — — — x — — — W_a

0 — — — 0 — — — W_t

Δ — — — Δ — — — W_r



de aer) iar către ax scade, se anulează și capătă chiar valori negative (așa-numitul „fenomen de întoarcere"). Acest lucru face ca pe axa jetului să apară o puternică zonă depresionară.

Viteza de circulație a aerului în această zonă depinde de dimensiunile secțiunii transversale a turbionatorului și de unghiul de deviație al curentului.

La valori mici ale gradului de deviație, și mari ale secțiunii, alura curbelor tinde către alura corespunzătoare a jetului neturbionat.

Pe măsură ce ne îndepărtăm de turbionator, curentul are tendința de a se uniformiza.

În ceea ce privește vitezele radiale, rezultă că se pot delimita două zone :

— cea periferică, zonă în care, pe măsură ce crește raza r, vitezele scad în conformitate cu legea :

$$W_r \cdot r = \text{const.}$$

— zona nucleului central, în care legea de variație a vitezei radiale este :

$$W_r = \text{const.}$$

Cu cît ne deplasăm mai departe de turbionator, cu atît această componentă este mai mică, tinzînd către zero.

Comparînd aceste rezultate cu cele obținute de alți cercetători (1) și (2), se constată o concordanță deplină, mai ales în cazul jeturilor inelare, turbionate.

Aceste rezultate permit o determinare aproximativă a frontului de flacără, a structurii zonei de recirculație a fluxului de căldură, precum și a formei camerelor de ardere, în special a celor destinate turbomotoarelor.

BIBLIOGRAFIE

1. *Abramovici, G. A.*, Teoriia turbulentnîh strui, Moskva, 1960.
2. *Stambuleanu, A.*, Flacăra industrială, Editura Tehnică, 1971.

Experimental study on the spatial speed distribution in turbulent air flow, which penetrates in an infinit medium

In the paper is described a way for an experimental determination of the spațial speed distribution of a turbulent air flow, in an unlimited space.

There are shortly presented : experimental instalation, meassurement speed instalation, experimental technique and analytical calculation of air speed instalation , experimental method and analytical calculation of air speed in a point of space, as well as the conclusions drawn after a large number of tests.

Also, it is studied the way in which the form of the jet is modified in accordance with the geometrical characteristic of the turbulence generator (section, deviation angle).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

C.Z.: 621.92

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

DETERMINAREA DURABILITĂŢII SCULEI AŞCHIETOARE LA STRUNJIREA OŢELULUI ÎNALT ALIAT 28VMoCl2 CU CUŢIT DIN OŢEL RAPID

C. DUMITRAŞ, A. VLASE, P. DUMITRESCU *

În lucrare se prezintă studiul durabilităţii sculei aşchietoare la strunjirea oţelului înalt aliat 28VMoC12 cu cuţit din oţel rapid. Au fost determinate, cu ajutorul calculatorului I.B.M. 1130, relaţiile şi diagramele de variaţie a durabilităţii în funcţie de parametrii regimului de aşchiere.

Unul din indicatorii de bază ai prelucrabilităţii materialelor este durabilitatea sculei aşchietoare. Studiul acestui indicator este deosebit de important în cazul aşchierii oţelurilor greu prelucrabile [1, 4].

În laboratorul de cercetări al catedrei de Tehnologia construcţiei de maşini s-au efectuat determinări experimentale la strunjirea cu cuţit din oţel rapid a oţelului înalt aliat 28VMoC12.

Condiţiile în care a avut loc aşchierea sînt următoarele :

— maşină-unealtă : strung SN 500 ;

— scula aşchietoare : cuţit din oţel rapid R_{p3}, cu secţiunea 20×20 mm^2 şi duritatea $HRC = 62$;

— parametrii geometrici ai sculei aşchietoare : $\alpha = 8°$; $\gamma = 30°$; $\varkappa = 90°$; $\varkappa_1 = 10°$; $\lambda = -6°$; $f_\gamma = 0{,}3$ mm ; $\gamma_f = 0°$; $r = 1$ mm ;

— fluidul de răcire ungere : emulsie 20%.

— ascuţirea sculei aşchietoare s-a făcut cu o piatră disc $150 \times 20 \times 20E\,40M7C$;

— criteriul adoptat în vederea opririi aşchierii a fost uzura catastrofală conform *I.S.O/TC 29/WG 22* ;

— caracteristicile chimice şi mecanice ale materialului de prelucrat se găsesc în tabelele 1 şi 2.

Determinările experimentale s-au făcut utilizînd o metodă rapidă de aşchiere care a condus la durate mici şi respectiv consum redus de material şi scule.

Manuscris predat redacţiei la data de 6 septembrie 1978
* Conf. dr. ing. ; Şef lucrări dr. ing. ; Ing. ; Catedra Tehnologia Construcţiei de maşini

În acest sens au fost utilizate valori ridicate ale vitezelor de așchiere în scopul uzării mai rapide a sculei așchietoare.

În același timp au fost eliminate determinările în cadrul cărora durata de așchiere a sculei nu a fost suficient de mare conform cu recomandările I.S.O./TC 29/WG22.

Tabelul 1

Oțelul	C%	Mn%	P%	S%	Si%	Cr%
28 *VMo*Cl2	0,215	0,45	0,013	0,005	0,31	1,26

Tabelul 2

Oțelul	Rezistența la rupere σ_r, daN/mm²	Limita de curgere σ_c, daN/mm²	Alungirea relativă δ%	Gîtuirea ψ%	Reziliența KCU 2, $\frac{kgm}{mm^2}$	Duritatea HB
28 *VMo*Cl2	88	78,6	19,4	68,1	18,2	267

Rezultatele experimentale selectate sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Oțelul	Nr. det.	t, mm	s, mm/rot	v, m/min	T, min
28 *VMo*Cl2	1	2,5	0,2	35,32	48,2
	2	4	0,2	35,32	25,79
	3	2,5	0,4	35,32	16,5
	4	2,5	0,2	40,82	22,9

În urma rezultatelor experimentale s-a întocmit un program de calculator pentru calculul coordonatelor necesare ridicării curbelor de variație a durabilității, în funcție de parametrii regimului de așchiere. Programul a fost rulat pe calculatorul electronic I.B.M. 1130. Avantajul acestui program este deosebit, dacă se are în vedere faptul că numai pentru calculul unei singure coordonate trebuie rezolvate ecuații de forma :

$$T = \frac{C_v^{\frac{1}{m_v}}}{v^{\frac{1}{m_v}} \cdot t^{\frac{x_v}{m_v}} \cdot s^{\frac{y_v}{m_v}}} \qquad (1)$$

în care C_v, m_v, x_v, y_v sînt constantele din relația vitezei de așchiere.

Valorile exponenţilor determinate pe calculator sînt prezentate în tabelul 4.

Tabelul 4

Oţelul	C_v	m_v	x_v	y_v
28V*Mo*Cl2	58,61318	0,194462	0,258584	0,300748

În program au fost calculate mai multe valori ale durabilităţii sculei, reţinîndu-se pentru partea grafică numai o parte, datorită următoarelor restricţii;

— durabilitatea sculei aşchietoare T, să se încadreze într-o anumită valoare limită pe diagramă;

— încadrarea a cel puţin cinci puncte pe o curbă;

— încadrarea a patru curbe pe aceeaşi diagramă, limitată ca suprafaţă la 80×80 mm^2.

Programul conţine şi un subprogram cu care s-au trasat diagramele direct pe imprimantă.

În figurile 1 şi 2 se prezintă variaţia durabilităţii sculei cu viteza de aşchiere pentru diferite adîncimi de aşchiere (fig. 1) şi diferite avansuri (fig. 2).

În figurile 3 şi 4 se prezintă variaţia durabilităţii sculei cu avansul pentru diferite viteze de aşchiere (fig. 3) şi diferite adîncimi de aşchiere (fig. 4).

În figurile 5 şi 6 se prezintă variaţia durabilităţii sculei cu adîncimea de aşchiere pentru diferite viteze de aşchiere (fig. 5) şi diferite avansuri (fig. 6).

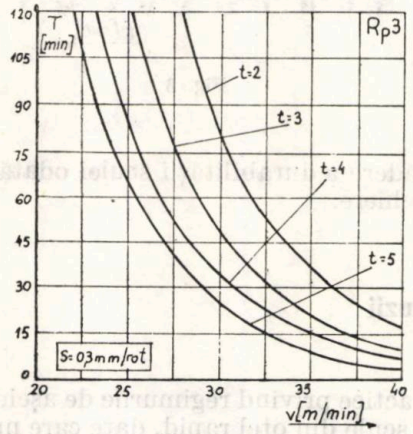


Fig. 1

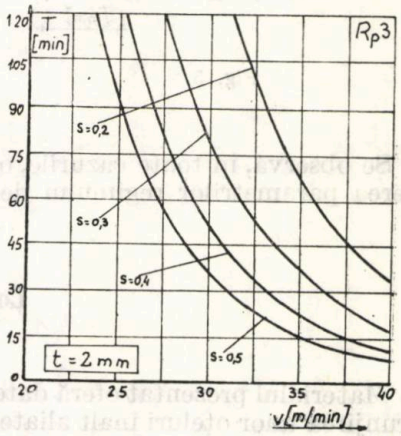


Fig. 2

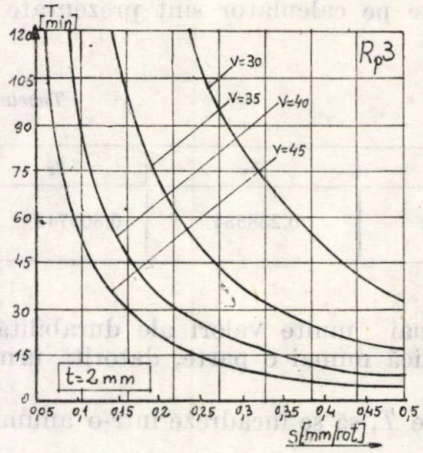


Fig. 3

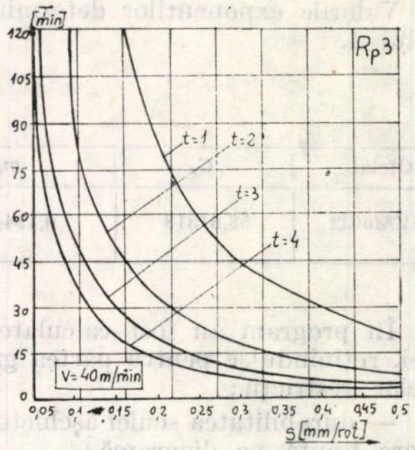


Fig. 4

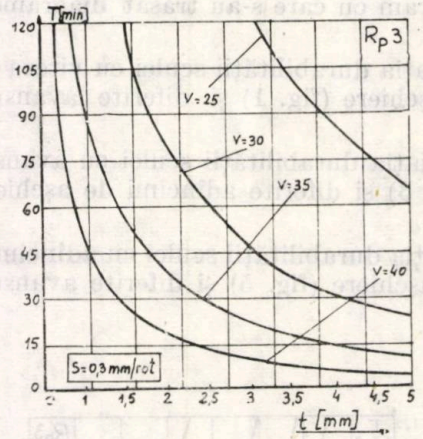


Fig. 5

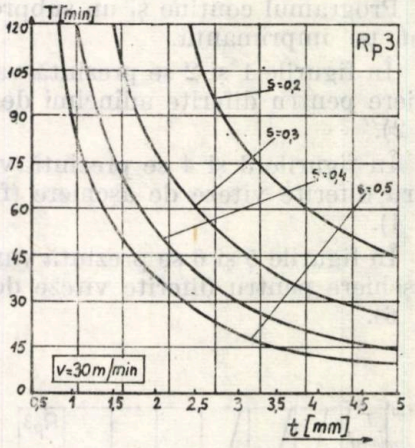


Fig. 6

Se observă, în toate cazurile, o scădere a durabilității sculei odată cu creșterea parametrilor regimului de așchiere.

Concluzii

Materialul prezentat oferă date practice privind regimurile de așchiere la strunjirea unor oțeluri înalt aliate cu scule din oțel rapid, date care nu se găsesc în literatura de specialitate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Poduraev, V. N.*, Obrabotka rezaniem jaroprocinih i nerjaveiuşcih materialov. Izd. V.S., Moskova, 1965.
2. *Vlase, A.*, Durabilitatea sculelor la aşchierea oţelurilor inoxidabile. Construcţia de maşini, nr. 9, 1975.
3. *Lăzărescu, I.* Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor. Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1964.
Vlase, A., Consideraţii asupra unor căi de îmbunătăţire a prelucrabilităţii oţelurilor inoxidabile. Buletinul de informare tehnică I.M.G.B., nr. 3 — 4, 1975, p. 23 — 26.

Определение стойкости режущего инструмента из быстрорежущей стали при точении высоколегированной стали 28VMoC12

В работе представлено исследование долговечности режущего инструмента при точении высоколегированной стали 28VMoC12 резцом из быстрорежущей. При помощи счётной машины I.B.M.1130 были определены соотношения и диаграммы изменения долговечности в зависимости от параметров резима резаиня.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

MAȘINI—UNELTE—SCULE

C.Z. :62—82
621.9

PERFORMANȚE DINAMICE ÎN REGIM TRANZITORIU ALE MOTOARELOR HIDRAULICE ROTATIVE DE FABRICAȚIE R.S.R. DIN SERIA EX

FLORIN IONESCU, FLORIN PIETRĂREANU*

Lucrarea prezintă unele criterii mecanice și mecano-hidraulice de apreciere a calităților dinamice ale motoarelor hidraulice rotative cu pistonașe axiale. Sînt determinate și prezentate tabelar și grafic rezultatele cantitative obținute prin aplicarea criterilor prezentate asupra motoarelor rotative de fabriație R.S.R. din seria EX. Pe baza acestor rezultate pot fi apreciate performanțele dinamice ale acestor motoare în toate variantele lor de înclinare a corpului și poate fi ales motorul care întrunește acele calități dinamice necesare unei acționări date.

Introducere

În lucrarea de față se prezintă mai întîi criteriile de performanțe dinamice utilizate în literatură [2, 3, 4]. Prin calculele efectuate aceste criterii au fost aplicate produselor din noua serie de motoare EX fabricate de I. M. Plopeni. În partea finală a lucrării se propun trei noi criterii de apreciere a performanțelor mecano-hidraulice ale motoarelor, criterii care descriu mai complet regimurile tranzitorii ale instalațiilor ce le folosesc. La elaborarea lor se pleacă de la ecuația diferențială de ordinul I ale cărei proprietăți sînt descrise mai jos.

1. Criterii de apreciere a comportării dinamice a motoarelor hidraulice

Proprietățile dinamice tranzitorii ale motoarelor hidraulice pot fi apreciate în ipotezele simplificatoare arătate mai jos, pe baza unor criterii care țin cont de modul de folosire și de funcționare a lor.

Pornindu-se de la ecuația de echilibru dinamic al cuplurilor, în [2] se obține, prin neglijarea unor termeni expresia :

$$M_M = J_M \cdot \frac{\Delta \omega_M}{\Delta t} = J_M \cdot \varepsilon_M \tag{1}$$

unde M_M este cuplul motor
$J_M = ct$ este momentul de inerție al motorului
ω_M este viteza unghiulară

Manuscris predat redacției la data de 28 ianuarie 1979
* Șef lucrări ing. Catedra Mașini-unelte și scule, ; inginer

1.1. Criteriul I

Criteriul este definit în [2] sub forma :

$$\mathcal{K}_I = \frac{M_M}{J_M} \tag{2}$$

și reprezintă panta curbei $\omega_M = \omega_M(t)$ care descrie funcționarea motorului în regim tranzitoriu (fig. 1)

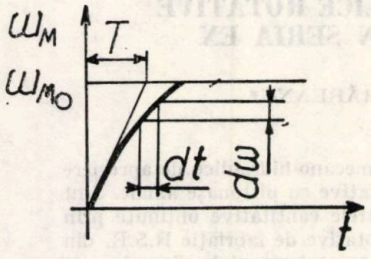


Fig. 1. Evoluția lui ω_M (t) și principalele performanțe în regim tranzitoriu

Acest criteriu reprezintă de fapt criteriul accelerației unghiulare întrucît :

$$\mathcal{K}_I = \frac{M_M}{J_M} = \frac{d\omega_M}{dt} = \varepsilon_M . \tag{3}$$

În regim tranzitoriu, valori ridicate ale lui $\mathcal{K}_I$ conduc la creșterea pantei și deci a constantei de timp $T = \frac{2}{3} T_{max}$, adică viteza de răspuns a sistemului crește, deci frecvența de rotație ajunge mai repede la regimul staționar. Rezultă, conform acestui criteriu că performanțele dinamice tranzitorii cresc cu creșterea lui $\mathcal{K}_I$.

Acest criteriu nu poate fi aplicat în situația în care între motor și sarcină există un mecanism de transmitere de raport „i" ; inconvenientul este rezolvat de criteriul II.

1.2. Criteriul II

Este definit tot în [2] și are expresia :

$$\mathcal{K}_{II} = \frac{M_{z\,red}}{\sqrt{J_{z\,red}}} = \frac{M_i}{\sqrt{J_i}} = \frac{M_M}{\sqrt{J_M}} . \tag{4}$$

Ținînd cont că într-un punct al lanțului cinematic cuplul M_i și momentul de inerție J_i sînt date de relațiile.

$$M_i = i^z \cdot M_M \text{ și } J_i = i^2 \cdot J_M .$$

Criteriul a fost obținut plecînd de la modelul fizic prezentat în fig. 3 și pe baza relațiilor :

$$M_{z\,red} = \frac{1}{i^z} M_M ;$$

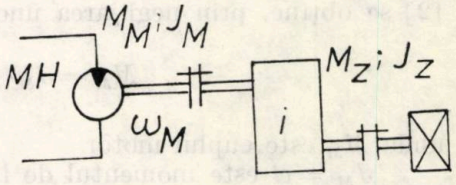


Fig. 2. Modelul fizic al unei transmisii cu raport intermediar de transmitere „i" între motor și sarcină.

$$J_{z\,red} = J_z + (1/i^2)\, J_M$$

s-au obținut momentul redus și momentul de inerție redus la arborele lanțului cinematic antrenat.

1.3. Criteriul III

Criteriul este definit în lucrarea [2] ținînd cont și de alte caracteristici mecanice sub forma

$$\mathscr{K}_{III} = \frac{M_M}{\sqrt{J_M n_M}} \tag{6}$$

Unde: M_M este momentul motor la arborele motorului

J_M este momentul de inerție al motorului hidraulic la arborele său.

n_M este turația de regim a motorului

Se observă că în componența celor trei criterii intervine J_M care trebuie determinat.

2. Determinarea momentului de inerție J_M

a) Momentul de inerție se poate determina cu ajutorul metodologiilor bazate pe cuplul de forțe al oscilației, prin metoda lansării pendulului [4] sau cu ajutorul formulelor empirice [2]. Ultima metodă asigură în cazul motoarelor cu pistonașe axiale un grad ridicat de precizie ([2], [3]).

Momentul de inerție J_M este descris în [2, 3, 4] de relația:

$$J_M = 0{,}1579\, lH\sqrt[3]{Z^5\, R_p^5\, d^5} \quad [\text{kg ms}^2]$$

unde conform și cu figura 3 s-a notat cu:

R_p — raza de divizare a pistonașelor în motor (nm)

$$l = \frac{L}{R_r}$$

L — lungimea motorului (mm)

R_r — Raza motorului (mm)

d — diametrul pistonașelor (mm)

Z — numărul de pistonașe

H — o constantă ce se calculează funcție de raportul t/d din graficul din figura 4.

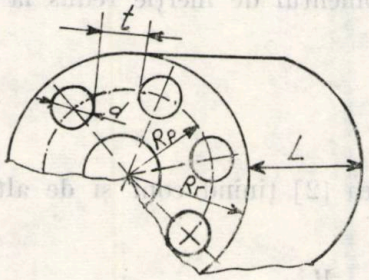


Fig. 3 Schemă de calcul pentru J_M

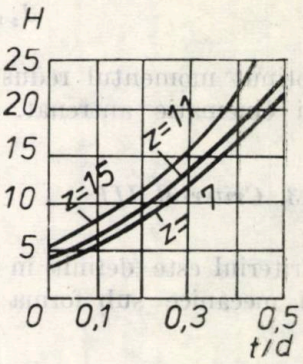


Fig. 4 Grafic de calcul al constantei H în funcție de raportul t/d și numărul de pistonașe Z [2].

b) Rezultatele calculelor momentelor de inerție. În tabelul 1, au fost concentrate datele de măsurare și de calcul ale lui J_M pentru motoarele de fabricație R.S.R. din seria EX.

Tabelul 1

Tipul motorului	L (mm)	Rr (mm)	L	R_p (mm)	Z	H	d (mm)	ρ (Kgfcm)	I_M [Nm s²]
EX 712	60	27,5	2,18	16,5	7	9	12	$0{,}793.10^{-5}$	$2{,}59.10^{-2}$
EX 716	67	35	1,92	21,5	7	12	16	$0{,}793.10^{-5}$	$1{,}20.10^{-1}$
EX 720	79,4	45	1,76	27	7	9	20	$0{,}793.10^{-5}$	$2{,}67.10^{-1}$

Din lipsă de date constructiv-dimensionale, momentele de inerție ale motoarelor EX 725 și EX 732, au fost determinate prin extrapolare, conform calculelor de mai jos:

$$\Delta J_1 = J_{716} - J_{712} = (1{,}26 - 0{,}259) \times 10^{-1} = 10^{-1} \quad [\text{Nms}^2]$$

$$\Delta J_2 = J_{720} - J_{716} = (2{,}67 - 1{,}26) \times 10^{-1} = 1{,}41 \times 10^{-1} \quad [\text{Nms}^2]$$

$$\Delta J_{med} = \frac{1 + 1{,}41}{2} 10^{-1} = 1{,}21 \times 10^{-1} \quad [\text{Nms}^2]$$

Rezultă în consicință:

$$J_{725} = J_{720} + \Delta J_{med}$$

$$J_{732} = J_{725} + 2\Delta J_{med}$$

$$J_{725} = (2{,}67 + 1{,}21)10^{-1} = 3{,}88 \times 10^{-1}[\text{Nms}^2]$$

$$J_{732} = (2{,}67 + 2 \times 1{,}21)10^{-1} = 5{,}09 \times 10^{-1} \quad [\text{Nms}^2]$$

3. Caracteristicile dinamice după criteriile

$$\mathcal{K}_{\text{I}},\ \mathcal{K}_{\text{II}},\ \mathcal{K}_{\text{III}}$$

a) Calculul s-a făcut pe baza principalilor parametri ai unităților cu pistonașe axiale de tip EX [8] cuprinși în tabelul 2. Rezultatele au fost sintetizate în tabelele 3, 4 și 5, pentru diferite înclinații, α ale corpului motor și pe baza lor au fost construite graficele $\mathcal{K}_{\text{I}} = f(\alpha)$, $\mathcal{K}_{\text{II}} = f(\alpha)$, $\mathcal{K}_{\text{III}} = f(\alpha)$, reprezentate în figurile 5, 6 și 7 pe care se pot aprecia comparativ comportările dinamice tranzitorii ale motoarelor hidraulice studiate.

Tabelul 3

MĂRIMEA	$\mathcal{K}_{\text{I}}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 15$
EX 712	$2{,}55 \times 10^3$	—	—	—
EX 716	$1{,}3 \times 10^3$	$1{,}1 \times 10^3$	$9{,}56 \times 10^2$	$8{,}1 \times 10^2$
EX 720	$1{,}25 \times 10^3$	$1{,}05 \times 10^3$	$0{,}17 \times 10^2$	$7{,}67 \times 10^2$
EX 725	$1{,}70 \times 10^3$	$1{,}45 \times 10^3$	$1{,}103 \times 10^3$	$1{,}05 \times 10^3$
EX 732	$1{,}74 \times 10^3$	$1{,}47 \times 10^3$	—	—

Tabelul 4

MARIMEA	$\mathcal{K}_{\text{II}}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 15°$
EX 712	$4{,}59 \times 10^3$	—	—	—
EX 716	$4{,}63 \times 10^2$	$3{,}91 \times 10^2$	$3{,}39 \times 10^2$	$2{,}87 \times 10^2$
EX 720	$6{,}44 \times 10^2$	515×10^2	$4{,}74 \times 10^2$	$3{,}96 \times 10^2$
EX 725	$10{,}62 \times 10^2$	$9{,}03 \times 10^2$	$6{,}87 \times 10^2$	$6{,}55 \times 10^2$
EX 732	$12{,}41 \times 10^2$	$10{,}51 \times 10^2$	—	—

Tabelul 5

MARIMEA	$\mathcal{K}_{\text{III}}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 15_o$
EX 712	12,075	—	—	—
EX 716	12,17	10,28	9,914	7,546
EX 720	16,92	14,33	12,45	10,42
EX 725	27,90	23,73	20,32	16,94
EX 732	38,87	33,75	—	—

Tabelul 2

Parametrii principali pentru unităţile cu pistoane axiale tip EX

	Mărimea Parametrul	732	725	720	716	712
$\alpha = 25°$	Capacitatea (cm^3 rot)	250	125	63	31,1	14
	Presiunea nominală (bari)	300				
	Turaţia nominală (rot/min)	970	1 450			
	Debitul nominal (l/min)	242	181	91	45	20,3
	Momentul (kgfm)	88,6	66,2	33,3	16,45	7,4
	Puterea pt. Q şi p = 300 bari (C.P.)	180	134	67,5	33,3	15
	Debit la turaţia max. (l/min.)	500	325	189	93	42
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	370	270	140	68,8	31
$\alpha = 21°$	Capacitatea (cm^3/rot)	211,8	105,9	53,5	26,3	—
	Presiunea nominală (bari)	300				
	Turaţia nominală (rot/min)	970	1 450			—
	Debitul nominal (l/min)	205	154	77	38	—
	Momentul (kgfm)	75	56,3	28,3	13,9	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	152	114	57	28,2	—
	Debit la turaţia max. (l/min)	423	275	160	79	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	313	204	118,5	58,5	—
$\alpha = 18°$	Capacitatea (cm^3/rot)	—	91,3	46,1	22,7	—
	Presiunea nominală (bari)	—	300			—
	Toraţia nominală (rot/min)	—	1 450			—
	Debitul nominal (l/min)	—	132	67	33	—
	Momentul (kgfm)	—	48,2	24,5	12,05	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)		98	49,6	24,4	—
	Debit la turaţia max. (l/min)	—	237	138	68	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	—	176	102	50,5	—
$\alpha = 15°$	Capacitatea (cm^3/rot)	—	76,5	38,6	19,05	—
	Presiunea nominală (bari)	—	300			—
	Turaţia nominală (rot/min)	—	1 450			—
	Debitul nominal (l/min)	—	111	56	28	—
	Momentul (kgfm)	—	40,2	20,5	10,2	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	—	81,5	41,5	20,7	—
	Debit la turaţia max. (l/min)	—	168	116	57	—
	Puterea pt. Q_N şi p_N = 300 bari (C.P.)	—	124,2	86	42,2	—

b) În urma studierii graficelor care reprezintă variațiile criteriilor $\mathcal{K}_I$, $\mathcal{K}_{II}$, $\mathcal{K}_{III}$, în funcție de tipul motorului și de înclinare se pot desprinde următoarele concluzii mai importante :

1. Creșterea criteriilor $\mathcal{K}_I$, $\mathcal{K}_{II}$, $\mathcal{K}_{III}$ este proporțională cu creșterea unghiului de înclinare α pentru fiecare tip de motor.

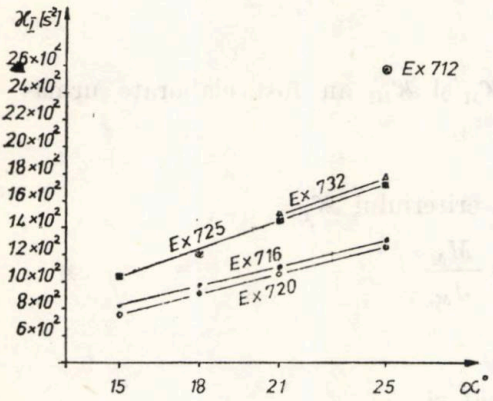


Fig. 5. Variația criteriului $\mathcal{K}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

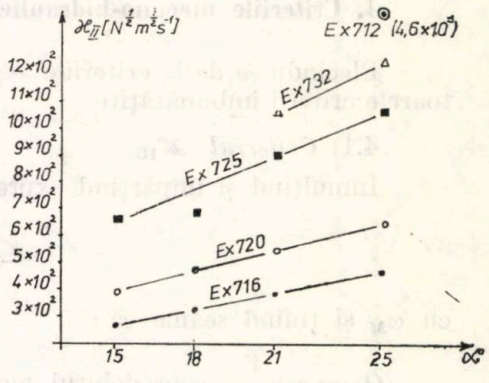


Fig. 6. Variația criteriului $\mathcal{K}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

2. Criteriile $\mathcal{K}_{II}$ și $\mathcal{K}_{III}$ arată că la același unghi α motoarele hidraulice cu capacități mai mari au performanțe dinamice tranzitorii mai bune, însoțite desigur, de un consum mai mare de energie.

3. Saltul de criteriu pentru cele trei cazuri de la motoarele EX 720 la EX 725 este cel mai mare ; rezultă că un motor EX 725 este preferabil motorului EX 720, atunci cînd interesează în special comportarea tranzitorie.

4. Creșterea criteriilor cu unghiul α dă posibilitatea alegerii dintre două motoare cu α diferit a unor motoare cu un unghi α mai mare, dar cu debite mai mari putere mai mare și o comportare mai bună în funcționare.

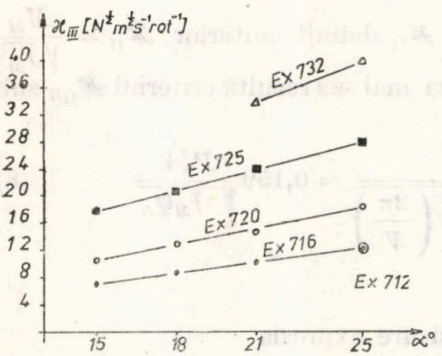


Fig. 7. Variația criteriului $\mathcal{K}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

5. În cazul în care nu există un mecanism de demultiplicare între motor și sarcină, criteriul $\mathcal{K}_I$ care reprezintă de fapt o accelerație, poate fi un criteriu separat de alegere al motoarelor hidraulice. În acest caz se observă că motorul EX 716 are performanțe mai bune decît motorul EX 720, pentru fiecare din cele 4 unghiuri și este deci preferabil acestuia, în măsura în care satisfac și din punct devedere staționar.

6. Conform criteriilor $\mathcal{K}_I$ și $\mathcal{K}_{II}$ motorul EX 725 cu $\alpha = 18°$ (fig. 5 și 6), are performanțe dinamice, inferioare curbei ieșind ca o anomalie din liniaritatea criteriului în funcție de α.

7. Întrucît comportarea unui motor hidraulic depinde de ansamblul mărimilor mecanice, dar și hidraulice, criteriile $\mathcal{K}_I$, $\mathcal{K}_{II}$, $\mathcal{K}_{III}$ sînt considerate de noi drept incomplete. În acest scop au fost găsite și sînt propuse mai jos alte criterii care să țină seama și de mărimile hidraulice de care depinde funcționarea motoarelor.

4. Criteriile mecano-hidraulice

Plecîndu-se de la criteriile $\mathcal{K}_I$, $\mathcal{K}_{II}$ și $\mathcal{K}_{III}$ au fost elaborate următoarele criterii îmbunătățite

4.1) *Criteriul* $\mathcal{K}_{IH}$

Înmulțind și împărțind expresia criteriului $\mathcal{K}_I$

$$\mathcal{K}_I = \frac{M_M}{J_M}$$

cu ω_M și ținînd seama că :

$Q_N = \omega \dfrac{V}{2\pi}$ este debitul nominal și

$P_N = M\omega$ este puterea, rezultă :

$$\mathcal{K}_{IH} = \frac{M\omega}{J\omega} = \frac{P_N \dfrac{V}{2\pi}}{J_M \omega \dfrac{V}{2\pi}} = \frac{1}{2\pi} \frac{P_N V}{Q J} \tag{7}$$

$$\mathcal{K}_{IH} = 0{,}159 \frac{P_N \cdot V}{Q_N \cdot J} \tag{7'}$$

în relațiile de mai sus V este capacitatea motorului

4.2) *Criteriul* $\mathcal{K}_{IIH}$

Ținînd seama de criteriul mecanic $\mathcal{K}_{II}$ definit anterior $\mathcal{K}_{II} = \dfrac{M_M}{\sqrt{J_M}}$ și făcînd aceleași artificii și observații ca mai sus rezultă criteriul $\mathcal{K}_{IIH}$ sub forma

$$\mathcal{K}_{IIH} = \frac{M_M \omega}{\sqrt{J_M \omega^2}} = \frac{P_N}{\sqrt{J_M \left(\omega \dfrac{V}{2\pi}\right)^2 \left(\dfrac{2\pi}{V}\right)}} = 0{,}159 \frac{P_N V}{\sqrt{J_M Q_N}} \tag{8}$$

4.3) *Criteriul* $\mathcal{K}_{IIIH}$

Este determinat în mod similar și are expresia

$$\mathcal{K}_{IIIH} = \frac{P_N V}{\sqrt{J_M Q_N n}} 0{,}159 = \frac{0{,}159 \cdot \mathcal{K}_{IIH}}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

Rezultatele calculelor au fost sintetizate în tabelele 6, 7 şi 8, iar pe baza lor au fost construite graficele:

$$\mathcal{K}_{1H} = f(\alpha), \quad \mathcal{K}_{2H} = f(\alpha), \quad \mathcal{K}_{3H} = f(\alpha)$$

din figurile 8, 9 şi 10

Tabelul 6

MĂRIMEA	$\mathcal{K}_{1H}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 51°$
EX 712	620	—	—	â
EX 716	290	246	211	177
EX 720	278,3	234	203,23	170,34
EX 725	379,2	321,2	278	230
EX 732	558,8	490,6	—	—

Tabelul 7

MĂRIMEA	$\mathcal{K}_{2H}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 15°$
EX 712	100,92	—	—	—
EX 716	32,55	27,6	23,7	19,68
EX 720	45,47	38,23	32,2	27,8
EX 725	74,7	63,3	54,8	45,3
EX 732	130,9	110,7	—	—

Tabelul 8

MĂRIMEA	$\mathcal{K}_{3H}$			
	$\alpha = 25°$	$\alpha = 21°$	$\alpha = 18°$	$\alpha = 15°$
EX 712	2,65	—	—	—
EX 716	0,85	0,72	0,62	0,51
EX 720	1,19	1,00	0,84	0,73
EX 725	1,96	1,66	1,43	1,18
EX 732	4,20	3,55	—	—

În urma calculelor efectuate cu criteriile mecano-hidraulice se desprind următoarele concluzii parţiale:

1. Criteriile stabilite mai sus sînt mai complete, deoarece ţin seama şi de mărimile hidraulice;

2. Se constată în acest mod că motorul EX 732 are o comportare dinamică mult mai bună decît se constatase anterior cu criteriul mecanic pur;

3. Performanţele dinamice ale motorului EX 725 ($\alpha = 18°$) se înscriu în liniaritatea criteriului, neprezentînd anomalia remarcată anterior;

4. Criteriul $\mathcal{K}_{1H}$ pune în evidență un salt mai mare de criteriu între motoarele EX 732 și EX 725 în raport cu criteriul mecanic $\mathcal{K}_{I}$;

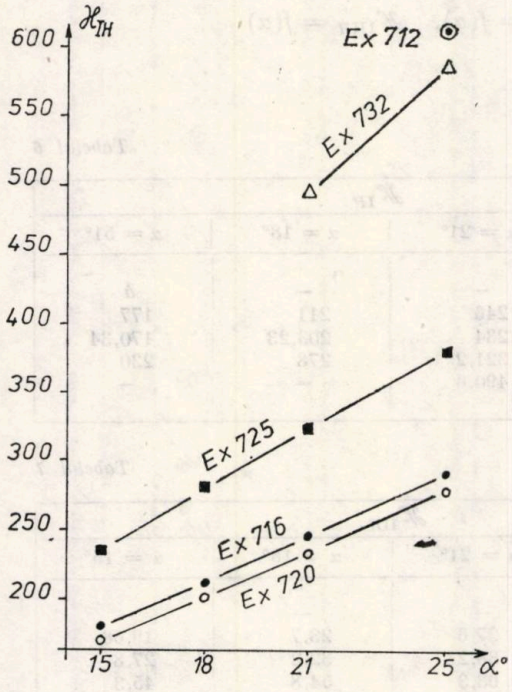


Fig. 8. Variația criteriului $\mathcal{K}_{1H}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

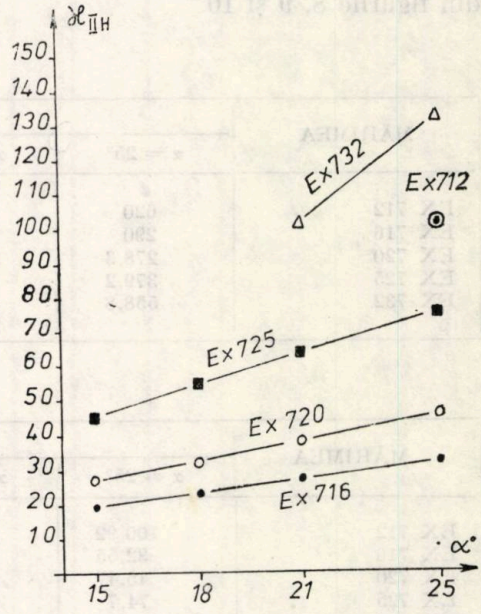


Fig. 9. Variația criteriului $\mathcal{K}_{IIH}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

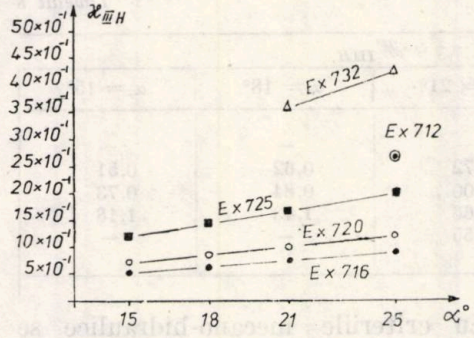


Fig. 10. Variația criteriului $\mathcal{K}_{IIIH}$ cu înclinarea α a rotorului pentru diferite motoare EX.

5. Motorul EX 712 are cele mai bune performanțe dinamice numai conform criteriului $\mathcal{K}_{I}$ sau $\mathcal{K}_{1H}$.

Concluzii

Lucrarea evidențiază utilitatea criteriilor de apreciere dinamică a performanțelor dinamice ale motoarelor hidraulice rotative în alegerea unui motor pentru o acționare dată.

Sînt prezentate totodată criterii noi mecano-hidraulice care evidențiază mai complet performanțele dinamice ale motoarelor descrise de o ecuație diferențială de ordinul I.

Sînt puse la dispoziția utilizatorilor potențiali tabele și grafice cu date cantitative și calitative pe baza cărora, fie că este vorba de criteriile mecanice sau cele hidromecanice, aceștia pot alege motorul dorit.

Criteriile prezentate nu țin seama de toate fenomenele hidro-cinetodinamice care apar în funcționarea unei instalații cu motoare rotative [4, 5, 6, 7] manifestate în cadrul unor modele matematice mai complexe și sînt susceptibile unor îmbunătățiri viitoare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Călin, S., Dumitrache I.*, Automatizări electronice. E.D.P. București, 1977.
2. *Kopacek, I.* Dinamische Eingeschaften hidraulisscher, Antriebe. Antriebstehnik, 1972 nr. 10.
3. *Ionescu, Fl.*, Contribuții la studiul dinamicii lanțurilor cinematice ale mașinilor unelte acționate hidraulic, cu reglare volumică continuă. Ref. I la Teza de doctorat, I.P.B. Cat MUS 1974.
4. *Ionescu, Fl., Catrina, D., Dorin, Al.*, Mecanica fluidelor și acționari hidraulici și pneumatice. Vol. I și II Ed. I.P.B. 1978.
5. *Ionescu, Fl.*, Buletinul I. P. Buc. Tomul XXXIX nr. 2 — 1977 pag. 97
6. *Ionescu, Fl.*, În „Studii și cercetări de mecanică aplicată" Buc., Ed. Academiei R,S,R., Tomul XXX, 1979 pag. 41.
7. *Reid, K. N.*, Proceedings of the Symposium of Fluidics and Internal Flowes. Pensylvania State University October 24 and 25 — 1968.
8. * * * — Catalog de elemente tipizate de pistonașe axiale I.M.P. Plopeni.

Performances dynamiques en régime transitoire des moteurs hydrauliques rotatifs de fabrication R.S.R. série Ex

Le travail présente des critères mécaniques et mécano-hydrauliques mis au point en vue d'apprécier les performances dynamiques transitoires des moteurs hydrauliques rotatifs à pistons axiaux.

Sont determinés et presentés dans des tables et graphiques les résultats cantitatifs obtenus par l'utilisation des critères sur les moteurs à pistons axiaux de la nouvelle série EX des produits de l'Entreprise Mécanique de Plopéni. En s'appuyant sur ces résultats peuvent être établies les performances dynamiques en regime transitoire de ces moteurs dans toutes leur variantes d'inclinaison du corp, et sur cette base peut être choisy le moteur dont les performances dynamiques transitoires correspondent aux besoins d'un asservissement donné.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

ÉTABLISSEMENT DU RÉGIME OPTIMAL DE COUPE A LA RECTIFICATION PLANE AVEC DES MEULES EN DIAMANT

Al. DORIN, E. STRĂJESCU, I. MARINESCU *

L'emploi des meules en diamant pour la rectification des matériaux durs et extradurs assure l'augmentation de la productivité de l'opération et de la précision d'usinage, l'obtention d'une rugosité de la surface R_a de 0,32 ... 0,08 μm.

On présente dans l'ouvrage l'expression du rendement volumétrique de rectification de forme $G = f(s_{rt}, t, w)$, ce qui met en évidence l'influence des paramètres de la rectification plane avec meules en diamant des plaquettes en carbures métaliques P20.

A partir de ces relations on peut établir les régimes optimes de rectification plane avec meule en diamant pour une valeur G requise par des considérations économiques, ou bien on peut calculer la valeur de G pour différents régimes de rectification.

La haute résistance à l'usure et à la compression, ainsi que la stabilité thermique très élevée des matériaux abrasifs extradurs ont contribué à l'emploi à grande échelle à l'usinage des matériaux durs et extradurs par tournage, alésage, fraisage et rectification.

A cause de la haute résistance à l'usure des matériaux abrasifs extradurs, (diamant, nitrure cubique de bore), les pièces peuvent être usinées dans des conditions de précision et productivité élevées. Par exemple, les meules en matières abrasives extradures sont employées pour :

— la rectification et l'affûtage des outils en acier rapide, surtout des aciers alliés avec du vanadium et du cobalt. La durée de vie des outils en acier rapide affûtés à l'aide des meules en diamant est tout au plus trois fois plus grande que pour l'affûtage classique [1].

— la rectification des pièces ayant des profils compliqués (broches, palpeurs à copier, roues dentées de précision, etc.), qui nécessitent une durée de vie élevée des arêtes tranchantes des meules abrasifs.

— la rectification du profil du filet des outils à fileter et des dispositifs pour le contrôle des filets.

— la rectification des pièces produites à grande échelle sur des machines-outils qui travaillent selon des cycles automatiques ou sémiautomatiques.

Ouvrage reçu à la rédaction le 26 Janvier 1979
* Maître de conférences dr. ing., Assistant ing; Assistant ing. Chaire de Machine-outil

— la rectification des pièces de précision en aciers inoxydables, réfractaires, ou très durs (HRC55), auxquels il est bien difficile d'obtenir une précision élevée à cause de la grande vitesse d'usure des matériaux abrasifs classiques.

— la rectification des pièces de grande dimension et haute précision ; (les gurdages des machines-outils, les vis-mère des machines-outils de précision).

— la rectification des pièces en matériaux sensibles aux tensions thermiques locales et au chocs thermiques (ferrites, aimants tournés, etc.).

Pour évaluer les propriétés de coupe des meules en abrasifs extradurs, on peut analyser :

— les composants des forces de coupe P_z et P_y.

— la puissance consommée lors du processus de coupe M.

— L'indice de la capacité de coupe K.

— Le rendement de la rectification G.

L'indice de la capacité de coupe est défini comme un rapport entre le volume des copeaux enlevés dans une minute et le composant P_y de la force de coupe.

$$K = \frac{\partial V_p\ [\text{mm}^3]}{\partial P_y\ [\text{min} \cdot N]} \tag{1}$$

Conformément à la littérature [2], G est le rapport entre le volume du matériel enlevé lors de la coupe et le volume de l'abrasif usé :

$$G = \frac{V_p\ [\text{cm}^3]}{V_u\ [\text{cm}^3]} \tag{2}$$

où V_p est le volume du matériel enlevé par rectification et V_u est le volume usé et enlevé du disque pour l'enlèvement du V_p.

L'usure du disque abrasif est un processus physico-chimique et mécanique complexe, dont l'évolution dépend des caractéristiques du disque, des propriétés du matériel à usiner, du régime de coupe, etc.

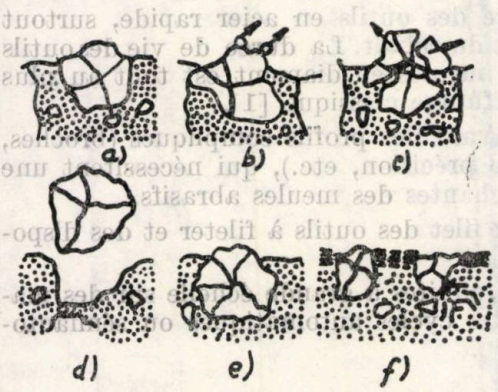


Figure 1

En fonction des conditions de rectification, (les propriétés physico - mécaniques des grains abrasifs, le régime de coupe, le matériel de la pièce usinée et du liant, le comportement dynamique de la machine-outil), l'usure des disques se produit comme suite de :

— l'usure par friction des pointes des grains abrasifs, avec la formation des sufaces sur ces grains, ayant une rugosité plus élevée ou plus réduite. (figure 1a).

— la microdestruction des grains caractérisée par la séparation de quelques petits fragments. (figure 1b).

— la destruction des grains par la séparation des fragments dont la hauteur est comparable aux dimensions des grains. (figure 1c).

— l'enlèvement intégral des grains du liant. (figure 1d).

— la destruction comme résultat des réactions chimiques (figure 1e) qui ont lieu aux températures élevées de la zone de contact des grains avec le matériel à usiner (l'usure de diffusion, d'adhésion).

— le remplissage des espaces des grains avec des copeaux et des produits de l'usure. (figure 1f).

Conséquemment, pendant le coupe le diamant peut-être détruit comme suite de l'usure mécanique, de l'oxydation, du graphitage, (à une température dépassant 700 degrés), de la diffusion dans le matériel à usiner et à l'adhésion.

L'usure mécanique abrasive est à remarquer surtout à la rectification des matériaux qui ne forment pas de carbures et pour des températures de coupe qui ne dépassent pas 650 degrés.

La hausse de la temperature de coupe comme suite de l'accroissement de la vitesse de coupe ou d'autres paramètres du régime de rectification, créent des conditions pour la destruction du grain de diamant par oxydage.

La rectification des alliages durs avec des régimes de coupe auxquels la pression spécifique dans la zone de coupe est grande, ne dépassant pas 600 daN/mm^2 produit la graphitage des grains de diamant, à cause de la température élevée de contact.

L'usure adhésive est la plus importante à la rectification des matériaux formant des carbures, ou des matériaux sémiconducteurs. (germanium, silicium, indium, etc.).

A la rectification de certains matériaux, surtout des matériaux ayant une faible teneur en carbone, ou des matériaux dont les composants tendent à former des carbures, le diamant présente une affinité chimique pour le matériel de la pièce usinée.

Le carbone contenu par le diamant diffuse dans la masse de la pièce. Le type d'usure qui apparaît dans ce cas est l'usure de diffusion. La surface du diamant se présente lisse.

L'usure de diffusion est généralement considérée comme un processus bien lent. A cause de la température élevée du processus de rectification ($\geqslant 900°$) et de l'affinité chimique de certains matériaux à haute teneur en carbone, l'usure de diffusion peut être principale [2].

En même temps que l'usure des grains apparaît, une usure du liant des surfaces stratifiées du disque abrasif.

L'établissement de la valeur de l'usure contribue à déterminer la consommation spécifique de matériel abrasif extradur q qui est défini comme un rapport entre l'unité de couche abrasive usée et M, la masse de matériel abrasif usiné de la pièce rectifiée. Pour les disques qui travaillent avec leur périphérie, la consommation spécifique peut être déterminée par la relation [2] :

$$q = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2} D \cdot H \cdot h_r \, C[\text{mg}]}{M \, [\text{g}]} \qquad (3)$$

où D est le diamètre extérieur du meule en [mm]; H la largeur du meule en [mm]; h_r l'usure radiale du moule abrasif en [mm]; C la concentration en diamants de la couche d'abrasif en %.

Pour le cas de la rectification plane pour la consommation spécifique de matériel abrasif (diamant) on a déterminé une relation empirique de la forme [3]:

$$q = C_q \cdot t^x \cdot w_1^y \cdot v_{as}^z \cdot K_m \cdot K_B \cdot K_H \cdot K_L \cdot K_r \tag{4}$$

où t est la profondeur de coupe en [mm/cd]; v_{as} est la vitesse de coupe en [m/s]; w_1 est la vitesse d'avance longitudinale de la table en [m/min]; K_m, K_B, K_H, K_L, K_r sont des coefficients qui indiquent l'influence du matériel de la pièce, de la largeur H de la surface usinée, du type du liant et du liquide de refroidissement et C_q un coefficient qui indique les propriétés des grains abrasifs du meule.

La valeur de l'usure, exprimée en volume de matériel abrasif usé, se retrouve au dénominateur de la fraction qui définit le rendement volumétrique G.

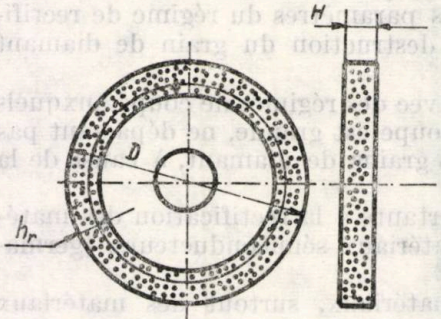


Figure 2

Il résulte de la seconde figure :

$$V_u = \pi \cdot H \cdot h_r \cdot (D - h_r) \tag{5}$$

et :

$$V_p = \frac{M}{\rho_m} \tag{6}$$

où ρ_m est la densité du matériel usiné.

En introduisant dans la formule (2) les expressions du V_u et V_p, obtenues des relations (6) et (5), on obtient :

$$G = \frac{M}{\rho_m \cdot \pi \cdot H \cdot h_r \cdot (D - h_r)} \tag{7}$$

De la troisième formule on obtient :

$$M = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2} \cdot D \cdot H \cdot h_r \cdot C}{q} \tag{8}$$

En considérant la relation (4) on obtient :

$$M = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2} \cdot D \cdot H \cdot h_r \cdot C}{C_q \cdot t^x \, w_1^y \, v_{as}^z \cdot K_m \cdot K_B \cdot K_G \cdot K_L \cdot K_r} \tag{9}$$

Après avoir simplifié la relation (7), tenant compte de la relation (9) on obtient :

$$G = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2} \cdot D \cdot C}{\rho_m \cdot \pi_{(D-h_r)} \, C_q \cdot t^x \cdot s_1^y \cdot v_{as}^z \cdot K_m \cdot K_B \cdot K_H \cdot K_L \cdot K_r} \tag{10}$$

ou bien :

$$G = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2} \cdot C}{\pi \cdot \rho_m \left(1 - \frac{h_r}{D}\right) C_q\, t^x\, w_1^y\, v_{as}^z\, K_m K_B K_H K_L K_r} \tag{11}$$

Parce que le rapport $\frac{h_r}{D} \ll 1$, on peut considérer que $1 - \frac{h_r}{D} \cong 1$, et donc :

$$G = \frac{2{,}76 \cdot 10^{-2}\, C}{\pi \cdot \rho_m \cdot C_q \cdot t^x\, w_1^y\, v_{as}^z \cdot K_m \cdot K_B \cdot K_H \cdot K_L \cdot K_r} \tag{12}$$

L'équation (12) reflète l'influence des paramètres du régime de coupe (t, w_1, v_{as}) sur le rendement volumétrique de la rectification G.

Prenant pour base la relation (12), dans ce travail on présente une expression polytropique pour G, en fonction des paramètres du régime de coupe pour le cas de la rectification plane, de la forme :

$$G = a_0 \cdot t^{a_1} \cdot s_{tr}^{a_2} \cdot w_1^{a_3} \tag{13}$$

où a_0 est une constante, et a_1, a_2, a_3, des exposants qui dépendent de la nature du materiel usiné et des propriétés du meule abrasif; s_{tr} est l'avance transversale du chariot porte-meule.

Dans la relation (13) on n'a pas considéré la vitésse de coupe (v_{as}) parce que cette variation entre $v_{as} = 20$ m/sec et $v_{as} = 30$ m/sec ne modifie pas le G [5].

La détermination de ces exposants et de ces constantes peut être effectuée à l'aide de la théorie de la corrélation multiple en résolvant le système d'équations :

$$(13)\quad \begin{cases} n \log a_0 + a_1 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 + a_2 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_2 + a_3 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_3 = \sum\limits_{i=1}^{n} \log G \\ \log a_0 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 + a_1 \sum\limits_{i=1}^{n} (\log x_1)^2 + a_2 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 \log x_2 + \\ \quad + a_3 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 \log x_3 = \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 \log G \\ \log a_0 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_2 + a_1 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 \log x_2 + a_2 \sum\limits_{i=1}^{n} (\log x_2)^2 + \\ \quad + a_3 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_2 \log x_3 = \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_2 \log G \\ \log a_0 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_3 + a_1 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_1 \log x_3 + a_2 \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_2 \log x_3 + \\ \quad + a_3 \sum\limits_{i=1}^{n} (\log x_3)^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} \log x_3 \log G \end{cases}$$

où par x_1, x_2, x_3 on a noté t, s_{tr}, w_1.

Afin de résoudre le système (14) il faut déterminer par voie expérimentale les valeurs de G obtenues à l'usinage à différents régimes de rectification imposés.

Les valeurs G, t, s_{tr}, et w_1 sont employées comme données d'entrés dans le programme standard élaboré pour le calcul des systèmes (comme le système 14) sur la calculatrice numèrique.

Les meules diamantés employés ont été : De Beers DXDA—MC 5 in 1/4 in; D1A1; R100 RB 1/8.

Les pièces rectifiée ont été des plaquettes en carbures métalliques P20. Les régimes de coupe ont été modifiés dans les limites :

— la vitesse d'avance longitudinale de la table de 8 à 20 m/min.
— l'avance transversale du chariot porte-meule de 0,5 à 2 mm.
— l'épaisseur de coupe t de 10 à $25 \cdot 10^{-6}$ m.

On a maintenu la vitesse de coupe constante à 26 m/s. pour toutes les déterminations.

Les valeurs de tous ces paramètres qui ont varié pendant les expériences ainsi que les valeurs de G obtenues sont indiquées dans le tableau I.

Tabelul 1

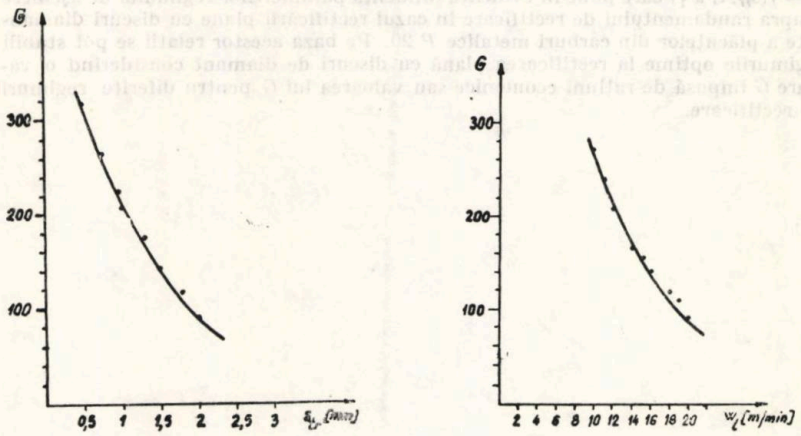
n	[t mm]	s_{tr} [mm]	w_1 [m/min.]	G
1	10	1,5	16	266
2	25	1,5	16	142
3	38	1,5	16	96
4	50	1,5	16	68
5	25	0,5	16	318
6	25	1	16	206
7	25	2	16	90
8	25	1,5	8	213
9	25	1,5	12	210
10	25	1,5	20	90
11	14	1,5	16	222
12	18	1,5	16	190
13	22	1,5	16	163
14	28	1,5	16	127
15	31	1,5	16	111
16	34	1,5	16	105
17	41	1,5	16	87
18	44	1,5	16	80
19	25	0,78	16	264
20	25	1,27	16	175
21	25	1,77	16	115
22	25	0,89	16	225
23	25	1,4	16	156
24	25	1,65	16	129
25	25	1,5	10	268
26	25	1,5	14	168
27	25	1,5	18	121
28	25	1,5	11	240
29	25	1,5	15	159
30	25	1,5	19	111
31	20	1	14	300
32	38	1	12	210

Finalment on a obtenu :

$$G = \frac{158457}{t^{0,86}\, s_{tr}^{0,9}\, w_1^{1,41}} \qquad (15)$$

L'analyse de la relation expérimentale indique qu'au cas de la rectification plane avec du diamant des carbures métalliques P20, l'influence des paramètres étudiés sur le rendement volumétrique G est différente.

L'influence la plus évidente est exercée par la vitesse d'avance longitudinale de la table. L'influence de l'épaisseur de coupe t et de l'avance transversale s_{tr} ont presque la même importance (0,86 pour 0,9).



a *b*

Fig 3

On observe qu'avec l'augmentation d'un des paramètres t, s_{tr} ou w_1 le rendement volumétrique diminue (figure 3).

A l'aide des relations (12) et (15) on peut établit :

— le régime optimal à la rectification plane avec des meules en diamant, considérant une valeur G imposée par des raisons économique.

— les valeurs de G pour différents régimes de rectification.

Cette méthode permet aussi la détermination avec frais réduits de matériaux et de temps, des relations pour le calcul du rendemnet volumétrique G à la rectification des matériaux durs et extradurs avec des meules en diamant.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Lisanov V.* Outils de haute productivité en elbor. Masinostroenie, Moskva 1975.
2. *Busch D., Thiel N.* Technical and Economic Aspects of Grinding Steel with Diamond Wheels. Diammonds in Industry. Hornbeam Press Ltd. London.
3. *Gavrilaş I., Drăguţ E., Vieru A., Bonoiu V.* Technologies d'usinage avec des outils en matières dures et extradures. Editura tehnică. Bucureşti 1977.

4. *Gordeev A.* La durée de vie des disques en diamant à la rectification des surfaces planes Paru dans Machines outils et outils nr. 2/1977.
5. *Maslov E., Postnikova N.* Directions de dévelopement de la théorie de la rectification avec des outils en diamant et elbor. Masinostroenie, Moskva, 1975.
6. *Hughes F.* Dressing and Using a Diamond Abrasive Grinding Wheel. De Beers Industrial Diamond Division's Information L3.

Stabilirea regimului optim de aşchiere la rectificarea plană cu discuri diamantate

Folosirea discurilor diamantate la rectificarea materialelor dure şi extradure asigură creşterea productivităţii operaţiei şi a preciziei de prelucrare, obţinere unei rugozităţi a suprafeţelor R_a de 0,32—0,08 μm.

În lucrare se prezintă expresia randamentului volumetric de rectificare $G = f(s_{tr}, t, w_1)$ care pune în evidenţă influenţa parametrilor regimului de aşchiere asupra randamentului de rectificare în cazul rectificării plane cu discuri diamantate a plăcuţelor din carburi metalice *P* 20. Pe baza acestor relaţii se pot stabili regimurile optime la rectificarea plană cu discuri de diamant considerînd o valoare *G* impusă de raţiuni economice sau valoarea lui *G* pentru diferite regimuri de rectificare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 3

C.Z.628.16.003
663.632.003

HIDRAULICĂ

SISTEME PENTRU REALIZAREA PROCESULUI DE TRANSFER AL OXIGENULUI ÎN MEDII APOASE

JULIETA FLOREA, D. ROBESCU, T. PETROVICI, L. SZABOLCSZ, I. CONSTANTINESCU *

În tehnologiile de epurare biologică, modul de aerare al apei determină prin tipul constructiv ales și consumul de energie al utilajelor, cheltuielile de exploatare ale stațiilor de epurare.

Analiza teoretică a proceselor de difuzie, în condiții de simplificare a ecuațiilor, care descriu procesul, permit precizarea factorilor ce afectează performanțele în scopul ridicării eficienței fenomenelor de transfer.

Cu toate că relațiile utilizate în calculul sistemelor de aerare sînt empirice, stabilirea pe baza unor experimentări riguroase, a factorilor fizico-chimici și tehnici, pot reda fenomenul cu suficientă precizie pentru realizarea unor instalații funcționale.

Aerarea apei, proces tehnologic cu largă utilizare în tehnică determină prin consumul de energie de către utilajele folosite, atît puterea instalată cît și cheltuielile de exploatare ale stației de tratare sau epurare.

Studiul teoretic al transferului de oxigen din aer în apă prezintă dificultăți majore, avînd în vedere numărul mare de factori fizico-chimici cît și tehnici care guvernează fenomenul aerării artificiale Elaborarea unor studii teoretice, pentru anumite cazuri particulare, care să redea cît mai real fenomenul fizic, capătă o importanță deosebită mai ales dacă ținem seama că proiectarea utilajelor de aerare se face numai pe baza unor relații empirice, care au rezultat din experimentări, efectuate asupra utilajului de aerare. Domeniul de aplicabilitate al relațiilor empirice este însă, limitat la cazurile cercetate experimental fără a putea căpăta un caracter general.

Oxigenul necesar procesului de reaerare, este preluat din aerul atmosferic, și introdus artificial în apă, prin diferite metode : pneumatică, mecanică sau mixtă. Se disting astfel trei categorii principale de agregate, clasificate după modul de realizare al fenomenului de transfer de masă :

— agregate bazate pe procesul de difuzie la interfață, proces care se desfășoară în aparat ;

— agregate bazate pe procesul de difuzie al nivelului bulelor de aer degajate în masa de apă din aerotanc (sisteme pneumatice cu insuflare) ;

Manuscris predat redacției la data de 10 martie 1979
* Prof, dr. ing. ; Șef de lucrări dr. ing. ; Cercet. șt. Catedra Hidraulică ;
Șef lucrări ing. ; Prof. dr. ing. Catedra Tehnologie chimică anorganică

— agregate bazate pe procesul de difuzie la nivelul bulelor de aer și la interfață cu forțarea interacțiunii prin mișcările hidrodinamice induse.

Toate cele trei tipuri de agregate funcționează pe același principiu de bază, încadrarea în categorii diferite făcîndu-se numai în funcție de tipul suprafeței oferite pentru desfășurarea procesului de transfer de masă.

Sistemul bazat pe procesul de difuzie la interfață în film de lichid

Aparatele de acest tip se compun dintr-o pompă care refulează apa aspirată dintr-un aerotanc și rezervorul superior, de unde aceasta curge peste un deversor pîlnie într-o conductă verticală, formînd astfel un film de lichid.

Fenomenul de difuzie la interfață în filmul de lichid, care se deplasează în mișcare laminară în lungul peretelui unei conducte verticale, (fig. 1) poate fi analizat teoretic în următoarele ipoteze :

— timpul de contact este mic,

— profilul de distribuție a vitezei, în regim permanent, este uniform cu $w_0 = \text{const.}$ (Cazul *a*)

Ecuația de difuzie în acest caz :

$$w\frac{\partial C}{\partial z} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{1}$$

unde : C_0 — concentrația inițială,

D_m — coeficientul de difuzie moleculară ;

cu condițiile la limită :

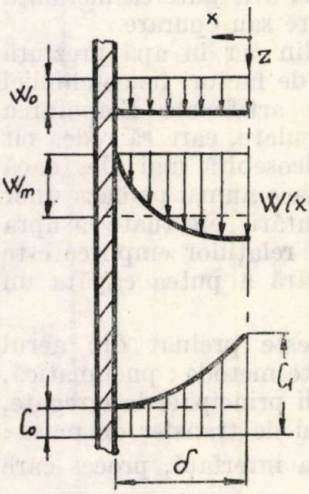


Fig. 1. Distribuția de viteze și concentrație în filmul de lichid de la peretele unei conducte verticale

$$x = 0, \quad C = C_1(z)$$

$$x = \delta, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

$z = 0$, $C = C_0$ pentru toate valorile lui x,

are soluția dată de seria :

$$\frac{C - C_0}{C_1 - C_0} = 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\frac{x}{\delta}}{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi} \times$$

$$\times \exp\left\{-\left[\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{\delta}\right]^2 \frac{D_m z}{w_0}\right\} \tag{3}$$

Soluția (3) a ecuației (1) în cadrul condițiilor la limită date de (2) permite calculul concentrației oxigenului $C = C(x, z)$ la o distribuție $C_1(z)$ impusă.

După Levici [3] în cazul curgerii turbulente, în filmul de lichid cu o distribuţie de viteze dată de legea (cazul b)

$$w = w_m \ln \frac{w_m x}{\nu} \tag{4}$$

unde : w_m — viteza medie în filmul de lichid de vîscozitate cinematică ν, se obţine debitul de masă transferată cu ecuaţia :

$$N = C_0 \left(\frac{D\rho}{\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{w^{\frac{2}{3}}}{\left(\ln \frac{\delta}{\nu}\sqrt{g\delta}\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{5}$$

Procesul de transfer de masă în filmul subţire de lichid, poate fi influenţat prin crearea unor condiţii hidrodinamice favorabile desfăşurării transportului turbulent.

Pentru determinarea grosimii filmului de lichid se consideră ecuaţia lui Navier-Stokes în următoarele ipoteze :

a) $u = v = 0$, $p = p_{at} =$ constant, $w \neq 0$ (vezi fig. 1);

b) gradientul de viteză în sens perpendicular pe film este mult mai mare faţă de cel în lungul filmului.

În acest caz ecuaţia :

$$\frac{dw}{d\tau} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = Z + \eta \Delta w. \tag{6}$$

devine :

$$\gamma + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \tag{7}$$

cu condiţiile la limită :

$$\begin{aligned} x &= 0, \quad \frac{dw}{dx} = 0 \\ x &= \delta, \quad w = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Soluţia ecuaţiei (7) în condiţiile (8) conduce la distribuţia de viteză :

$$w(x) = \frac{\gamma \delta^2}{2\eta}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right] = w_{max}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right] \tag{9}$$

unde : w_{max} este viteza maximă la interfaţă, corelată cu w. În cazul unei distribuţii parabolice :

$$w_m = \frac{2}{3} w_{max} \tag{10}$$

Rezultă expresia de calcul a grosimii filmului de lichid :

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\nu^2 Re}{4g}}. \tag{11}$$

unde numărul lui Reynolds este dat de :

$$Re = \frac{\rho w_m \cdot 4\delta}{\eta} \tag{12}$$

Fără a introduce numărul lui Reynolds grosimea filmului de lichid este :

$$\delta = \sqrt{\frac{3\nu w_m}{g}} \tag{13}$$

Sistemul bazat pe difuzia la interfață în filmul de lichid are avantajul de a face economie de energie în special dacă este utilizat în zone de munte unde se dispune de o energie potențială a fluidului care poate fi utilizată drept cădere naturală prin dispozitiv. În comparație cu celelalte sisteme, acesta nu este competitiv, din punct de vedere tehnico-economic în special la debite și încărcări mari ale apelor uzate.

Sistemul bazat pe procesul de difuzie la nivelul bulelor de aer degajate în masa de apă

După mărimea bulelor de aer, agregatele pot permite degajarea în masa de apă a unor bule fine (dispozitivele cu plăci poroase), mijlocii (tuburi metalice perforate), sau grosiere (tuburi metalice deschise).

Trăsătura distinctivă a mișcărilor în acest tip de agregate este deplasarea rapidă unidirecțională a fazei mai ușoare, frînată de faza cu greutate specifică mai mare.

Dependent de debitul și presiunea aerului, în dispozitivul de insuflare sînt posibile două regimuri : de bule dispersate (caz concret al dispozitivelor de aerare) și regimul de jet.

În regimul de dispersie caracterizat de degajarea continuă și uniformă a bulelor de aer de pe distribuitor, luînd în considerație forța ascensională și tensiunea superficială, rezultă diametrul bulei :

$$d_b = \sqrt[3]{\frac{6\, d_0\, \sigma}{\gamma_e - \gamma_g}} \tag{14}$$

În regimul de jet, cînd bulele sferice care se formează vin în contact unele cu celelalte, fără a considera echilibrul forțelor asupra bulei, diametrul ei este dat de relația :

$$d_b = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi w_0}} \tag{15}$$

Rezultă debitul critic al gazului care determină graniţa dintre cele două regimuri :

$$\dot{V}_{cr} = \frac{\pi w_0}{4}\left[\frac{6d_0 \cdot \sigma}{\gamma_e - \gamma_g}\right]^{\frac{2}{3}} \cdot [\mathrm{m^3/s}] \qquad (16)$$

unde : d_0 — diametrul duzei (m).
w_0 — viteza unei bule (m/s) ;
γ_l, γ_g — greutatea specifică a lichidului şi a gazului.
Spectrul bulelor în raport cu diametrul este dat de curba lui Gauss :

$$P(d_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma_a} \exp\left[-\frac{(d_b - d_{bm})^2}{2\sigma_a}\right] \qquad (17)$$

unde : $P(d_b)$ — frecvenţa de apariţie a unei bule cu diametrul „d_b"
σ_a — rădăcina medie pătratică a derivaţiei de la diametrul mediu al bulei „d_{bm}".

După desprinderea bulei din distribuitor aceasta ia forma unui elipsoid a cărui axă mică este perpendiculară pe direcţia de mişcare : viteza de ridicare a bulei se poate calcula cu relaţia :

$$w_0 = \left(\frac{\sigma^2 g}{3\pi\ \eta \rho_l}\right)^{\frac{1}{5}} \qquad (18)$$

Transferul de oxigen la nivelul bulei de aer prezente în masa de apă este un fenomen de difuzie la interfaţă în filmul de lichid de grosime δ(fig. 2).

Fluxul de gaz difuzat în direcţie normală pe interfaţa dintre gaz şi lichid este dat de ecuaţia :

$$F_x = -D_m \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = k_f \Delta C \qquad (19)$$

cu ecuaţia de difuzie scrisă în unidimensional :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[-D_m \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}\right] = 0 \qquad (20)$$

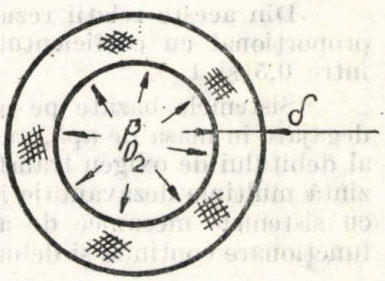


Fig. 2. Transfer de oxigen din bula de aer în masa de apă.

cu condiţiile la limită :

$$C = C_s, \text{ pentru } x = 0$$
$$C = C_0, \text{ pentru } x = \delta \qquad (21)$$

Prin integrarea ecuaţiei şi compararea cu ecuaţia (19) se obţine coeficientul de transfer $k = D_m/\delta$.

Dacă gazul reacţionează cu soluţia cu o viteză constantă, „k" ecuaţia de difuzie devine :

$$D_m \frac{d^2C}{dx^2} - kC = 0 \tag{22}$$

cu soluţia dată de relaţia :

$$C = C_s \operatorname{ch}\left(\frac{k}{D_m}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot x - C_s \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{k}{D_m}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot x}{\operatorname{th}\left(\frac{k}{D_m}\right)^{\frac{1}{2}} \delta} \tag{23}$$

cu fluxul de suprafaţă dat de relaţia :

$$F_x = \frac{D_m \cdot C_s}{\delta}\left[\frac{\left(\frac{k}{D_m}\right)^{\frac{1}{2}}}{\operatorname{th}\left(\frac{k}{D_m}\right)^{\frac{1}{2}}}\right] \tag{24}$$

unde termenul din paranteză reprezintă numărul adimensional al lui Hatta.

Din aceste relaţii rezultă că, coeficientul de transfer de masă este proporţional cu coeficientul de difuzie moleculară ridicat la o putere între 0,5 şi 1.

Sistemele bazate pe procesul de difuzie la nivelul bulelor de aer degajate în masa de apă, au performanţe superioare din punct de vedere al debitului de oxigen transferat din aer în apă. Totuşi acest sistem prezintă multiple dezavantaje în exploatare care îl fac să nu fie competitiv cu sistemele mecanice de aerare în special la instalaţii industriale cu funcţionare continuă şi debite mari.

Sistemul bazat pe fenomenul de difuzie la nivelul bulelor de aer şi la interfaţă cu forţarea interacţiunii prin mişcările hidrodinamice induse

Se consideră sistemul de aerare ca fiind o sursă producătoare, care introduce gazul forţat şi contribuie la difuzia lui atît prin barbotarea provocată, cît şi prin omogenizarea amestecului.

În ipoteza unei variaţii în timp a concentraţiei oxigenului dizolvat, mult mai puternică pe verticală decît în plan orizontal, fenomenul poate

fi descris de ecuaţia :

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial y}\left[(D_m + D_{ty})\frac{\partial C}{\partial y}\right] + F(y, \tau). \tag{25}$$

cu condiţia iniţială :

$$C(y, 0) = C_1(\tau)$$

şi condiţiile la limită : (26)

$$C(H, \tau) = C_2(\tau)$$

unde : $C(y, \tau)$ = concentraţia în timp şi spaţiu.
D_m, D_{ty} = coeficienţi de difuzie moleculară şi turbulentă (se notează $D_m + D_{ty} = a(y)$)
$F(y, \tau)$ = factor de aport care simulează matematic sursa de gaz ce contribuie la introducerea lui forţată.

În cazul în care $a(y)$ = constant = D, soluţia ecuaţiei (25) este :

$$C(y, \tau) = \int_0^H G(y, \xi, \tau)\varphi(\xi)\,d\xi -$$

$$- D\int_0^\tau dt \int_0^H G(y, \xi, \tau - t)\,F(\xi, t)\,d\xi + \tag{27}$$

$$+ C_1(\tau) + \frac{y}{H}[C_2(\tau) - C_1(\tau)].$$

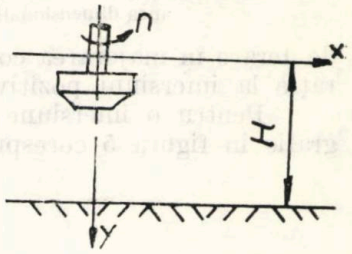


Fig. 3. Sistem mecanic de aerare cu rotor şi ax vertical.

unde $G(y, \xi, \tau)$ este funcţia Green dată de relaţia :

$$G(y, \xi, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{k\pi\sqrt{D}}{H}\right)^2 \tau} \cdot \sin\frac{k\pi}{4} y \cdot \sin\frac{k\pi}{4} \cdot \xi. \tag{28}$$

Pentru obţinerea fenomenului fizic generat de sistemul de aerare, echivalent cu o sursă de oxigen concentrat într-un punct de sub suprafaţa liberă plasat la cota ε, se consideră termenul de aport $F(y, \tau)$ ca o sursă producătoare pe domeniul $(0, \delta)$ cu $\delta \ll H$.

După aplicarea unor teoreme de mediere şi după însumarea seriilor cuprinse în funcţia Green [6], se obţine funcţia concentraţiei de forma :

$$C(\bar{y}, \tau) = \frac{C_0 - C_s}{3D\tau} H^2 \bar{y}^4 - 2\frac{C_0 - C_s}{3D\tau} H^2 \bar{y}^3 -$$

$$+ (C_0 - C_s)\left(\frac{2}{3}\frac{H^2}{D\tau} - 1\right)\bar{y}^2 + (C_0, C_s)\left(\frac{H^2}{D\tau} - 1\right)\bar{y} + C_s \tag{29}$$

unde $\bar{y} = \frac{\varepsilon}{H}$ reprezintă fizic raportul dintre imersiunea agregatului și adîncimea apei din bazin.

Funcția (29) pentru un interval de timp „τ" constant are alura din figura 4, importantă pentru că marchează rolul pe care îl are sistemul

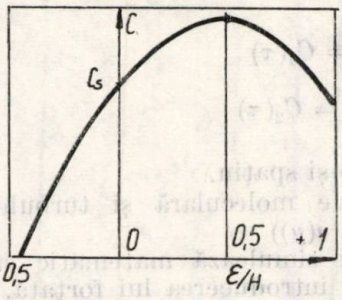


Fig. 4. Variația concentrației oxigenului dizolvat, în raport cu imersiuanea dimensională

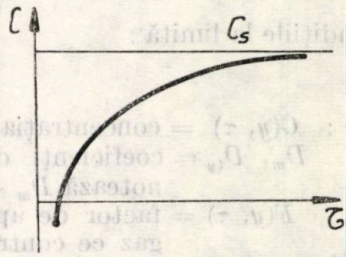


Fig. 5. Variația concentrației oxigenului în timp.

de aerare în majorarea concentrației de oxigen peste valoarea de saturație la imersiuni pozitive.

Pentru o imersiune dată, variația concentrației este reprezentată grafic în figura 5 corespunzătoare funcției :

$$C = C_s - \frac{a}{\tau} \tag{30}$$

unde „a" este o constantă numerică finită.

Ecuația criterială a agregatului de aerare, la care se consideră puterea N, densitatea ρ, vîscozitatea dinamică η, diametrul rotorului D, tensiunea superficială τ, rezultă din aplicarea teoremei lui Buckingham produselor adimensionale ca fiind :

$$\mathrm{Eu} = \sum_i k_i \, Re^x \, Fr^y \, w_e^z.$$

unde : Eu, Re, Fr, We sînt criteriile de similitudine adimensionale Euler, Reynolds, Froude, Weber.

Sistemele de aerare mecanice de suprafață, utilizate din ce în ce mai larg în tehnica epurării apelor uzate datorită multiplelor avantaje tehnico-economice au prioritate în special la debite și încărcări mari ale apelor reziduale. Acestea se adaptează ușor la variațiile încărcării organice, datorită influenței spectrului hidrodinamic indus favorabil desfășurării procesului biochimic de epurare.

Concluzii

Abordarea teoretică a aspectelor hidrodinamice și a fenomenelor de transfer de masă generate de acestea, deschide perspectiva găsirii unor căi de intensificare a procesului de difuzie în scopul furnizării unor date solicitate de proiectanți în vederea optimizării agregatului de aerare.

Cu toate că, relațiile folosite pentru calculul sistemelor de aerare sînt semi-empirice, dacă factorii fizico-chimici și tehnici sînt bine determinați pe baza unor experimentări riguroase, metodele expuse și limitate la sisteme bine definite, pot reda fenomenul local cu exactitate, ceea ce conduce la realizarea unor instalații funcționale.

Analiza teoretică a proceselor de difuzie, în condiții de simplificare a ecuațiilor care descriu procesul, permite precizarea factorilor ce afectează performanțele în scopul de a îmbunătăți agregatele pentru ridicarea eficienței fenomenelor de transfer.

BIBLIOGRAFIE

1. *Karelin I. A., Jukov D. D.* Ocistka proizvodstvennih stocinîx vod aerotenkah Moscova, Stroinzdat' 1973.
2. *Kalinske A. A.* Economics of aeration in waste treatment Proc. of. 23 Purduc Conference in Industrial Wasters, 1978.
3. *Kafarov V.* Fundamentals mass transfer Moskova, 1972.
4. *Floarea O.* Procese intensive în operațiile unitare de transfer Buc. Ed. Tehn. 1977.
5. *Kalinske A. A.*, Journal of Water Pollution, 37, 1521, 1965.
6. *Constantinescu I. Robescu D. și alții.* Corelarea parametrilor chimici și hidrodinamici, factor de bază în dimensionarea sistemelor de aerare, Congresul național de chimie, Buc. 1978.

Systemes de realisation des processus de transfert d'oxygène dans les milieux aquatiques

Dans les technologies d'épuration biologique, le mode d'aération de l'eau détermine par le type constructif choisi, le consum d'enérgie des outillages donc les dépens d'exploitation des installations d'épuration.

En considerant le phénomène physico chimique de diffusion de l'oxygène dans toute sa complexité par des methodes théoriques et par des mesures expérimentales effectuées aussi rigoureusement que possible, on peut déterminer les performances d'aération des installations en fonction du type constructif choisi.

On en déduit sur le plan pratique quelques conclusions importantes pour intensifier le processus d'aération et, en même temps pour l'amélioration des performances énergetiques de ces systèmes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice :
„Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", Buletinul Politehnicei din Bucureşti", и „Buletinul Institutului politehnic "Gheorghe Gheorghiu Dej" Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределахво восможностеи будут опубликоваться и научно исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresă :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

I. P. Informaţia c. 1460

40.480

1980 FEB 1 3

Lei 20

F 1130/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

SERIA MECANICĂ

TOMUL XLI NUMĂRUL 4 ANUL 1979
OCTOMBRIE – DECEMBRIE

COMITETUL DE REDACȚIE

REDACTOR RESPONSABIL : Academician *Radu Voinea*

MEMBRII : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* (redactor responsabil adjunct); Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. dr. docent ing. *Gheorghe Cartianu*, membru corespondent al Academiei epublicii Socialiste România ; Prof. dr. ing. *Sergiu Călin* (secretar științific) Prof. dr. docent ing. *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Dănescu* ; Prof. dr. ing. *Gleb Drăgan* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Geru* ; Prof. dr. ing. *Berthold Grünwald* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. ing. *Jean Moncea* ; Academician *Ecaterina Ciorănescu Nenițescu* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Prof. dr. ing. *Marin Rădoi* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent ing. *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vilcu*.

Editor : Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356
TELEX : 14.490 PIBUH

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper trough ILEXIM import-export press, 13 Decembrie St. Nr. 3, P.O.B. 2001, telex 011226, Bucharest ROMANIA

Sumar

MATEMATICĂ

Tatiana Stănăşilă

Polinoame aleatoare stabile 3

Nicoleta Mihu

O generalizare a multiplicatorului lui Iacobi 9

MECANICĂ

M. Rădoi, M. Munteanu

Dinamica maşinilor vibratoare necentrate antrenate cu generatori de vibraţii cu o masă neechilibrată. 15

I. Roşca

Consideraţii critice asupra determinării deplasărilor şi tensiunilor termice într-un cilindru 27

S. Staicu

Mouvement supersonique autour de l'aile delta en rotation, avec séparation du courant aux bords 33

MECANICĂ FINĂ

T. Demian, V. Banu, A. Pascu

Studiul comportării motoarelor pneumatice pas cu pas în regim dinamic . . 41

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

B. Grünwald, V. Gheorghiu

Contribuţii la studiul schimbului de gaze din motoarele cu ardere internă pentru vehicule rutiere 53

A. Belei, D. Taraza

Die Edition eines literarischen Textes durch verwendung konventioneller mittel der Rechentechnik 67

N. Negurescu, C. Pană

Cercetări experimentale privind optimizarea colectorului de admisie la motorul de 1500 cm³ 75

CAZANE

C. Neaga

Arderea particulei de cărbune pulverizat cu considerarea reacţiilor secundare 81

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu

Simularea comportării la deformare plastică a aliajelor de aluminiu prin metoda torsiunii 91

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici, L. Szabolcs, I. Constantinescu

Aspecte de proiectare ale utilajelor mecanice de aerare 99

SUMAT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

MATEMATICĂ

C.Z.: 517.52
519.214

POLINOAME ALEATOARE STABILE

TATIANA STĂNĂȘILĂ *

În lucrare se dau estimări ale probabilității ca un polinom aleator să aibă rădăcinile situate în regiuni prescrise. Se extinde o teoremă a lui Hadamard (teorema 1) iar în partea secundă a lucrării se stabilesc condiții de stabilitate ale polinoamelor algebrice aleatoare.

Scopul principal al lucrării este acela de a da estimări ale probabilității ca rădăcinile unor polinoame aleatoare să fie situate în regiuni prescrise. În prima parte vom da extinderea unei teoreme a lui Hadamard privind matricile cu condiții de dominare, care permite obținerea unor rezultate remarcabile pentru polinoamele care au astfel de matrici ca matrici-companion. În a doua parte a lucrării se obțin unele rezultate privind condiții în care polinoamele algebrice aleatoare cu coeficienți reali sau complecși sînt stabile (cu rădăcinile cu partea reală negativă).

1. Localizarea rădăcinilor unor polinoame aleatoare. Fie $\{\Omega, K, P\}$ un cîmp complet de probabilitate fixat și $A(\omega) = [a_{ij}(\omega)]_{1\leqslant i,j\leqslant n}$ o matrice pătratică de ordin n, formată cu variabile aleatoare $\Omega \to \mathbb{C}$ (se mai scrie $A \in M_n(\Omega, \mathbb{C})$). Pentru orice i, $1 \leqslant i \leqslant n$ se notează pentru linii (respectiv pentru coloane)

$$L_i(\omega) = \sum_{j,j\neq i} |a_{ij}| \quad \left(\text{respectiv } C_i(\omega) = \sum_{j,j\neq i} |a_{ji}|\right)$$

Se știe că pentru orice matrice deterministică $A = [a_{ij}]_{1\leqslant i,\, j\leqslant n}$ din $M_n(\mathbb{C})$, are loc incluziunea $\operatorname{Spec} A \subset \bigcup_{i=1}^{n} \gamma_i$, unde γ_i sînt discurile închise $|z - a_{ii}| \leqslant L_i$, $1 \leqslant i \leqslant n$. În cele ce urmează, vom da extinderea probabilistică a unei teoreme a lui Hadamard (teorema 1) și a rezultatului anterior al lui Gerșgorin (teorema 2).

TEOREMA 1. Presupunem că $P\{|a_{ii}(\omega)| > L_i(\omega)\} \geqslant p_i$, $1 \leqslant i \leqslant n$ și că vectorii-linie aleatori în A sînt independenți. Atunci probabilitatea

Manuscrisul predat redacției la data de 6 decembrie 1979

* Lector dr., Catedra Matematici I

ca matricea $A(\omega)$ să fie singulară este $\leqslant 1 - \prod_{i=1}^{n} p_i$. Un rezultat similar are loc înlocuind L_i cu C_i.

Demonstrație. Considerăm evenimentele $M = \{\omega \in \Omega / \det A(\omega) = 0\}$, $N_i = \{\omega \in \Omega / |a_{ii}(\omega)| > L_i(\omega)\}$ şi $N = \bigcap_{i=1}^{n} N_1$. Din condiţia de independenţă rezultă că $P(N) = \prod_{i=1}^{n} P(N_i) \geqslant \prod_{i=1}^{n} p_i$. Teorema rezultă de îndată ce vom proba incluziunea $M \subset \Omega/N$. Fie $(\forall)\, \omega \in M$. Sistemul liniar omogen $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(\omega) x_j = 0$ posedă o soluţie $(x_i(\omega))_{1 \leqslant i \leqslant n}$, distinctă de soluţia banală. Alegem i_0, $1 \leqslant i_0 \leqslant n$ astfel încît

$$|x_{i_0}(\omega)| \geqslant |x_k(\omega)|, \ (\forall) k \neq i_0 \text{ deci, } x_{i_0}(\omega) \neq 0.$$

Din ecuaţia cu numărul de ordine i_0 rezultă atunci

$$|a_{i_0 i_0}(\omega)| \cdot |x_{i_0}(\omega)| \leqslant \sum_{j \neq i_0} |a_{i_0 j}| \cdot |x_j| \leqslant L_{i_0}(\omega) \cdot |x_{i_0}|,$$

deci $|a_{i_0 i_0}(\omega)| \leqslant L_{i_0}(\omega)$, deci $\omega \notin N_{i_0}$ şi $\omega \in N$.

COROLAR 1. Considerăm polinomul aleator de grad $n \geqslant 1$.

$S(x, \omega) = x^n + a_1(\omega)\, x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}(\omega) x + a_n(\omega)$. Presupunem că

$$P\left\{\frac{|a_1(\omega)|}{A_n^1} + \frac{|a_2(\omega)|}{A_n^2} + \ldots + \frac{|a_n(\omega)|}{A_n^n} < \perp\right\} \geqslant p.$$

Atunci rădăcinile lui S sînt situate în domeniul $|z| > n$ din planul complex cu probabilitate cel mult $1 - p$.
(A_n^k reprezintă numărul aranjamentelor de n obiecte luate cîte k).

Demonstrație. Presupunem $|x| > n$. Se verifică uşor că polinomul S are o reprezentare ca determinant de ordin $n + 1$, anume

$$S(x, \omega) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{a_1(\omega)}{A_n^1} & \frac{a_2(\omega)}{A_n^2} & \ldots & \frac{a_n(\omega)}{A_n^n} \\ -n & x & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & -(n-1) & x & 0 \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 \ldots & -2 & x \quad 0 \\ 0 & 0 & 0 \ldots & & 0 - 1 \end{vmatrix}$$

În acest caz, $p_1 = P\{|a_{11}(\omega)| > L_1(\omega)\} \geqslant p$ şi $p = P\{|x| > n - j + 2\} = 1$, $2 \leqslant j \leqslant n + 1$, deci probabilitatea să aibă loc egalitatea $S(x, \omega) = 0$ este cel mult egală cu $1 - \prod_{i=1}^{n-1} p_i \leqslant 1 - p$.

COROLAR 2. Dacă $A(\omega) = [a_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ este o matrice din $M_n(\Omega, \mathrm{R})$ astfel încît coeficienţii diagonalei principale a_{ii} să aibă toţi acelaşi semn şi $|a_{ii}(\omega)| > L_i(\omega)$, a.p. $(1 \leqslant i \leqslant n)$, atunci $\det A(\omega) > 0$ a.p.

Demonstraţie. Presupunem de exemplu $a_{ii} > 0$ şi fie $b_i = a_{ii} - L_i$, deci $b_i > 0$ a.p. $(1 \leqslant i \leqslant n)$. Considerăm funcţia de $n(n-1)+1$ variabile $x_{ij}, j \neq i, \omega \in \Omega$,

$$\Phi(x_{12}, x_{12}, \ldots, x_{n,n-1}; \omega) = \begin{vmatrix} \sum_{j \neq n} |x_{1j}| + b_1 & x_{12} & \ldots & x_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{n1} & x_{n2} & \ldots & \sum_{j \neq n} |x_{nj}| + b_n \end{vmatrix}$$

Avem $\Phi(0, \ldots, 0; \omega) = b_1 b_2 \ldots b_n > 0$ a.p. Pe de-altă parte, conform teoremei 1 avem $\Phi(x_{12}, x_{13}, \ldots, x_{n,n-1}; \omega) \neq 0$ a.p. Pentru orice ω fixat, Φ este continuă în cele $n(n-1)$ variabile reale, deci $\Phi > 0$ a.p. În particular, $\det A(\omega) = \Phi(a_{12}, a_{13}, \ldots, a_{n,n-1}; \omega) > 0$ a.p.

Din corolarul 2 se deduce că dacă în plus A este matrice simetrică, atunci forma pătratică aleatoare $\sum_{i,j} a_{ij}(\omega) x_i x_j$ asociată este pozitiv definită a.p. (căci minorii principali vor rezulta toţi pozitivi a.p.).

Fie acum $C = [c_{ij}]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ o matrice nesingulară deterministică din $M_n(\mathbb{C})$ şi fie inversa ei $C^{-1} = [d_{ij}]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$, $d_{ij} = \frac{C_{ji}}{\det C}$ (C_{ji} fiind complemenţii algebrici ai elementelor c_{ji}). Fie δ ales astfel încît $0 < \delta < \frac{1}{n \cdot \max_i \sum_{k=1}^{n} |d_{ik}|}$.

COROLAR 3. Considerăm o matrice $\Gamma = [\gamma_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ din $M_n(\Omega, \mathbb{C})$ de variabile aleatoare independente astfel încît $P\{|\gamma_{ij}(\omega)| < \delta\} \geqslant p_{ij}$ $(\forall) i, j$. Atunci

$$P\{C + \Gamma \text{ nesingulară}\} \geqslant \max_j \prod_{i=1}^{n} p_{ij}.$$

Demonstraţie. Matricea $C + \Gamma$ este nesingulară dacă şi numai dacă matricea $C^{-1}(C + \Gamma) = U_n + C^{-1}\Gamma$ este nesingulară. Dar $C^{-1}\Gamma = [f_{ij}]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ unde $f_{ij} = \sum_{k=1}^{n} d_{ik} \gamma_{kj}$. Deci $P\{C + \Gamma \text{ nesingulară}\} = 1 - P\{U_n + C^{-1}\Gamma$ să fie singulară$\} \geqslant \prod_{i=1}^{n} p_i$, ultima inegalitate rezultînd din teorema 1, unde s-a

notat $p_i = P\{|1 + f_{ii}| > \sum_{i \neq j} |f_{ij}|\}$, $1 \leqslant i \leqslant n$. Deoarece $|1+z| \geqslant 1-|z|$, $z \in \mathbb{C}$, rezultă că $p_i \geqslant P\{\sum_j |f_{ij}| < 1\}$.

Dar $\sum_j |f_{ij}| = \sum_j \left|\sum_{k=1}^n d_{ik}\,\gamma_{kj}\right| \leqslant \sum_j \left(\sum_{k=1}^n |d_{jk}| \cdot |\gamma_{kj}|\right)$, deci pentru orice i fixat, $p_{ij} \leqslant P\{|\gamma_{ij}(\omega)| < \delta\} \leqslant P\left\{\sum_j |f_{ik}| \leqslant \delta \cdot \sum_j \sum_{k=1}^n |d_{ik}| = n \cdot \delta \sum_{k=1}^n |d_{ik}|\right\} \leqslant$ $\leqslant P\left\{\sum_j |f_{ij}| < 1\right\}$, deci pentru orice i, j avem $p_{ij} \leqslant p_i$ şi în final $P\{C + \Gamma$ nesingulară$\} \geqslant \prod_{i=1}^n p_{ij}$, $(\forall)\, j$.

Exemplu. Fie C o matrice nesingulară şi $\Gamma = -\lambda U_n$, $\lambda \in C$. Aplicînd corolarul 3 pentru cazul deterministic $p_{ij} = 1$, rezultă că dacă $|\lambda| < \delta$, atunci matricea $C + \Gamma$ este nesingulară. Aşadar, dacă $C + \Gamma$ este singulară, atunci $|\lambda| \geqslant \delta$, adică valorile proprii ale matricii C nu sînt situate în discul $|z| < \delta$, rezultat binecunoscut.

Corolarul 3 poate fi adaptat şi pentru matrici C aleatoare: fie $C = [c_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ o matrice aleatoare nesingulară a.p. şi fie $\delta = \inf_\omega \delta(\omega) > 0$. Perturbînd C cu o matrice $\Gamma = [\gamma_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ ce mai sus, rezultă că $P\{C + \Gamma$ nesingulară$\} \geqslant \max \prod_{i=1}^n p_{ij}$, unde $P\{|\gamma_{ij}(\omega)| < \delta\} \geqslant p_{ij}$.

2. **Criterii de stabilitate.** Stabilitatea dinamică a unor sisteme fizice este legată de faptul că anumite ecuaţii algebrice au rădăcinile plasate în semiplanul $Re\, z < 0$. Reamintim că se numeşte *polinom stabil* orice polinom din $\mathbb{C}[z]$ avînd toate rădăcinile situate în semiplanul $Re\, z < 0$. În cele ce urmează, este studiată stabilitatea anumitor polinoame algebrice aleatoare.

Fie $A = [a_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ o matrice pătratică cu coeficienţi diagonali a_{ii} variabile aleatoare independente cu valori reale. Fie $p_i \leqslant P\{a_{ii}(\omega) < -L_i(\omega)\}$, $1 \leqslant i \leqslant n$. Considerînd matricea $B = A - \lambda U_n$ şi punînd $\lambda = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R})$, se observă că dacă $x = Re\,\lambda \geqslant 0$, atunci $p_i \leqslant P\{a_{ii} - \lambda| > L_i\}$; într-adevăr, dacă $a_{ii} < 0$, $a_{ii} + L_i < 0$, atunci pentru $x \geqslant 0$ avem $x^2 + y^2 - 2a_{ii}x + a_{ii}^2 - L_i^2 > 0$, $|a_{ii} - \lambda| > L_i$.

Conform teoremei 1, matricea B este singulară cu probabilitatea egală cel mult cu $1 - \prod_{i=1}^n p_i$, adică matricea A are valorile proprii situate în semiplanul $Re\,\lambda \geqslant 0$ cu probabilitatea cel mult $1 - \prod_{i=1}^n p_i$. Am demonstrat astfel

TEOREMA 2. Dacă $P\{a_{ii}(\omega) < -L_i(\omega)\} \geqslant p_i$, $1 \leqslant i \leqslant n$, atunci: (a) polinomul caracteristic al matricii aleatoare $A = [a_{ij}(\omega)]_{1 \leqslant i,j \leqslant n}$ cu elemente independente şi a_{ii} reale este stabil cu probabilitatea egală cu cel puţin $\prod_{i=1}^n p_i$.

(b) în ipoteza suplimentară că matricea A este simetrică şi cu elementele reale, A este pozitiv definită cu probabilitatea cel mult $1 - \prod_{i=1}^{n} p_i$.

În cele ce urmează, notăm $\Lambda(\omega)$, respectiv $\lambda(\omega)$, valoarea proprie a matricei A avînd modulul cel mai mare, respectiv cel mai mic. Fie $M(\omega) = \max_i L_i(\omega)$, $m(\omega) = \min_i L_i(\omega)$.

TEOREMA 3. Presupunem că $P\{a_{ii} > L_i\} \geqslant p_i$ şi că a_{ij} sînt variabile aleatoare independente, iar a_{ii} sînt reale şi pozitive a.p., $1 \leqslant i, j \leqslant n$. Atunci au loc inegalităţile

$$\text{(a)}\quad P\{m(\omega) < \Lambda(\omega)\} \geqslant \max_i p_i;$$

$$\text{(b)}\quad P\{\lambda(\omega) \leqslant \min_i a_{ii} - M(\omega)\} \geqslant \prod_{i=1}^{n} p_i.$$

Un rezultat similar are loc pentru coloanele C_1, $1 \leqslant i \leqslant n$.

Demonstraţie. (a). Fie $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ valorile proprii ale lui A; se ştie că $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$, deci $\sum_{i=1}^{n} a_{ii} \leqslant \sum_{i=1}^{n} |\lambda_i| \leqslant n \cdot \Lambda(\omega)$. Pentru orice i avem $p_i \leqslant$ $\leqslant P\{a_{ii} > L_i\} \leqslant P\left\{\sum_{i=1}^{n} a_{ii} > \sum_{i=1}^{n} L_i\right\} \leqslant P\left\{\sum_{i=1}^{n} a_{ii} > n.m(\omega)\right\} \leqslant P\{n\Lambda(\omega) >$ $> n \cdot m(\omega)\} = P\{\Lambda > m(\omega)\}$.

(b) $\prod_{i=1}^{n} p_i \leqslant P\{a_{ii} > L_i,\ (\forall)i\}$. Dar valorile proprii ale lui A sînt situate în reuniunea discurilor $|\lambda - a_{ii}| < L_i$, deci pentru orice valoare proprie avem $|\lambda| \leqslant \min(a_{ii} - L_i)$, în ipoteza că $a_{ii} > L_i$, $(\forall)i$. Rezultă atunci $\prod_{i=1}^{n} p_i \leqslant P\{\lambda(\omega) \leqslant \min_i (a_{ii} - L_i)\} = P\{\lambda(\omega) \leqslant \min_i a_{ii} - M(\omega)\}$.

BIBLIOGRAFIE

[1] *V.I. Arnold* — Ecuaţii diferenţiale ordinare, Ed. ştiinţifică şi enciclopedică, 1978.
[2] *R. Bellman* — Introduction to matrix analysis. Mc Graw Hill, 1960.
[3] *L.G. Evlanov, V.M. Konstantinov* — Sisteme so slucianîmi parametrami, Moscova, 1976.

Stable random polynomials

One gives an estimation of the probability of a random algebraic polynomial to have the roots placed in some prescribed regions. In the first part a theorem of Hadamard is extended. In the second part of the work some sufficient conditions of stability of a random polynomial (the roots situated in the semiplane Re $z < 0$) are established.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICA
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

O GENERALIZARE A MULTIPLICATORULUI LUI IACOBI (INVARIANȚI INTEGRALI)

NICOLETA MIHU*

Această lucrare tratează un invariant integral, generalizîndu-se unghiurilor lui Euler, prin utilizarea formulelor pătratice corespondente.

Se știe că sistemul de ecuații diferențiale

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i(x_j) \qquad i,j = (1, \ldots, u)$$

admite invariantul integral

$$\iiint M dx_1 \ldots dx_n$$

dacă avem îndeplinită egalitatea :

$$\frac{\partial(MX_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(MX_2)}{\partial x_2} + \ldots + \frac{\partial(MX_n)}{\partial x_n} = 0$$

Problema se pune de a găsi acest M — numit și multiplicatorul lui Iacobi :

$$M(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

În lucrarea de față s-a căutat un invariant integral dat de „r", care este o funcție oarecare de forma :

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 - u^2 \tag{1}$$

Sistemul corespunzător este deci :

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z} = \frac{du}{-u} \tag{2}$$

Manuscris predat redacției la data de 8 noiembrie 1978
* Asistent Catedra Matematici III

Trebuie deci căutată o soluție M a ecuației:

$$\frac{\partial(Mx)}{\partial x}+\frac{\partial(My)}{\partial y}+\frac{\partial(Mz)}{z}-\frac{\partial(Mu)}{\partial u}=0 \tag{3}$$

Dacă considerăm

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial x}&=\frac{x}{r}\\ \frac{\partial r}{\partial y}&=\frac{y}{r}\\ \frac{\partial r}{\partial z}&=\frac{z}{r}\\ \frac{\partial r}{\partial u}&=\frac{u}{r}\end{aligned}\right\}$$

relații obținute prin diferențierea relației (1)

$$r\mathrm{d}r=x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y+z\mathrm{d}z-u\mathrm{d}u$$

rezultă:

$$2M+x\frac{\partial M}{\partial r}\cdot\frac{x}{r}+y\frac{\partial M}{\partial r}\cdot\frac{y}{r}+z\frac{\partial M}{\partial r}\cdot\frac{z}{r}-u\frac{\partial M}{\partial u}\cdot\frac{u}{r}=0$$

care este o ecuație cu derivate parțiale, neomogenă:

$$2M+r\frac{\partial M}{\partial r}-u\frac{\partial M}{\partial u}=0 \tag{4}$$

pe care o rezolv făcînd:

$$M(r,u)=R(r)U(u) \tag{5}$$

rezultă:

$$2M+rR'u-uRu'=0$$

Împărțind cu RU obținem:

$$2+r\frac{R'}{R}-u\frac{U'}{U}=0$$

$$2+r\frac{R'}{R}=U\frac{U'}{U}=K$$

pentru că sînt funcţii de cîte o variabilă diferită.

$$r\frac{R'}{R} = K - 2$$

$$\frac{R'}{R} = \frac{K-2}{V}$$

$$\ln R = (Y-2)\ln r + \ln c$$

$$\ln U = \ln u + \ln c'$$

rezultă :

$$\begin{cases} R = Ck^{k-2} \\ U = C'U^k \end{cases} \tag{6}$$

deci : $M = Ru = Cu^k r^{k-2}$
cînd : $k = 1$ avem :

$$M = \frac{U}{r} \text{ (densitatea)}$$

Un calcul asemănător se face pentru

$$r = x^2 + y^2 - z^2 - u^2$$

De fapt este vorba de o formă pătratică

$$F = a_{ij} x_i x_j \text{ cu } i, j = (1, 2, 3, 4)$$

unde a_{ij} sînt constante simetrice cu $|a_{ij}0| \neq 0$.
În continuare vom folosi aceste forme pentru a da o generalizare a unghiurilor Euler.

După cum se ştie această formă pătratică poate fi redusă prin transformări liniare cu coeficienţi reali, la una din următoarele trei forme canonice considerate :

$$F(x, y, z, u) = x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \tag{8}$$

$$F(x, y, z, u) = u^2 + y^2 + z^2 - u^2 \tag{9}$$

$$F(x, y, z, u) = x^2 + y^2 - z^2 - u^2 \tag{10}$$

Forma (8) corespunde cazului cînd $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ este pozitiv definită, form((9) numindu-se de tip hiperbolic normal, iar (10) de tip ultrahiperbolic.

Grupul care lasă invariantă fiecare din formele (8), (9), (10) este de forma :

$$\begin{aligned} x &= a_i X + a_2 Y + a_3 Z + a_4 U \\ y &= b_i X + b_2 Y + b_3 Z + b_4 U \\ z &= c_1 X + c_2 X + c_3 Z + c_4 U \\ u &= d_1 X + d_2 Y + d_3 Z + d_4 U \end{aligned} \tag{11}$$

Coeficienţii a_i, b_i, c_i, d_i, $(i = 1, 2, 3\ 4)$ verificînd respectiv condiţiile pătratice ;

$$a_i a_j + b_i b_j + c_i c_j + d_i d_j = \delta_{ij} \tag{8'}$$

$$a_i a_j + b_i b_j + c_i c_j - d_i d_j = \varepsilon \delta_{ij} \tag{9'}$$

$$a_i a_j + b_i b_j - c_i c_j - d_i d_j = \eta \delta_{ij} \tag{10'}$$

unde : $\varepsilon \begin{cases} 1 & \text{pentru } i, j = 1, 2, 3 \\ -1 & \text{pentru } i, j = 4 \end{cases}$

$\eta \begin{cases} 1 \text{ pentru } i, j = 1, 2 \\ -1 \text{ pentru } i, j = 3, 4 \end{cases}$

Vom arăta în fiecare caz în parte că cei 16 parametri a_i, b_i, c_i, d_i, verificînd cele 10 relaţii pătratice de forma : (8'), (9'), (10') se pot exprima în funcţie de 6 unghiuri : Φ, φ, ψ, Φ', φ', ψ'.
Să considerăm forma (8). Vom scrie transformarea 11 în care coeficienţii a, b, c, d, verifică condiţiile 8' ca un produs de două transformări, utilizînd grupul ortogonal 1 în care a_i, b_i, c_i sînt daţi de (2)

$$\begin{cases} x = a_i' y' + a_2' y' + a_3' z' \\ y = b_i' x' + b_2' y' + b_3' z' \\ z = c_1' x' + c_2' y' + c_3' z' \\ u = u' \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} u' = X \\ y' = B_2 Y + B_3 Z + B_4 U \\ z' = C_2 Y + C_3 Z + C_4 U \\ u' = D_2 Y + D_3 Z + D_4 U \end{cases} \tag{13}$$

unde a_i', b_i', c_i'($i = 1, 2, 3$) sînt daţi de formele (2), iar B_i, C_i, D_i ($i = 2, 3, 4$) sînt daţi de acelaşi formule (2), înlocuind însă pe Φ, φ, ψ respectiv cu Φ', φ', ψ'.

Faptul că produsul transformărilor (12) și (13) ne dă transformarea (11), se traduce prin egalitatea matricială :

$$\begin{Vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_1' & a_2' & a_3' & 0 \\ b_1' & b_2' & b_3' & 0 \\ c_1' & c_2' & c_3' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & B_3 & B_4 \\ 0 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 0 & D_2 & D_3 & D_4 \end{Vmatrix};$$

avem deci :

$$a_1 = a_1'; \quad a_2 = a_2' \cdot B_2 + a_3' C_2; \quad a_3 = a_2' B_3 + a_3' C_3; \quad a_4 = a_2' B_4 + a_3' C_4$$

$$b_1 = b_1'; \quad b_2 = b_2' \cdot B_2 + b_3' C_2; \quad b_3 = b_2' B_3 + b_3' C_3; \quad b_4 = b_2' B_4 + b_3' C_4$$

$$c_1 = c_1'; \quad c_2 = c_2' \cdot B_2 + c_3' C_2; \quad c_3 = c_2' B_3 + c_3' C_3; \quad c_4 = c_2' B_4 + c_3' C_4$$

$$d_1 = 0; \quad d_2 = D_2 \qquad d_3 = D_3 \qquad d_4 = D_4$$

BIBLIOGRAFIE

E. Goursat, Cours d'analyse mathématiques, Paris Gouthier 1942.
Elie Cartan, Lecons des invariants integraux, Paris Gouthier 1944.
Marcel Roşculeţ, Rev. Roum. Math. pure et appliqué, 1969.

Une généralisation du multiplicateur de Iacobi

Ce travail traite un invariant intégral, généralisant les angles d'Euler, ceci grâce à l'usage des formes potrétigues corespondantes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

MECANICĂ

C.Z.: 621.92
531.32

DINAMICA MAȘINILOR VIBRATOARE NECENTRATE ANTRENATE CU GENERATORI DE VIBRAȚII CU O MASĂ NEECHILIBRATĂ

MARIN RĂDOI, MARIUS MUNTEANU *

În lucrare se studiază o mașină vibratoare monomasică necentrată antrenată cu un generator cu o masă neechilibrată.

Se determină ecuațiile mișcării vibratoare staționare, se calculează puterea necesară antrenării și se determină forțele din lagăre.

Se face o analiză comparativă între mașina necentrată, mașina parțial centrată și mașina centrată.

Notații

m_1 — masa organului de lucru
m_0 — masa neechilibrată
r — excentricitatea masei neechilibrate
J_1 — momentul de inerție polar al organului de lucru în raport cu centrul de masă
J_0 — momentul de inerție polar al masei neechilibrate
r_g — raza de inerție corespunzătoare lui J_1
x, y — coordonatele centrului de masă C în raport cu poziția de echilibru
ψ — unghiul de rotație al organului de lucru măsurat de la poziția de echilibru
x_0, y_0 — proiecțiile distanței $l = \sqrt{x^2_0 + y^2_0}$ dintre centrul de masă și axul masei neechilibrate
k_x, k_y — constantele elastice transversală și respectiv longitudinală, a sistemului de arcuri elicoidale montate în paralel.
c_x, c_y — constantele de amortizare după direcțiile transversală și longitudinală.
l_1, l_2 — distanțele de la centrul de masă la suporții proiecțiilor rezultantei forței elastice.
l'_1, l'_2 — distanțele de la centrul de masă la suporții proiecțiilor forței de amortizare.

Introducere

O gamă foarte largă de mașini vibratoare se utilizează în prezent la transportul, separarea sau cernerea materialelor granulare. Aceste mașini sînt formate din una sau mai multe mase în mișcare vibratorie legate

Manuscris predat redacției la data de 21 septembrie 1979
* Prof. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., Catedra Mecanică

între ele prin elemente elastice. Mişcarea vibratorie poate fi imprimată fie cu ajutorul unor generatori de vibraţii mecanice cu mase neechilibrate rotitoare, fie cu generatori electromagnetici sau electrodinamici. Generatorii de vibraţii pot produce forţe perturbatoare dirijate dacă suportul lor este o linie dreaptă sau forţe nedirijate dacă forţele sînt vectori rotitori cu hodograf circular sau altă curbă închisă. În mod obişnuit aceste maşini se concep astfel încît să prezinte un plan de simetrie longitudinal iar masele să efectueze mişcări vibratorii de translaţie. Ultimul deziderat se obţine dacă maşina formează un sistem centrat adică suporţii forţelor perturbatoare, elastice şi de rezistenţă să treacă prin centrul de masă al organului de lucru antrenat. O centrare mai puţin restrictivă este pe deplin satisfăcătoare dacă suportul forţei perturbatoare trece prin centrul maselor. În acest caz particular vibraţiile proprii nu vor fi de translaţie în schimb se vor atenua repede, şi va rămîne numai vibraţia forţată de translaţie.

La o maşină echipată cu un generator de vibraţii dirijate, acesta poate fi montat în orice punct cu condiţia ca suportul forţei perturbatoare să treacă prin centrul de masă. Utilizarea unui generator de vibraţii nedirijate presupune o montare mai restrictivă, axul generatorului trebuind să coincidă cu centrul de masă. Această condiţie nu este îndeplinită decît cu un grad de aproximaţie mai mic sau mai mare fie din motive constructive, fie datorită unor modificări ulterioare ale distribuţiei maselor. De aici rezultă necesitatea studiului dinamicii maşinilor necentrate, cu precădere a maşinilor antrenate cu generatori de vibraţii nedirijate, pentru a pune în evidenţă efectul necentrării asupra vibraţiilor staţionare şi asupra puterii consumate.

Menţionăm că montajul necentrat poate fi utilizat pentru a imprima o mişcare vibratorie suplimentară organului de lucru, cu scopul de a spori viteza de transport sau gradul de separare a materialului.

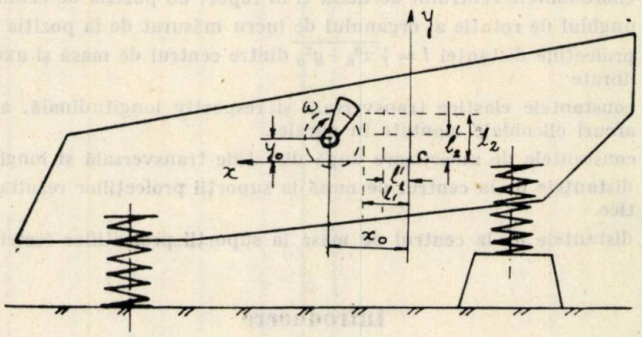


Fig. 1

În fig. 1 este reprezentată schematic o maşină monomasică, cu un generator de vibraţii cu o masă neechilibrată montat rigid pe organul de lucru, care la rîndul lui este montat pe batiu prin intermediul unor arcuri elicoidale.

1. Ecuațiile mișcării vibratoare staționare

Energia cinetică a organului de lucru și masei neechilibrate este

$$E_c = \frac{m_1\dot{x}^2}{2} + \frac{m_1\dot{y}^2}{2} + \frac{J_1\dot{\psi}^2}{2} + \frac{m_0}{2}(\dot{x} - y_0\dot{\psi} - \omega r \sin \omega t)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} m_0 (\dot{y} + x_0\dot{\psi} + \omega r \cos \omega t)^2 + \frac{J_0}{2}\omega^2 \tag{1}$$

Funcția de forță a sistemului este

$$U = -\frac{k_x}{2}(x - l_2\psi)^2 - \frac{k_y}{2}(y + l_1\psi)^2 \tag{2}$$

Forțele generalizate disipative sînt

$$\begin{aligned} Q_x &= -c_x(\dot{x} - l_2'\dot{\psi}) \\ Q_y &= -c_y(\dot{y} + l_1'\dot{\psi}) \\ Q_\psi &= -(c_x l_2'^2 + c_y l_1'^2)\dot{\psi} + c_y l_1'^2 \dot{x} - c_y l_1' \dot{y} \end{aligned} \tag{3}$$

Aplicînd ecuațiile lui Lagrande se obține sistemul

$$[M]\{\ddot{X}\} + [N]\{X\} + [K]\{X\} = \{F\} \tag{4}$$

unde

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & m_0 y_0 \\ 0 & m & m_0 x_0 \\ -m_0 y_0 & m_0 y_0 & J \end{bmatrix}; \quad \{X\} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} n_x & 0 & n_x l_2' \\ 0 & m_y & n_y l_1' \\ -c_x l_2' & c_y l_1' & c_x l_2'^2 + n_y l_1'^2 \end{bmatrix}; \{F\} = \begin{bmatrix} F_0 \cos \omega t \\ F_0 \sin \omega t \\ F_0(x_0 \sin \omega t - y_0 \cos \omega t) \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_x & 0 & -k_x l_2 \\ 0 & k_y & k_y l_1 \\ k_x l_2 & k_y l_1 & k_x l_2^2 + k_x l_1^2 \end{bmatrix}; \quad \begin{aligned} m &= m_1 + m_0 \\ J &= J_1 + m_0 l^2 \\ F_0 &= m_0 \omega^2 r \end{aligned}$$

Să considerăm la început cazul rezistențelor neglijabile adică $[N] = [0]$

Ecuația pulsațiilor proprii este

$$\det [[K] - p^2 [M]] = 0 \tag{6}$$

După înlocuiri

$$\begin{vmatrix} p_x^2 - p^2 & 0 & \varepsilon y_0 p^2 - p_x^2 l_2 \\ 0 & p_y^2 - p^2 & p_y^2 l_1 - \varepsilon y_0 p^2 \\ p_x^2 l_2^2 + \varepsilon y_0 p^2 & p_y^2 l_1 - \varepsilon x_0 p^2 & p_x^2 l_2^2 + p_y^2 l_1^2 - (r_0^2 + \varepsilon l^2) p^2 \end{vmatrix} = 0 \tag{7}$$

unde s-a notat

$$p_x = \frac{k_x}{m}; \quad p_y = \frac{k_y}{m}; \quad \varepsilon = \frac{m_0}{m} \tag{8}$$

Pentru a găsi soluția particulară a sistemului neomogen corespunzătoare mișcării staționare, considerăm că ecuația diferențială matricială dată este partea reală a ecuației complexe

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [K]\{Z\} = \{\bar{F}\} \tag{9}$$

unde

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix}; \quad \{\bar{F}\} = \begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_0 e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ -F_0 l e^{i\alpha} \end{bmatrix} e^{i\omega t}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0}{y_0} \tag{10}$$

Se încearcă soluții de forma

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_a \\ \bar{y}_a \\ \bar{\psi}_a \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} x_a e^{-i\varphi_1} \\ y_a e^{-i\varphi_2} \\ \psi_a e^{-i\varphi_3} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \tag{11}$$

Soluția ecuației diferențiale (4) cu $[N] = [0]$ este :

$$\{X\} = R_e\{Z\} = R_e[-[M]\omega^2 + [K]]^{-1}\{\bar{F}\} \tag{12}$$

Rezultă

$$\{X\} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a \cos(\omega t - \varphi_1) \\ y_a \cos(\omega t - \varphi_2) \\ \psi_a \cos(\omega t - \varphi_3) \end{bmatrix} \tag{13}$$

unde

$$x_a = \frac{F_0}{m\Delta}\sqrt{(\Delta_1' - y_0\Delta_1''')^2 + (\Delta_1'' - \Delta_1'''x_0)^2}\ ;\quad \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\Delta_1'''x_0 - \Delta_1''}{\Delta_1' - y_0\Delta_1'''}$$

$$y_a = \frac{F_0}{m\Delta}\sqrt{\Delta_2' - y_0\Delta_2''')^2 + (\Delta_2'' - \Delta_2'''x_0)^2}\ ;\quad \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{\Delta_2'''x_2 - \Delta_2''}{\Delta_2' - y_0\Delta_2'''} \tag{14}$$

$$\psi_a = \frac{F_0}{m\Delta}\sqrt{\Delta_3' - y_0\Delta_3''')^2 + (\Delta_3'' - \Delta_3'''x_0)^2}\ ;\quad \operatorname{tg}\varphi_3 = \frac{\Delta_3'''x_0 - \Delta_3''}{\Delta_3' - y_0\Delta_3'''}$$

cu notațiile

$$\Delta_1' = (p_y^2 - \omega^2)[p_x^2 l_2^2 + p_y^2 l_1^2 - (r_\varrho^2 + \varepsilon l^2)\,\omega^2] -$$

$$- (p_y^2 l_1 - \varepsilon x_0\omega^2)(p_y^2 l_1 - \varepsilon y_0\omega^2)$$

$$\Delta_1'' = (p_y^2 l_1 - \varepsilon x_0\omega^2)(\varepsilon y_0\omega^2 - p_x^2 l_2)$$

$$\Delta_1''' = (p_y^2 - \omega^2)(p_x^2 l_2 - \varepsilon y_0\omega^2)$$

$$\Delta_2' = (p_x^2 l_2 + \varepsilon y_0\omega^2)(\varepsilon y_0\omega^2 - p_y^2 l_1)$$

$$\Delta_2'' = (p_y^2 - \omega^2)[p_x^2 l_2^2 + p_y^2 l_1^2 - (r_\varrho^2 + \varepsilon l^2)\,\omega^2] -$$

$$- (p_x^2 l_2 + \varepsilon y_0\omega^2)(\varepsilon y_0\omega^2 - p_x^2 l_2) \tag{15}$$

$$\Delta_2''' = (p_y^2 - \omega^2)(p_y^2 l_1 - \varepsilon y_0\omega^2)$$

$$\Delta_3' = -(p_y - \omega^2)(p_x^2 l_2 + \varepsilon y_0\omega^2)$$

$$\Delta_3'' = (p_x^2 - \omega^2)(p_y^2 l_1 - \varepsilon x_0\omega^2)$$

$$\Delta_3''' = (p_x^2 - \omega^2)(p_y^2 - \omega^2)$$

$$\Delta = \omega^6[\varepsilon^3 y_0(x_0 + y_0) - r_\varrho^2 - \varepsilon l^2] + \omega^4[p_x^2(\varepsilon l_1 y_0 - \varepsilon l_2 y_0 - l_2^2) +$$

$$+ p_y^2(\varepsilon l_1 x_0 - \varepsilon^2 y_0^2 - l_1^2)] +$$

$$+ \omega^2[p_x^2 p_y^2(\varepsilon l_1 y_0 + \varepsilon l_1 x_0 - r_\varrho^2 - \varepsilon l^2 + l_1^2) - 2p_x^4 l_2^2] +$$

$$+ 2p_x^4 p_y^2 l_2^2$$

Ecuațiile (13) reprezintă ecuațiile parametrice ce descriu mișcarea plană a organului de lucru.

Eliminînd timpul din primele două ecuaţii (13), se obţine ecuaţia traiectoriei centrului de masă

$$\frac{x^2}{x_a^2} + \frac{y^2}{y_a^2} - \frac{2xy}{x_a\, y_a} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1) \tag{16}$$

Înclinarea semiaxei elipsei faţă de elipsa dirijată după axele sistemului este dată de unghiul β (fig. 2)

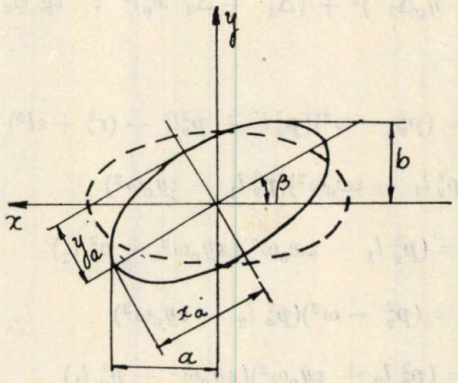


Fig. 2

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2x_a\, y_a \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{x_a^2 - y_a^2} \tag{17}$$

Elipsa de referinţă dată de ecuaţia canonică

$$\frac{x^2}{x_a^2} + \frac{y^2}{y_a^2} = 1$$

reprezintă traiectoria centrului masei organului de lucru ce realizează o mişcare de translaţie cînd maşina este centrată.

Amplitudinile vibraţiei centrului masei după axa ox şi respectiv oy sînt :

$$a = \frac{x_a\, y_a |\cos(\varphi_2 - \varphi_1)|}{\sqrt{\frac{1}{2}(x_a^2 + y_a^2) - \frac{1}{2}(x_a^2 - y_a^2)\cos 2\beta - x_a\, y_a \sin(\varphi_2 - \varphi_1)\sin 2\beta}}$$

$$b = \frac{x_a\, y_a |\cos(\varphi_2 - \varphi_1)|}{\sqrt{\frac{1}{2}(x_a^2 + y_a^2) + \frac{1}{2}(x_a^2 - y_a^2)\cos 2\beta - x_a y_a \sin(\varphi_2 - \varphi_1)\sin 2\beta}} \tag{18}$$

Cînd $|\varphi_2 - \varphi_1| < \frac{\pi}{2}$ sensul mișcării organului de lucru coincide cu sensul rotației masei neechilibrate. Cînd $|\varphi_2 - \varphi_1| > \frac{\pi}{2}$ organul de lucru se mișcă în sens opus rotației masei neechilibrate. Pentru $|\varphi_2 - \varphi_1| = \frac{\pi}{2}$ traiectoria eliptică degenerează într-o traiectorie rectilinie cu amplitudinea $a = \sqrt{\frac{y_a}{x_a}} \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$ și unghiul de înclinare $\beta_1 = \text{arc tg} \left[\frac{y_a}{x^v} \sin (\varphi_2 - \varphi_1) \right]$ Cazul particular $x_a = y_a$ și $\varphi_2 - \varphi_1$ conduce la o traiectorie circulară.

Condițiile necesare și suficiente pentru realizarea acestui caz, conform relațiilor (14), sînt :

$$(\Delta_2''' - \Delta_1''') x_0 = \Delta_2'' - \Delta_1''; \quad (\Delta_2''' - \Delta_1''') y_0 = \Delta_2' - \Delta_1' \tag{19}$$

Să considerăm un punct $A(x_1, y_1)$ al organului de lucru la distanța „d" de centrul de greutate pe o dreaptă paralelă cu axa ox.

Ecuațiile parametrice ale traiectoriei acestui punct sînt :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_a \cos(\omega t - \varphi_1) + d \cos[\psi_a \cos(\omega t - \varphi_3)] \\ y_1 &= y_a \cos(\omega t - \varphi_2) + d \sin[\psi_a \cos(\omega t - \varphi_3)] \end{aligned} \tag{20}$$

Deoarece perioada mișcării centrului de masă pe elipsă este identică cu perioada mișcării de rotație în jurul său, punctele organului de lucru se mișcă pe curbe închise de forma unor elipse deformate, mai alungite sau mai scurtate în funcție de unghiul de defazaj φ_3. Diferența de amplitudine pozitivă sau negativă este proporțională cu distanța „d". Se vede, deci, că prin acest montaj se poate obține atît un efect vibrator mai puternic, prin creșterea liniară a amplitudinilor înspre capetele organului de lucru, cît și efectul contrar prin diminuarea lor.

Aceste efecte pot fi obținute după direcția verticală.

O problemă ce prezintă interes este de a stabili în ce condiții este posibil ca organul de lucru să efectueze o mișcare de translație, adică mișcarea realizată de mașina centrată.

Condiția ca mișcarea de rotație a organului de lucru să nu aibă loc ($\psi_a = 0$) coincide cu îndeplinirea simultană a egalităților

$$\Delta_3' - y_0 \Delta_3''' = 0; \quad \Delta_3'' - \Delta_3''' x_0 = 0$$

ce se reduc la relațiile de condiție simple :

$$\left(\frac{\omega}{p_y}\right)^2 = \left(\frac{l_1}{x_0} - 1\right) \frac{1}{1 - \varepsilon}; \quad \left(\frac{\omega}{p_x}\right)^2 = \left(\frac{l_2}{y_0} + 1\right) \frac{1}{1 - \varepsilon} \tag{21}$$

Deoarece

$$\frac{1}{1-\varepsilon} = \frac{m_1}{m} = \frac{m_1}{m_1 + m_0} \approx 1$$

rezultă că pentru ca organul de lucru să efectueze numai mişcare de translaţie trebuie să se îndeplinească condiţiile

$$\left(\frac{\omega}{p_j}\right)^2 \simeq \frac{l_1}{x_0} - 1; \quad \left(\frac{\omega}{p_x}\right)^2 \simeq \frac{l_2}{y_0} + 1 \tag{22}$$

Cu alte cuvinte, dacă din motive tehnologice se prescrie un regim de mişcare în domeniul prerezonant ($\omega < p_{x\text{rez}}$; $\omega < p_{y\text{rez}}$), postrezonant ($\omega > p_{x\text{rez}}$, $\omega > p_{y\text{rez}}$) sau mixt ($\omega < p_{x\text{rez}}$, $\omega > p_{y\text{rez}}$; $\omega > p_{x\text{rez}}$, $\omega < p_{y\text{rez}}$ unde $p_{x\text{rez}}$, $p_{y\text{rez}}$ sînt soluţiile ecuaţiei (7), atunci rapoartele $\frac{l_1}{x_0}$ şi $\frac{l_2}{y_0}$ se aleg astfel încît să îndeplinească egalităţile (22) pentru ω dat. Distanţele x_0, y_0 se corectează prin amplasarea generatorului de vibraţii iar l_1, l_2 prin aranjarea convenabilă a bateriilor de arcuri montate în paralel.

În cazul general cînd $c_x \neq 0$, $c_y \neq 0$, ecuaţia matricială complexă asociată ecuaţiei (4) este

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [N]\{\dot{Z}\} + [K]\{Z\} = \{\bar{F}\} \tag{23}$$

Ecuaţia caracteristică a mişcării este

$$\det[[K] + r[N] + r^2[M]] = 0 \tag{24}$$

Se poate arăta că rădăcinile acestei ecuaţii sînt complexe cu partea reală nepozitivă deci vibraţiile proprii sînt amortizate.

Pentru a găsi soluţia staţionară a ecuaţiei (23), se încearcă soluţii de forma

$$\{\bar{Z}\} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_a^* \\ \bar{y}_a^* \\ \bar{\psi}_a^* \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} x_a^* e^{-i\varphi^*_1} \\ y_a^* e^{-i\varphi^*_2} \\ \psi_a^* e^{-\varphi^*_3} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \tag{25}$$

Soluţia ecuaţiei diferenţiale (4) adică partea reală a soluţiei ecuaţiei diferenţiale (23), este

$$\{X\} = R_e\{Z\} = R_e[-[M]\omega^2 + i[N]\omega + [K]]^{-1}\{\bar{F}\} \tag{26}$$

Rezultă

$$\{X\} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a^* \cos(\omega t - \varphi_1^*) \\ y_a^* \cos(\omega t - \varphi_2^*) \\ \psi_a^* \cos(\omega t - \varphi_3^*) \end{bmatrix} \tag{27}$$

unde

$$x_a^* = \left| \frac{\bar{\Delta}_1}{\bar{\Delta}} \right| = \frac{F_0}{m} \left| \frac{\bar{\Delta}_1'}{\bar{\Delta}} + i \frac{\bar{\Delta}_1''}{\bar{\Delta}} - le^{i\alpha} \frac{\bar{\Delta}_1''}{\bar{\Delta}} \right|$$

$$y_a^* = \left| \frac{\bar{\Delta}_2}{\bar{\Delta}} \right| = - \frac{F_0}{m} \left| \frac{\bar{\Delta}_2'}{\bar{\Delta}} + i \frac{\bar{\Delta}_2''}{\bar{\Delta}} - le^{i\alpha} \frac{\bar{\Delta}_2'''}{\bar{\Delta}} \right|$$

$$\psi_a^* = \left| \frac{\bar{\Delta}_3}{\bar{\Delta}} \right| = \frac{F_0}{m} \left| \frac{\bar{\Delta}_3'}{\bar{\Delta}} + i \frac{\bar{\Delta}_3''}{\bar{\Delta}} - le^{i\alpha} \frac{\bar{\Delta}_2'''}{\bar{\Delta}} \right| \tag{28}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1^* = I_m \frac{\bar{\Delta}_1}{\bar{\Delta}} \Big/ R_e \frac{\bar{\Delta}_1}{\bar{\Delta}} ; \quad \operatorname{tg} \varphi_2^* = I_m \frac{\bar{\Delta}_2}{\bar{\Delta}} \Big/ R_e \frac{\bar{\Delta}_2}{\bar{\Delta}} ;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3^* = I_m \frac{\bar{\Delta}_3}{\bar{\Delta}} \Big/ R_e \frac{\bar{\Delta}_3}{\bar{\Delta}}$$

Notațiile făcute sînt :

$$\bar{\Delta} = \begin{vmatrix} p_x^2 + 2n_x \omega i - \omega^2 & 0 & \varepsilon y_0 \omega^2 - 2n_x l_2' \omega i - p_x^2 l_2 \\ 0 & p_y^2 + 2n_y \omega i - \omega^2 & p_y^2 l_1 + 2n_y l_1' \omega i - \varepsilon y_0 \omega^2 \\ p_x^2 l_2 - 2n_x l_2' \omega i + \varepsilon y_0 \omega^2 & p_y^2 l_1 + 2n_y l_1' \omega i - \varepsilon x_0 \omega^2 & p_x^2 l_2^2 + p_y^2 l_1^2 + 2i(n_x l_2'^2 + \\ & & + n l_1'^2) - (r_g^2 + \varepsilon l^2) \omega^2 \end{vmatrix}$$

$$\bar{\Delta}_1' = (p_y^2 + 2n_y \omega i - \omega)[p_x^2 l_2^2 + p_y^2 l_1^2 + 2i(n_x l_2'^2 + n_y l_1'^2) -$$

$$- (r_g^2 + \varepsilon l^2) \omega^2] - (p_y^2 l_1 + 2n_y l_1' \omega i -$$

$$- y_0 \varepsilon \omega^2)(p_y^2 l_1 + 2n_y l_1' \omega i - \varepsilon x_0 \omega^2)$$

$$\bar{\Delta}_1'' = (p_y^2 l_1 + 2n_y l_1' \omega i - \varepsilon x_0 \omega^2)(p_x^2 l_2 + 2n_x l_2' \omega i - \varepsilon y_0 \omega^2)$$

$$\bar{\Delta}_1''' = (p_y^2 2n_y \omega i - \omega^2)(p_x^2 l_2 + 2n_x l_2' \omega - \varepsilon y_0 \omega^2)$$

$$\bar{\Delta}_2' = (p_x^2 l_2 - 2n l_2' \omega i + \varepsilon y_0 \omega^2)(\varepsilon y_0 \omega^2 - p_y^2 l_1 - 2n_y l_1' \omega i) \tag{29}$$

$$\bar{\Delta}_2'' = (p_x^2 + 2n_x\,\omega i - \omega^2)[p_x^2\,l_2^2 + p_y^2\,l_1^2 + 2i(n_x\,l_2'^2 + n_y\,l_1'^2) -$$

$$- (r_y^2 + \varepsilon l^2)\omega^2] - (p_x^2\,l_2 - 2n_x\,l_2'\,\omega i + \varepsilon y_0\omega^2)(\varepsilon y_0\omega^2 - 2n_x\,l_2'\omega i - p_x^2\,l_2)$$

$$\bar{\Delta}_2''' = (p_x^2 + 2n_x\,\omega i - \omega^2)(p_y^2\,l_1 + 2n_y\,l_1'\,\omega i - \varepsilon y_0\omega^2)$$

$$\bar{\Delta}_3' = (p_x^2\,l_2 - 2n_x\,l_2'\,\omega i + \varepsilon y_0\omega^2)(\omega^2 - 2n_y\,\omega i - p_y^2)$$

$$\bar{\Delta}_3'' = (p_x^2 + 2n_x\,\omega i - \omega^2)(p_y^2\,l_1 + 2n_y\,l_1'\omega i - \varepsilon x_0\omega^2)$$

$$\bar{\Delta}_3''' = (p_x^2 + 2n_x\,\omega i - \omega^2)(p_y^2 + 2n_y\,\omega i - \omega^2)$$

$$2n_x = \frac{c_x}{m}; \quad 2n_y = \frac{c_y}{m}$$

2. Expresiile forțelor din lagăre și a puterii necesare.

Aplicînd principiul lui d'Alembert, proiecțiile forței de reacțiune între arborele generatorului de vibrații și lagărul montat rigid pe organul de lucru sînt:

$$P_x = m_0 r\omega^2 \cos\omega t - m_0\ddot{x} + m_0 y_0\ddot{\psi}$$

$$P_y = m_0 r\omega^2 \sin\omega t - m_0\ddot{y} - m_0 x_0\ddot{\psi} \tag{30}$$

Relațiile (30) pot fi puse sub forma

$$P_x = F_0 f_y \cos(\omega t - \theta_x)$$

$$P_y = F_0 f_y \sin(\omega t - \theta_y) \tag{31}$$

unde

$$f_x = \sqrt{1 + \left(\frac{x_a}{r}\right)^2 + \left(\frac{y_0\psi_a}{r}\right)^2 + 2\frac{x_a}{r}\cos\varphi_1 - \frac{2y_0\psi_a}{r}\cos\varphi_3 - 2\frac{x_0y_0\psi_a}{r^2}\cos(\varphi_1 - \varphi_3)}$$

$$f_y = \sqrt{1 = \left(\frac{y_a}{r}\right)^2 + \left(\frac{x_0\psi_a}{r}\right)^2 + 2\frac{y_a}{r}\sin\varphi_2 + 2\frac{x_0\psi_a}{r}\sin\varphi_3 + 2\frac{x_0y_0\psi_a}{r^2}\cos(\varphi_2 - \varphi_3)}$$

$$\operatorname{tg}\theta_x = \frac{x_a \sin\varphi_1 - y_0\psi_a \sin\varphi_3}{r + x_a\cos\varphi_1 - y_0\,\psi_a\cos\varphi_3} \tag{32}$$

$$\operatorname{tg}\theta_y = \frac{r + y_a \sin\varphi_2 + x_0\psi_a \sin\varphi_3}{y_a\cos\varphi_2 + x_0\psi_a\cos\varphi_3}$$

Modulul rezultantei forței este

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

Aplicînd principiul lui d'Alembert, momentul rezultant al forțelor în raport cu axul generatorului este

$$M = m_0 r\,[\ddot{y}\cos\omega t - \ddot{x}\sin\omega t + (x_0\cos\omega t + y_0\sin\omega t)\ddot{\psi}] \tag{33}$$

Expresia (33) se poate pune sub forma

$$M = M_m - M_a\cos(2\omega t - \chi) \tag{34}$$

unde

$$M_m = \frac{F_0}{2}\,[x_a\sin\varphi_1 - y_a\cos\varphi_2 - x_0\psi_a\cos\varphi_3 - y_0\psi_a\sin\varphi_3] \tag{35}$$

$$M_a = \frac{F_0}{2}\,[(y_0\cos\varphi_1 + x_0\psi_a\cos\varphi_3 + x_a\sin\varphi_1 - y_0\psi_a\sin\varphi_3)^2 +$$

$$+ (y_a\sin\varphi_2 + x_a\sin\varphi_1 + y_0\psi_a\cos\varphi_3 + \psi_a x_0\sin\varphi_3)^2]^{\frac{1}{2}} \tag{36}$$

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{y_a\sin\varphi_2 + x_a\sin\varphi_1 + y_0\psi_a\cos\varphi_3 + x_0\psi_a\sin\varphi_3}{y_a\cos\varphi_2 + x_a\sin\varphi_1 + x_0\psi_a\cos\varphi_3 - y_0\psi_a\sin\varphi_3}$$

Relația (34) ne arată că momentul motor în cazul general este compus din două componente : una constantă și una cu variație armonică avînd frecvența dublă față de cea perturbatoare.

Valorile maximă și minimă ale momentului motor conform relației (34) sînt

$$M_{max} = M_m + M_a$$

$$M_{min} = M_m - M_a \tag{37}$$

Puterea instantanee necesară antrenării vibratorii este

$$N = M\omega$$

iar puterea necesară motorului de antrenare este

$$N_m = M_{max}\cdot\omega$$

unde M_{max} este dat de relațiile (37), (35), (36). S-a neglijat puterea consumată în lagărele generatorului.

Concluzii

Pentru mașina complet centrată adică pentru $L_1 = l_2 = l_1' = l_2' = 0$; $x_0 = y_0 = 0$ se obține un sistem de două ecuații diferențiale independente, avînd forma ecuației oscilatorului simplu amortizat sau neamortizat (dacă $c_x \approx c_y \approx 0$). Valorile critice ale pulsației perturbatoare sînt $\omega_{1cr} = \sqrt{p_x^2 - 2n_x^2}$; $\omega_{2cr} = \sqrt{p_y^2 - 2n_y^2}$ și respectiv $\omega_{1cr} = p_x$, $\omega_{2cr} = p_y$

Pentru maşina parţial centrată, adică pentru

$$l_1 \neq 0\,; \quad l_2 \neq 0\,; \quad l_1' \neq 0\,; \quad l_2' \neq 0\,; \quad x_0 = 0\,; \quad y_0 = 0$$

deci cu montajul centrat al generatorului, se obţine un sistem cu trei ecuaţii diferenţiale.

Menţionăm că dintre acestea numai două conţin termeni perturbatori datoraţi generatorului de vibraţii. Valorile critice ale pulsaţiei perturbătoare sînt date de ecuaţia (7). După un anumit interval de timp de la începutul mişcării, vibraţiile proprii se anulează, iar organul de lucru va efectua o mişcare de translaţie pe o elipsă înclinată, diferită de cea descrisă în cazul maşinii complet centrate. În consecinţă, atunci cînd se utilizează modelul simplificat al maşinii complet centrate (fără o verificare prealabilă şi a celorlalte condiţii) trebuie să se ţină seama de eroarea introdusă în primul rînd la calculul valorilor pulsaţiei critice care reprezintă elemente de referinţă pentru alegerea regimului de funcţionare.

Diversele variante posibile $l_1 \neq 0$ $l_2 = 0$, etc. nu prezintă modificări de principiu.

Pentru maşina parţial centrată pentru care

$$l_1 = l_2 = l_1' = l_2' = 0\,; \quad x_0 \neq y_0 \neq 0,$$

toate trei ecuaţiile diferenţiale conţin termeni perturbatori, deci mişcarea are acelaşi aspect ca şi în cazul maşinii necentrate tratat în extenso în lucrare.

S-a arătat că printr-un montaj necentrat se poate obţine un efect vibrator mai puternic sau mai diminuat funcţie de stabilirea unui anumit unghi de defazaj φ_3. Trebuie însă verificat în ce măsură consumul suplimentar de putere justifică un astfel de montaj. Expresiile de calcul obţinute în lucrare nu sînt date explicit datorită formei lor foarte complicate. Din acest motiv numai o programare pe calculator poate furniza rezultate comparative, cantitative şi calitative, între diferitele tipuri de montaje posibile. O astfel de programare este pe deplin justificată la o producţie de serie în mai multe variante tipodimensionale.

BIBLIOGRAFIE

[1] *M. Munteanu*, Unele probleme ale dinamicii sitelor vibratoare monomasice acţionate prin volant cu excentric. Rev. Construcţia de maşini, 21, (1969) nr. 1.

[2] *I. Bykhovsky*, Fundamentals of Vibration Engineering, Mir Publishers, Moscow, 1972.

The Dynamics of Noncentred Vibration Machines Driven by Vibration Generators with Unbalanced Mass

The paper studies a monomasic noncentred vibratory machine driven by a generator with unbalanced mass.

Stationary vibratory motions equations are determined, the driving power is calculated, and the forces in the bearings are determined.

A comparative analysis of noncentred, partially centred and centred machines is made.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

C.Z.: 536.2/.4

CONSIDERAȚII CRITICE ASUPRA DETERMINĂRII DEPLASĂRILOR ȘI TENSIUNILOR TERMICE ÎNTR-UN CILINDRU

ION ROȘCA *

În lucrare se efectuează o analiză critică a metodei actuale de determinare a deplasărilor și tensiunilor termice într-un cilindru. Scoțînd în evidență limitele metodei clasice, autorul propune depășirea acestor limite prin utilizarea metodei numerice de rezolvare.

Notații

u — deplasarea unui punct M în direcția radială ;
w — deplasarea unui punct M în direcția axială ;
r — raza punctului M ;
z — cota punctului M (axa Oz este axa de simetrie a cilindrului) ;
t — temperatura reală a punctului M ;
α — coeficientul de dilatare liniară ;
μ — coeficientul lui Poisson ;
ε_z — alungirea specifică de-a lungul axului cilindrului ;
ε_t — alungirea specifică pe o circumferință a cilindrului ;
r_{int} — raza interioară a cilindrului ;
r_{ext} — raza exterioară a cilindrului ;
L — lungimea cilindrului ;
E — modulul de elasticitate ;
T — temperatura punctului M dată de diferența dintre temperatura reală a punctului M și temperatura cea mai mică din cilindru ;

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Considerații generale

Mai întîi, în cele ce urmează, vom reaminti elementele ce se iau în considerare la determinarea formulelor de calcul a deplasărilor și tensiunilor termice într-un cilindru supus la o încălzire neuniformă.

Manuscris predat redacției la data de 13 septembrie 1979

* Șef lucrări Catedra Mecanică

Ipotezele care se pun şi care au o mare importanţă în rezolvare sînt :

a) cilindrul are o lungime infinită ;

b) temperatura variază numai radial ;

c) cîmpul de temperaturi este staţionar ;

d) cîmpul de temperaturi este axial simetric.

O consecinţă imediată a ipotezei a) este că deplasările u nu depind de z ci numai de r : $u = u(r)$. Pentru aceasta, se consideră că cilindrul (tubul, cilindrul gol) este format dintr-o mulţime de discuri de grosime dz, suprafeţele laterale ale acestor discuri presupunîndu-se că rămîn plane şi după deformaţie, adică discurile sînt delimitate de suprafeţe plane perpendiculare pe axa de simetrie a cilindrului atît înainte cît şi după deformaţie [1]. Trebuie remarcată în mod deosebit această presupunere care nu poate fi adevărată decît pentru cilindrii suficient de lungi.

În prezenta lucrare este pusă în discuţie indicaţia „cilindrii suficient de lungi", indicaţie care nu este pe deplin aprofundată şi nici respectată. Indicaţia de mai sus este însoţită de o precizare : rezultatele calculelor efectuate cu ajutorul formulelor obţinute în ipotezele de mai sus sînt valabile numai pentru „regiuni suficient de depărtate de extremităţile cilindrului".

Apar două probleme :

I. Ce formulă trebuie aplicată la un cilindru care nu este suficient de lung şi unde este limita dintre cilindrii suficient de lungi şi cilindrii scurţi ?

II. Care sînt deplasările şi tensiunile la capetele cilindrului şi la ce depărtare de capete sînt valabile formulele de la cilindrul infinit ?

La a doua problemă s-a dat un răspuns şi anume : distanţa faţă de capetele cilindrului trebuie să fie cel puţin egală cu 1,6 r_{ext} (de 1,6 ori raza exterioară) pentru a se aplica formulele de la cilindrul infinit [1]. Această valoare a fost stabilită prin introducerea unor corecţii de calcul în vederea îndeplinirii parţiale a condiţiilor la limită, la capetele cilindrului.

Datorită neîndeplinirii integrale a condiţiilor la limită, precum şi datorită considerării, la efectuarea corecţiilor, a cilindrului (tubului) suficient de gros, putem afirma că distanţa de 1,6 r_{ext} reprezintă o indicaţie orientativă.

La prima problemă se poate da de asemenea un răspuns pe baza celor expuse înainte şi anume : la limită, pentru un cilindru de lungime egală cu $2 \times 1{,}6\ r_{ext} = 3{,}2\ r_{ext}$, aplicarea formulelor de la cilindrul infinit este valabilă numai pentru planul transversal aflat la mijlocul cilindrului dat.

Se observă că răspunsurile la cele două probleme (I şi II) sînt incomplete şi insuficient justificate. Este deci necesară o analiză mai aprofundată a acestor două probleme.

Este cert că rezultatele de la cilindrul infinit nu pot fi extinse la cilindrii de lungime ori cît de mică. Pentru cilindrii scurţi, ca şi la discuri, avem [1] :

$$\varepsilon_r = \frac{z d\theta}{dr}, \quad \varepsilon_t = z\frac{\theta}{r}$$

unde z este distanța față de planul median. θ este rotirea față de axa cilindrului a unei paralele la această axă, ca urmare a deformațiilor. Deci :

$$\Delta(dr) = \varepsilon_r dr = z d\theta$$

adică u depinde de z și nu mai este respectată condiția $u = u(r)$.

O primă concluzie importantă a celor arătate mai sus este : pentru cilindrii de lungime finită, mai mică decît 3,2 r_{ext} (valoare neriguroasă), precum și pentru capetele cilindrilor de lungime mai mare decît $3{,}2r_{ext}$ este necesar un calcul corespunzător care să ia în considerare și variația lui u cu z, deci $u = u(r, z)$. Pentru aceasta este necesar să pornim de la ecuațiile termoelasticității spațiale. Rezolvarea acestor ecuații nu este posibilă decît pe cale numerică și deci este o rezolvare aproximativă, precizia de calcul putînd fi însă oricît de mare dorim. Rezolvarea numerică mai are în plus avantajul de a permite renunțarea la restricțiile impuse de ipoteza b) și eventual ipotezele c) și d) de mai sus [2], [3].

Formule de calcul

În cazul cilindrului de lungime infinită și supus la un cîmp de temperaturi axial simetric, constant în raport cu z și staționar, deplasările sînt date de ecuația diferențială [1] :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\alpha\frac{dt}{dr} \tag{1}$$

Din integrarea ecuației diferențiale (1), rezultă :

$$u = \frac{1}{r}\frac{1+\mu}{1-\mu}\int_{r_{int}}^{r} \alpha\, t(r) r\, dr + C_1 r + \frac{1}{r} C_2 \tag{2}$$

În ipoteza tensiunilor normale nule pe suprafața cilindrului, avem [1],

$$C_1 = \frac{1-3\mu}{1-\mu}\frac{1}{r_{ext}^2 - r_{int}^2}\int_{r_{int}}^{r_{ext}} \alpha t(r)\, r\, dr$$

$$C_2 = \frac{1+\mu}{1-\mu}\frac{r_{int}^2}{r_{ext}^2 - r_{int}^2}\int_{r_{int}}^{r_{ext}} \alpha t\,(r)\, r\, dr \tag{3}$$

Dacă considerăm pentru temperatură o variație logaritmică, avem :

$$t(r) = \frac{t_{int} - t_{ext}}{\ln k}\ln \rho \tag{4}$$

unde $k = \dfrac{r_{int}}{r_{ext}}$, $\quad \rho = \dfrac{r}{r_{ext}}$

Cunoscînd deplasările se pot calcula tensiunile termice [1]. În cazul cilindrilor de lungime finită şi supus la un cîmp de temperaturi axial simetric şi staţionar, temperatura putînd varia oricum în planul $0rz$, deplasările sînt date de sistemul de ecuaţii diferenţiale [4]:

$$\Delta u - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{1-2\mu}\cdot\frac{\partial e}{\partial r} - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu}\,\alpha\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$
$$\Delta w + \frac{1}{1-2\mu}\frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2(1+\mu)}{1-2\mu}\,\alpha\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \qquad (5)$$

Integrarea ecuaţiilor (5) se poate efectua numeric cu metoda diferenţelor finite [3]. Cunoscîndu-se deplasările se pot calcula tensiunile termice [2].

Deci, ecuaţiile (1) şi (5) servesc pentru determinarea deplasărilor într-un cilindru solicitat termic. În timp ce prin integrarea ecuaţiei (1) se obţin deplasările la distanţă suficient de mare de capetele unui cilindru suficient de lung, prin integrarea ecuaţiilor (5) se obţin deplasările într-un cilindru de lungime oarecare în orice punct al lui. În primul caz, cîmpul de temperaturi trebuie să fie constant în raport cu z, în al doilea caz poate varia cu z. Modul de rezolvare este expus în lucrările [2], [3].

Aplicaţie numerică

Pentru un cilindru avînd $r_{ext} = 1$, $r_{int} = 0{,}7$, $L = 4r_{ext}$, $t_{int} = 1$, $t_{ext} = 0$ s-au calculat deplasările punctelor aflate la mijlocul cilindrului pe faţa interioară şi pe faţa exterioară.

Considerînd că temperatura variază conform relaţiei (4), formulele (2) şi (3), în cazul ales dau următoarele valori:

— pentru $r = r_{int} = 0{,}7 : u_{int} = 0{,}3075$;

— pentru $r = r_{ext} = 1 : u_{ext} = 0{,}4399$.

Menţionăm că aceste rezultate sînt valabile numai într-o zonă foarte mică de o parte şi de alta a planului transversal aflat la mijlocul cilindrului, după cum s-a arătat mai sus (lungimea cilindrului este $L = 4r_{ext}$, faţă de limita $3{,}2r_{ext}$).

Integrarea numerică a ecuaţiilor (5), în acelaşi caz, cu aceleaşi condiţii pe contur [2], [3] dă următoarele valori în aceleaşi puncte:

— pentru $r = r_{int} = 0{,}7 : u_{int} = 0{,}2983$;

— pentru $r = r_{ext} = 1 : u_{ext} = 0{,}4364$.

Pentru integrarea numerică s-a considerat pe secțiunea dreptunghiulară a cilindrului o rețea [3] avînd pasurile :

$$h = \frac{r_{ext} - r_{int}}{8}, \quad l = \frac{L}{104}$$

După cum se vede cele două rezolvări coincid, diferența dintre valorile obținute pe cele două căi fiind mai mică decît 2%.

Deci, cele două metode conduc la aceleași rezultate, ceea ce înseamnă că se verifică reciproc. Integrarea numerică, însă, arată în plus că deplasările cresc spre capetele cilindrului, fiind la capete aproximativ de două ori mai mari decît la mijloc și anume :

$$u'_{int} = 0{,}7054, \quad u'_{ext} = 0{,}8016.$$

De asemenea pentru $L = 4r_{ext}$ se constată că numai pentru o zonă mică de la mijlocul cilindrului avem aceleași deplasări, după care acestea încep să crească spre capetele cilindrului.

La micșorarea pasurilor h și l precizia de calcul crește, de la anumite valori ale pasurilor, soluțiile aproximative convergînd către soluțiile reale.

Concluzii

Studiile efectuate de autor de-a lungul a numeroși ani au scos în evidență necesitatea reconsiderării modului de abordare a problemelor legate de deplasări și tensiuni termice. Desigur că, volumul mare de calcule și consumul mare de timp — calculator nu au permis autorului să cuprindă toate aspectele problemei și cu atît mai puțin să o epuizeze. Autorul consideră că rezultatele obținute sînt suficient de concludente pentru a se continua aprofundarea studiului.

În încheiere, cea mai importantă *observație* care se impune este că rezultatele de la cilindrul de lungime infinită se aplică în mod curent în diverse domenii, chiar și acolo unde este necesară o cunoaștere exactă a deformațiilor și tensiunilor termice pe toată lungimea cilindrului (lagăre de alunecare, rotoare de turbină, cilindri de motor etc.) și unde nu sînt îndeplinite condițiile de valabilitate a rezultatelor (zone insuficient depărtate de capete sau pur și simplu cilindru de lungime mai mică decît $4r_{ext}$). Rezultatele integrării numerice însă arată că nu se pot extinde fără discernămînt soluțiile de la cilindrul de lungime infinită la orice tratare a problemei deformațiilor și tensiunilor termice din diverse domenii unde, de multe ori, este necesar un calcul mult mai amănunțit.

Metoda diferențelor finite aplicată de autor desigur că nu este singura metodă numerică utilizabilă și rămîne de cercetat dacă nu există alte metode numerice mai eficiente.

BIBLIOGRAFIE

1. *Ponomariov, S.D., şi alţii,* Calculul de rezistenţă în construcţia de maşini, vol. II, Edit. Tehnică, Buc. 1963.
2. *Roşca, I.,* Studiul tensiunilor termice într-un cilindru solicitat de un cîmp de temperaturi axial simetric, St. cercet. mec. aplic., Tom 32, Nr. 3, 1973, p. 603—606.
3. *Roşca, I.,* Studiul deplasărilor într-un cilindru solicitat de un cîmp de temperaturi axial simetric, Bul. Inst. Politeh. Buc., Tom XXXV—1973, nr. 2, p. 79—82.
4. *Bezuhov, N.I. şi colaboratorii,* Rascioti na procinosti, ustoicivosti i kolebania v usloviah visokih temperatur, izd. maşinostroienie, Maskva, 1965.

Des considérations critiques sur la détermination des déplacements et des tensions thermiques dans un cylindre

Dans l'ouvrage il s'effectue, une analyse critique de la méthode actuelle de détermination des déplacements et des tensions thermiques dans un cylindre. Mettant en évidence les limites de la méthode classique, l'auteur propose le déplassement de ces limites par l'utilisation de la méthode numérique de résolution.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

C.Z.: 533:629.13.014

MOUVEMENT SUPERSONIQUE AUTOUR DE L'AILE DELTA EN ROTATION, AVEC SÉPARATION DU COURANT AUX BORDS

ȘTEFAN STAICU *

Dans l'article on étudie l'écoulement supersonique autour d'une aile delta tournant autour de son axe de symétrie en tenant compte du décollement du courant aux bords d'attaque.

L'effet de la rotation uniforme équivaut à une incidence anti-symétrique. En remplaçant l'influence des tourbillons par celle d'une aile fictive on établit des formules pour les coefficients aérodynamiques.

Introduction

Dans ce qui suit on étudie l'écoulement supersonique autour d'une aile delta tournant autour de son axe de symétrie, en tenant compte du décollement du courant aux bords d'attaque. Des formules pour les coefficients de portance et de moment de roulis seront données en fonction de l'angle d'incidence locale de l'aile.

Rapportons, dans ce but, l'aile delta à un système trirectangulaire $O_1 x_1 x_2 x_3$, ayant l'origine au sommet O du triangle et l'axe $O_1 x_1$ parallèle à la vitesse axiale supersonique U_∞ de d'aile (fig. 1). Soit yOz le plan défini par la section normale $x_1 = 1$, et encore le plan com-

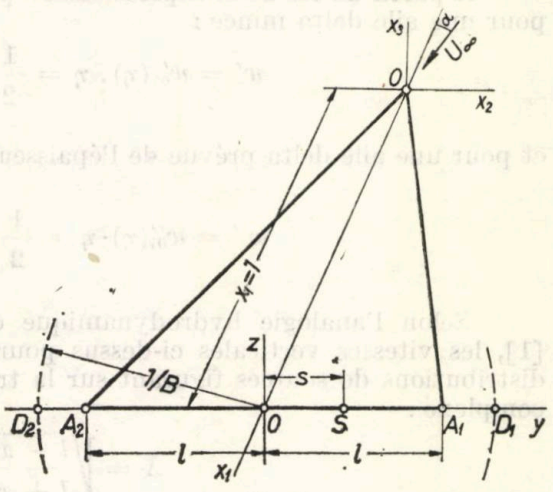


Fig. 1

Ouvrage reçu à la rédaction le 4 Octobre 1979

* Maître-Assistant dr. ing. Chaire de Mécanique

plexe $x = \xi_1 + i\xi_2$ donné par la transformation géométrique :

$$\xi_1 = y(1 - B^2z^2)^{-1},\ \xi_2 = z(1 - B^2z^2)^{-1}\ [1 - B^2(y^2 + z^2)]^{1/2}. \quad (1)$$

L'effet de la rotation uniforme équivaut à une incidence antisymétrique, distribuée proportionnellement à x_2. Dans ces conditions on a affaire avec un mouvement conique du deuxième ordre où la vitesse verticale est définie par la fonction linéaire :

$$w = w_{01}x_2 = x_1\alpha_{01}y\ U_\infty. \quad (2)$$

Tout comme dans le cas le l'aile delta anti-symétrique, l'écoulement autour de l'aile est accompagné de deux noyaux tourbillonaires ayant le même sens. Ces gros tourbillons vont troubler la distribution de la vitesse verticale sur l'aile de sorte que leurs effets deviennent nuls sur la ligne médiane Ox_1.

1. Vitesse verticale de perturbation

On va noter par

$$w_e = w_{01}^{(e)}(\eta)\cdot\eta \quad (3)$$

a vitesse verticale additionnelle créée par les tourbillons sur l'extrados de l'aile ;

$$w_i = w_{01}^{(i)}(\eta)\ .\ \eta \quad (4)$$

la vitesse verticale additionnelle sur l'intrados.

A partir de ces deux expressions on peut définir les vitesses verticales pour une aile delta mince :

$$w' = w'_{01}(\eta)\ .\ \eta = \frac{1}{2}(w_e - w_i) \quad (5)$$

et pour une aile delta prévue de l'épaisseur symétrique

$$w'' = w''_{01}(\eta)\cdot\eta = \frac{1}{2}(w_e + w_i). \quad (6)$$

Selon l'analogie hydrodynamique établie par Professeur Carafoli [1], les vitesses verticales ci-dessus pourront être réalisées à l'aide des distributions de sources figurant sur la trace A_1A_2 de l'aile dans le plan complexe :

$$X = \sqrt{\frac{l - x}{l + x}}\ . \quad (7)$$

Soit

$$q'\ \begin{cases} q'_{20}(\eta) = 0,\ q'_{21}(\eta) = 0,\ (0 < \eta < s) & (8a) \\ q'_{20}(\eta) = q_{20},\ q'_{21}(\eta) = q_{21},(s < \eta < l) & (8b) \end{cases}$$

la variation des intensités des sources pour l'aile mince, et

$$q'' \begin{cases} q'_{20}(\eta) = p_{20}\frac{\eta}{l},\ q''_{21}(\eta) = p_{21}\frac{\eta}{l},\ (0 < \eta < s) & (9a) \\ q''_{20}(\eta) = q_{20} + p_{20}\frac{\eta}{l},\ q''_{21}(\eta) = q_{21} + p_{21}\frac{\eta}{l},\ (s < \eta < l) & (9b) \end{cases}$$

pour l'aile composante épaisse.

2. Vitesse axiale de perturbation

En additionnant les contributions des bords subsoniques aux contributions des sources on obtient la vitesse axiale sur l'aile portante mince :

$$\frac{u'}{x_1} = u'_1 = \frac{A_{21}y}{\sqrt{l^2 - y^2}} + \frac{2}{\pi}\int_s^l (q_{20} + q_{21}y)\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l-y)}{2l\,(\eta - y)}}\,d\eta -$$

$$- \frac{2}{\pi}\int_s^l (q_{20} - q_{21}y)\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(l+\eta)(l+\eta)}{2l\,(\eta + y)}}\,d\eta =$$

$$= \frac{A_{21}y}{\sqrt{l^2 - y^2}} - \frac{1}{\pi}\Bigg[(q_{20} + yq_{21})(s - y)\ \operatorname{argch} \left|\frac{l^2 - sy}{l(s - y)}\right| -$$

$$- (q_{20} - yq_{21})(s + y)\ \operatorname{argch} \frac{l^2 + sy}{l(s + y)} - 2q_{21}y\sqrt{l^2 - y^2}\ \arccos\frac{s}{l}\Bigg]. \quad (10)$$

En utilisant le plan complexe

$$X = \sqrt{\frac{1 - Bx}{1 + Bx}}$$

l'aile d'épaisseur symétrique aura pour vitesse axiale, l'expression :

$$\frac{u''}{x_1} = u''_1 = \frac{2}{\pi}(B_{20} + B_{21}y)\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + Bl)(1 - By)}{2B(l - y)}} -$$

$$- \frac{2}{\pi}(B_{20} - B_{21}y)\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + Bl)(1 + By)}{2B(l + y)}} +$$

$$+ \frac{2}{\pi}\int_s^l (q_{20} + yq_{21})\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + B\eta)(1 - By)}{2B(\eta - y)}}\,d\eta -$$

$$- \frac{2}{\pi}\int_s^l (q_{20} - yq_{21})\ \operatorname{argch} \sqrt{\frac{(1 + B\eta)(1 + By)}{2B(\eta + y)}}\,d\eta +$$

$$+\frac{2}{\pi}\frac{p_{20}}{l}\int_0^l \eta\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-By)}{2B(\eta-y)}}-\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+By)}{2B(\eta+y)}}\right]d\eta+$$

$$+\frac{2}{\pi}\frac{p_{21}}{l}y\int_0^l \eta\left[\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1-By)}{2B(\eta-y)}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{argch}\sqrt{\frac{(1+B\eta)(1+By)}{2B(\eta+y)}}\right]d\eta. \tag{11}$$

A la fin des calculs de ces intégrales on obtiendra :

$$u_1''=\frac{2}{\pi}\left[B_{20}\operatorname{argch} Bl\sqrt{\frac{1-B^2y^2}{B^2(l^2-y^2)}}+B_{21}y\operatorname{argch}\sqrt{\frac{1-B^2y^2}{B^2(l^2-y^2)}}\right]+$$

$$+\frac{1}{\pi}\left\{(q_{20}+q_{21}y)\left[(l-y)\operatorname{argch}\frac{1-B^2ly}{B(l-y)}-(s-y)\operatorname{argch}\frac{1-B^2sy}{B(s-y)}\right]-\right.$$

$$-(q_{20}-q_{21}y)\left[(l+y)\operatorname{argch}\frac{1+B^2ly}{B(l+y)}-(s+y)\operatorname{argch}\frac{1+B^2sy}{B(s+y)}\right]+$$

$$\left.+\frac{2y}{B}q_{21}(\arcsin Bl-\arcsin Bs)\sqrt{1-B^2y^2}\right\}+$$

$$+\frac{1}{\pi l}\left\{\frac{1}{2}(l^2-y^2)\left[(p_{20}+p_{21}y)\operatorname{argch}\frac{1-B^2ly}{B(l-y)}-\right.\right.$$

$$-(p_{20}-p_{21}y)\operatorname{argch}\frac{1+B^2ly}{B(l+y)}\Big]+\frac{y}{B}\left[p_{20}\sqrt{1-B^2y^2}\arcsin Bl+\right.$$

$$\left.\left.\left.+\frac{p_{21}}{B}\left(B^2y^2\operatorname{argch}\frac{1}{By}+(1-\sqrt{1-B^2l^2})\sqrt{1-B^2y^2}\right)\right]\right\}. \tag{12}$$

3. Calcul des constantes

Les relations précédentes contiennent les constantes : A_{21}, B_{20}, B_{21}, q_{20}, q_{21}, p_{20}, p_{21}, qu'on va les déterminer là-dessous.

En se basant sur les conditions de compatibilité des mouvements coniques du deuxième ordre [1], on peut écrire :

$$Re\, i\int_{\text{aile}}^{\text{cône MACH}}\frac{\sqrt{1-B^2x^2}}{x}\left(\frac{d^2U_1'}{dx^2}\right)dx=w_{01}+w_{01}^{(0)} \tag{13}$$

Afin d'éviter certains calculs laborieux, on fait une approximation simplificatrice, en considérant une source concentrée, située en $\eta_c = \frac{1}{2}(l + s)$ dont l'intensité sera

$$Q_0 = (l - s)(q_{20} + xq_{21}). \tag{14}$$

En procedant de cette façon, on introduit dans (13) l'expression

$$U_1' = \frac{2}{\pi}(l - s)\left(q_{20} \operatorname{argch} \frac{\eta_c}{l}\sqrt{\frac{l^2 - x^2}{\eta_c^2 - x^2}} + xq_{21} \operatorname{argch} \sqrt{\frac{l^2 - x^2}{\eta_c^2 - x^2}}\right) \tag{15}$$

et on effectue l'intégration le long de l'axe ($\xi_1 = 0$, $x = i\xi_2$), entre les bornes 0, ∞ ; on obtient :

$$A_{21}\frac{(2 - B^2l^2)E(k) - B^2l^2K(k)}{l^2(1 - B^2l^2)} +$$

$$+ \frac{2}{\pi} q_{20}(l - s)\frac{\sqrt{l^2 - \eta_c^2}}{\eta_c l^2(1 - B^2\eta_c^2)}[(1 - B^2\eta_c^2)E(k) - B^2l^2(K(k) -$$

$$- \Pi(\rho, k))] + \frac{2}{\pi} q_{21}(l - s)\frac{B^2\sqrt{l^2 - \eta_c^2}}{(1 - B^2\eta_c^2)}[(2 - B^2\eta_c^2)\Pi(\rho, k) -$$

$$- K(k)] = w_{01} + w_{01}^{(0)}, \tag{16}$$

où $K(k)$, $E(k)$, $\Pi(\rho, k)$ représentent les intégrales elliptiques complètes respectivement de deuxième et troisième espèce, de module k et paramètre ρ :

$$\Pi(\rho, k) = K(k) + \frac{\sqrt{1 - B^2\eta_c^2}}{B^2\eta_c\sqrt{l^2 - \eta_c^2}}\left[\frac{\pi}{2} - K(k)E(\varphi_0, k') + \right.$$

$$\left. + (K(k) - E(k))F(\varphi_0, k')\right], \tag{17a}$$

$$k = \sqrt{1 - B^2l^2},\ \rho = B^2\eta_c^2 - 1,\ k' = Bl,\ \varphi_0 = \arcsin\frac{\eta_c}{l}. \tag{17b}$$

Les conditions de vitesses finies aux bords d'attaque donnent : $A_{21} = 0$, $B_{20} = 0$, $B_{21} = 0$.

En tenant compte des relations entre vitesses verticales et variation des sources

$$q_{20}'(\eta) = \frac{dw_{01}'}{d\eta}\frac{\eta^2}{(1 - B^2\eta^2)^{3/2}},\ q_{21}'(\eta) = -\frac{dw_{01}'}{d\eta}\frac{B^2\eta^3}{(1 - B^2\eta^2)^{3/2}}, \tag{18}$$

on intègre entre les bornes $\eta = 0$ et $\eta = l$:

$$w_{01}^{(1)} - w_{01}^{(0)} = -\frac{1}{2} B q_{20} \left[\sqrt{1 - B^2 l^2} \left(Bl + \frac{2}{Bl} \right) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 - B^2 s^2} \left(Bs + \frac{2}{Bs} \right) + 3(\arcsin Bl - \arcsin Bs) \right], \quad (19a)$$

$$w_{01}^{(1)} - w_{01}^{(0)} = \frac{1}{2} q_{21} \left[\sqrt{1 - B^2 l^2} \left(2 + \frac{1}{B^2 l^2} \right) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 - B^2 s^2} \left(2 + \frac{1}{B^2 s^2} \right) - 3 \left(\operatorname{argch} \frac{1}{Bl} - \operatorname{argch} \frac{1}{Bs} \right) \right]. \quad (19b)$$

D'autre part on écrit les conditions de moyenne sur les vitesses verticales des ailes composantes définies auparavant :

$$w_{01}^{(1)} = \frac{q_{20}}{8Bl^2} \{3(Bl \sqrt{1 - B^2 l^2} - Bs \sqrt{1 - B^2 s^2} + \arcsin Bl - \arcsin Bs) +$$

$$+ 2 [Bl (1 - B^2 l^2)^{3/2} - Bs (1 - B^2 s^2)^{3/2}]\}, \quad (20a)$$

$$w_{01}^{(1)} = \frac{p_{20}}{5B^2 l^3} [(1 - B^2 l^2)^{5/2} - 1], \quad (20b)$$

$$w_{01}^{(1)} = \frac{p_{21}}{B^2 l^2} \left[\frac{1}{4} (1 - B^2 l^2)^{3/2} + \frac{3}{8} \left(\sqrt{1 - B^2 l^2} + \frac{\arcsin Bl}{Bl} \right) \right]. \quad (20c)$$

Le système d'équations (16), (19) et (20) nous donne les constantes

$$q_{20} = \frac{I_{21}}{I_{20} J_{21} - I_{21} J_{20}} w_{01}, \quad q_{21} = -\frac{I_{20}}{I_{20} J_{21} - I_{21} J_{20}} w_{01} \quad (21)$$

avec les notations suivantes :

$$I_{20} = B \left[\left(Bl + \frac{2}{Bl} \right) \sqrt{1 - B^2 l^2} - \left(Bs + \frac{2}{Bs} \right) \sqrt{1 - B^2 s^2} + \right.$$

$$\left. + 3(\arcsin Bl - \arcsin Bs) \right] \quad (22a)$$

$$I_{21} = \left(2 + \frac{1}{B^2l^2}\right)\sqrt{1 - B^2l^2} - \left(2 + \frac{1}{B^2s^2}\right)\sqrt{1 - B^2s^2} -$$

$$- 3\left(\operatorname{argch}\frac{1}{Bl} - \operatorname{argch}\frac{1}{Bs}\right) \tag{22b}$$

$$I_{22} = \frac{2\left(1 - \frac{s}{l}\right)^{3/2}\left(3 + \frac{s}{l}\right)^{1/2}}{\pi l\left(1 + \frac{s}{l}\right)\left[4 - B^2l^2\left(1 + \frac{s}{l}\right)^2\right]} \tag{22c}$$

$$I_{23} = 4 - B^2l^2\left(1 + \frac{s}{l}\right)^2 E(k) - 4B^2l^2\,[K(k) - \Pi(\rho, k)] \tag{22d}$$

$$I_{24} = \frac{1}{8Bl^2}\{3(\arcsin Bl - \arcsin Bs + Bl\sqrt{1 - B^2l^2} - Bs\sqrt{1 - B^2l^2}) +$$

$$+ 2[Bl(1 - B^2l^2)^{3/2} - Bs(1 - B^2s^2)^{3/2}]\} \tag{22e}$$

$$I_{25} = \left[8 - B^2l^2\left(1 + \frac{s}{l}\right)^2\right]\Pi(\rho, k) - 4\,K(k) \tag{22f}$$

$$J_{20} = I_{22} \cdot I_{23} + I_{24} \tag{22g}$$

$$J_{21} = \frac{1}{2}(I_{22} \cdot I_{25} - I_{21}). \tag{22h}$$

Les autres deux constantes prennent la forme :

$$p_{20} = 5B^2l^3q_{20} \cdot I_{24}^{*} \cdot [(1 - B^2l^2)^{5/2} - 1]^{-1} \tag{23a}$$

$$p_{21} = B^2l^2q_{20} \cdot I_{24} \cdot \left[\frac{1}{4}(1 - B^2l^2)^{3/2} + \frac{3}{8}\left(\sqrt{1 - B^2l^2} + \frac{\arcsin Bl}{Bl}\right)\right]^{-1} \tag{23b}$$

4. Caractéristiques aérodynamiques de l'aile

— Coefficient de pression à l'extrados et l'intrados :

$$C_{pe} = -\frac{2}{U_\infty}(u_1' + u_1''),\quad C_{pi} = -\frac{2}{U_\infty}(-u_1' + u_1''). \tag{24}$$

— Coefficient de portance :

$$C_z = \frac{8}{3lU_\infty}\int_0^l u_1' \, dy = \frac{8l}{9\pi U_\infty}\left[(3q_{20} - q_{21}s)\left(\sqrt{1 - \frac{s^2}{l^2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{s^2}{l^2} \operatorname{argch} \frac{l}{s}\right) + 2q_{21}l \arccos\frac{s}{l}\right]. \tag{25}$$

— Coefficient du moment de roulis autour de l'axe Ox_1 :

$$\frac{H}{l} C_m = \frac{2}{l^2 U_\infty}\int_0^l u'y dy = \frac{l}{6U_\infty}\left[(2q_{20} + q_{21}s)\left(1 - \frac{s^2}{l^2}\right)^{7/2} + \right.$$

$$\left. + q_{21}l\left(\frac{3}{2}\arccos\frac{s}{\iota} - \frac{l_3}{s_3}\sqrt{1 - \frac{s^2}{l^2}}\right)\right], \tag{26}$$

où H représente une longueur de référence.

Afin de définir le paramètre s on remarque que le sommet des dépressions à l'extrados de l'aile se trouve à peu-près à mi-distance entre le centre géométrique des intensités des sources et le point d'abscisse s, dont la position est inconnue. Par conséquent on peut établir la relation suivante entre s et c :

$$\frac{s}{l} = \frac{1}{3}\left(4\frac{c}{l} - 1\right). \tag{27}$$

On admet encore pour l'abscise du centre du noyau tourbillonaire la formule approximative :

$$\frac{c}{l} = (1 + 1{,}1\alpha^{1/2})^{-1}, \tag{28}$$

où α représente l'incidence locale de l'aile au point de coordonnées $x_1 = {}^3/_4$, $x_2 = {}^2/_3\, x_1 l = l/2$.

BIBLIOGRAPHIE

1. *E. Carafoli*, Wing Theory in Supersonic Flow (Pergamon Press, London, 1969).
2. *E. Carafoli, Șt. Staicu* Sur un modèle théorique concernant l'aile delta mince avec décollement aux bords d'attaque. (Journal de Mécanique, Vol. 6, nr. 2, Paris, Juin 1967).

Mișcarea supersonică în jurul aripii delta în rotație, cu separația curentului la borduri

În lucrare se studiază scurgerea supersonică în jurul unei aripi delta care se rotește în jurul axei sale de simetrie, ținînd seama de desprinderea curentului de-a lungul bordurilor de atac.

Efectul rotației uniforme echivalează cu o incidență antismetrică.

Înlocuind influența vîrtejurilor prin aceea a unei aripi fictive se stabilesc formule pentru coeficienții aerodinamici.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

MECANICĂ FINĂ

C.Z.: 621.54
62—525

STUDIUL COMPORTĂRII MOTOARELOR PNEUMATICE PAS CU PAS ÎN REGIM DINAMIC

(Partea I-a)

T. DEMIAN, V. BANU, A. PASCU *

În lucrare se analizează, prin simulare numerică pe calculator, comportarea în regim dinamic a unui nou tip de motor pneumatic pas cu pas.

În acest scop, pe baza unui model de calcul simplificat, au fost stabilite ecuațiile diferențiale de funcționare sub formă adimensională și programul de calcul.

Rezultatele obținute, prezentate sub formă de grafice, permit analiza rapidă a influenței diferiților parametrii și stabilirea regimului optim de funcționare.

Introducere

La noul tip de motor pneumatic pas cu pas trifazat realizat de autori [1], forma triunghiulară a dinților rotorului are drept consecință oprirea acestuia în pozițiile de indexare cu șoc.

O construcție îmbunătățită constă în racordarea flancurilor drepte printr-o porțiune circulară de rază R (fig. 1). Această soluție, simplă tehnologic și satisfăcătoare funcțional, permite modificarea convenabilă a unghiului de presiune pentru un pas unghiular.

Unghiul de presiune rămîne constant pe porțiunea dreaptă A_1A_2 și scade de la valoarea constantă α_0 la zero, pe porțiunea circulară A_2A_3, ceea ce are drept consecință micșorarea continuă a momentului motor pînă la valoarea minimă. Pentru exemplificare în fig. 2 s-a reprezentat variația funcției momentului motor γ definită prin relația :

$$\gamma = \frac{3M_s}{n_s D_m Q} = \frac{1}{\operatorname{ctg}(\alpha - \rho)\left(1 - \frac{2\mu x}{l}\right) + \mu\left(1 + \frac{\mu d_0}{l} + \frac{2s}{l}\right)} \qquad (1)$$

pe intervalul $0 \div \varphi_p$.

Trecerea rotorului de la o poziție de echilibru stabil la poziția următoare, se realizează prin decuplarea circuitului de alimentare corespunză-

Manuscris predat redacției la data de 1 octombrie 1979
* Prof. dr. doc. ing.; Asist. ing.; Șef lucrări dr. ing. Catedra Mecanică Fină

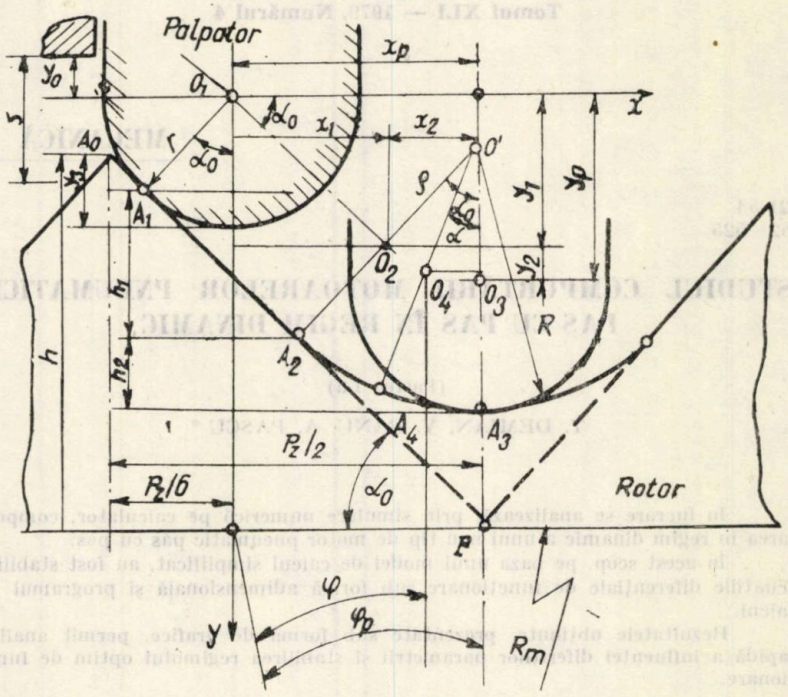


Fig. 1. Geometria palpatorului și rotorului modificat.

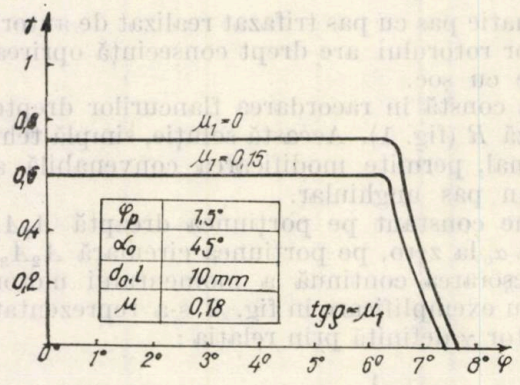


Fig. 2. Caracteristica momentului motor static $\gamma = \gamma(\varphi)$.

tor acestei poziții și cuplarea la sursa de presiune a circuitului următor. Se realizează astfel, un dezechilibru între momentul motor și momentul rezistent exterior care se menține pe toată perioada efectuării pasului unghiular, astfel încît, rotorul va oscila mai mult sau mai puțin amortizat, înainte de a se opri în noua poziție de echilibru.

În continuare, va fi prezentată funcționarea motorului pneumatic pas cu pas în regim dinamic, studiată prin simulare numerică pe calculator.

1. Stabilirea ecuațiilor de funcționare

Schema de calcul este prezentată în fig. 3 și cuprinde următoarele elemente : sursa de presiune constantă (1), amplificatorul de presiune (2), conducta de legătură (3), placa de distribuție (4) și motorul cu elementele de execuție (5).

Amplificatorul de presiune este echivalent cu un distribuitor cu două poziții de lucru și trei orificii, cu poziție preferențială (consumatorul legat la atmosferă) iar din punct de vedere logic realizează funcția „identitate". La apariția semnalului de comandă, de joasă presiune P_x, amplificatorul întrerupe legătura camerelor de lucru cu atmosfera și le cuplează la sursa

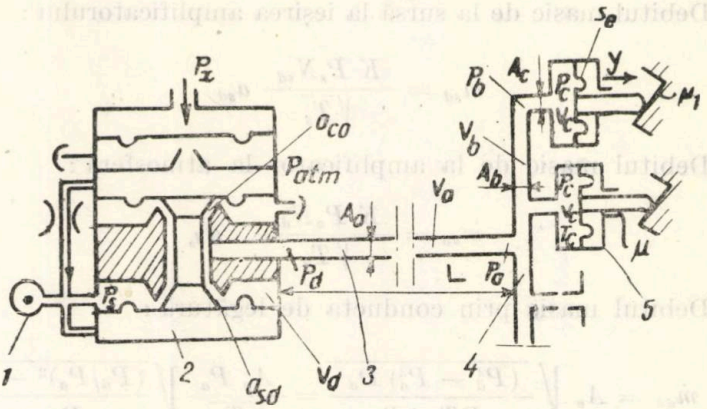


Fig. 3. Schema de calcul pentru secțiunea pneumatică.

de presiune constantă. Trecerea de la o poziție de lucru la alta se face într-un anumit timp, în care camerele de lucru sînt legate atît la sursa de presiune cît și la atmosferă.

Modelul considerat este format din două secțiuni principale denumite „secțiunea pneumatică" și „secțiunea mecanică" și poate fi ilustrat și prin graficul din fig. 4.

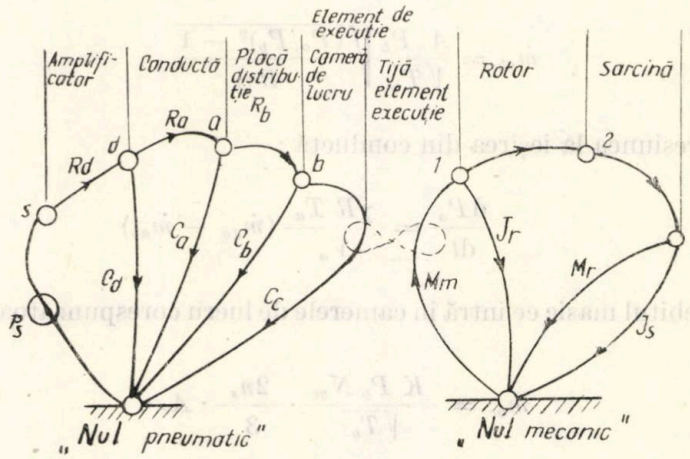


Fig. 4. Graful liniar al ansamblului amplificator-motor-sarcină.

Din punct de vedere matematic, descrierea funcționării motorului pas cu pas, se face prin ecuația de mișcare, corelată cu ecuația presiunii din camerele de lucru ale elementelor de execuție.

Pentru secțiunea pneumatică, în locul parametrilor R (rezistență pneumatică) și C (capacitate pneumatică), care sînt mărimi neliniare, greu de explicitat, se va utiliza ecuația debitului masic [2] printr-o rezistență și ecuația presiunii [3] dintr-o cameră de volum constant sau variabil.

Conform notațiilor din fig. 4 rezultă :

— Debitul masic de la sursă la ieșirea amplificatorului :

$$\dot{m}_{sd} = \frac{K\, P_s N_{sd}}{\sqrt{T_s}}\, a_{sd} \tag{2}$$

— Debitul masic de la amplificator la atmosferă :

$$\dot{m}_{do} = \frac{K\, P_d N_{do}}{\sqrt{T_d}}\, a_{d_0} \tag{3}$$

— Debitul masic prin conducta de legătură :

$$\dot{m}_{da} = A_a \sqrt{\frac{(P_d^2 - P_a^2)\, D_a}{R T_a\, \lambda L_a}} = \frac{A_a\, P_a}{\sqrt{T_a}} \sqrt{\frac{(P_d/P_a)^2 - 1}{R c_a}} \tag{4}$$

— Presiunea la ieșirea din amplificator :

$$\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}t} = \frac{\chi R\, T_d}{V_d} (\dot{m}_{ad} - \dot{m}_{do} - \dot{m}_{da}) \tag{5}$$

— Debitul masic prin placa de distribuție :

$$\dot{m}_{ab} = \frac{A_b P_b}{\sqrt{T_b}} \sqrt{\frac{(P_a/P_b)^2 - 1}{R c_b}} \tag{6}$$

— Presiunea la ieșirea din conductă :

$$\frac{\mathrm{d}P_a}{\mathrm{d}t} = \frac{\chi R\, T_a}{V_a} (\dot{m}_{da} - \dot{m}_{ab}) \tag{7}$$

— Debitul masic ce intră în camerele de lucru corespunzătoare unei faze :

$$\dot{m}_{bc} = \frac{K\, P_b\, N_{bc}}{\sqrt{T_b}} \cdot \frac{2n_s}{3} \cdot A_c \tag{8}$$

— Presiunea în placa de distribuție :

$$\frac{\mathrm{d}P_b}{\mathrm{d}t} = \frac{\chi R\, T_b}{V_b} (\dot{m}_{ab} - \dot{m}_{bc}) \tag{9}$$

— Presiunea în camerele de lucru ale elementelor de execuţie :

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{\chi R T_c}{V_c} \cdot \frac{3\dot{m}_{bc}}{2n_s} - \frac{\chi P_c}{V_c} \cdot \frac{dV_c}{dt} \tag{10}$$

În relaţiile (2) ... (10) s-au folosit notaţiile :

χ = 1,4 coeficientul adiabatic al aerului ;

R = 287,04 $\left[\frac{m^2}{s^2\,°K}\right]$ constanta aerului ;

$K = \left[\frac{\chi}{R}\left(\frac{2}{\chi+1}\right)\frac{\chi+1}{\chi-1}\right]^{1/2} = 0{,}040415\left[\frac{\sqrt{°K}\,s}{m}\right]$

P = presiunile absolute $[Pa]$;

T = temperaturile absolute $[°K]$;

A — secţiunile de curgere constante $[m^2]$;

a — secţiunile de curgere variabile $[m^2]$;

$c = \frac{\lambda L}{D}$ — factorul de pierderi de presiune în conducte ;

$\frac{2}{3} n_s$ — numărul de elemente de execuţie pe o fază, care lucrează simultan.

Avînd în vedere numărul mare de ecuaţii şi de parametri ce trebuie determinaţi prin calcul sau măsurători, s-a operat simplificarea modelului matematic, pentru secţiunea pneumatică, prin următoarele ipoteze :

a) Temperaturile absolute se consideră egale şi constante ;

b) Pierderile de presiune în conducta de legătură, placa de distribuţie şi la intrarea în camerele de lucru se consideră neglijabile, avînd în vedere vîscozitatea redusă a aerului, lungimea relativ mică a conductelor de legătură şi suprafaţa de curgere relativ mare a orificiilor de intrare. În aceste condiţii, se poate considera presiunea instantaneu egală în conducta de legătură şi camerele de lucru deci : $P_d = P_a = P_b = P_c$;

c) deplasarea organului mobil al amplificatorului se face cu viteză constantă într-un timp t_1.

Cu aceste simplificări, ecuaţiile de funcţionare pentru secţiunea pneumatică devin :

$$\dot{m}_{sc} = \frac{K P_s N_{sc}}{\sqrt{T_s}} a_{sd} \tag{11}$$

$$\dot{m}_{co} = \frac{K P_c N_{co}}{\sqrt{T_s}} a_{do} \tag{12}$$

$$\frac{d P_c}{d t} = \frac{\chi R T_c}{V_t}(\dot{m}_{sc} - \dot{m}_{co}) - \frac{\chi P_c}{V_t}\frac{d V_t}{d t} \tag{13}$$

în care :

$$V_t = \left(V_d + V_a + V_b + \frac{2n_s}{3} V_{co}\right) + \frac{2n_s}{3} y S_e \tag{14}$$

reprezintă volumul total al elementelor corespunzătoare unei faze, iar S_e este suprafaţa efectivă a unui element de execuţie.

Rezultă :

$$\frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}t} = \frac{2n_s}{3} S_e \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \tag{15}$$

Pentru secţiunea mecanică ecuaţia de mişcare are forma :

$$J\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + B\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} + M_r = M_m \tag{16}$$

în care s-au notat cu : φ — unghiul de rotaţie al rotorului ; I — momentul de inerţie total ; B — coeficientul de frecare vîscoasă ; M_r — momentul rezistent total exterior ; M_m — momentul motor, dat de relaţia [1] ;

$$M_m = \frac{n_s D_m p_c S_e}{3}\gamma \tag{17}$$

Legătura între cele două secţiuni, se face prin intermediul elementelor de execuţie, deplasarea tijelor palpatoare y şi presiunea din camere p_c, în funcţie de care se exprimă momentul motor.

2. Ecuaţiile de funcţionare exprimate adimensional.

Deoarece există un număr mare de variabile şi parametri, pentru a reduce complexitatea ecuaţiilor şi a uşura interpretarea soluţiilor, se vor introduce variabile şi parametri adimensionali. În acest scop se aleg următoarele mărimi de bază, la care se vor raporta celelalte mărimi similare ; P_s — presiunea absolută a sursei ; T_s — temperatura absolută a sursei ; φ_p — pasul unghiular ; Y_p — deplasarea tijelor palpatoare corespunzătoare unui pas unghiular ; A_d — aria efectivă de curgere a amplificatorului de putere ;

$$\Omega_b = \sqrt{\frac{n_s D_m P_s S_e}{3J}} \quad \text{— pulsţaţia de bază ;} \tag{18}$$

$\tau = t\Omega_b$ — timpul adimensional.

Înmulţind relaţia (13) cu $\dfrac{1}{\Omega_b P_s}$ rezultă :

$$\frac{\mathrm{d}P_c^*}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\beta_1 T_c^*(N_{sc} a_{sc}^* - P_c^* N_{co} a_{co}^*) - \chi P_c^* \dfrac{\mathrm{d}y^*}{\mathrm{d}\tau}}{\beta_2 + y^*} \tag{19}$$

în care s-au notat cu :

$$P^* = \frac{P_c}{P_s}\ ;\ T_c^* = \frac{T_c}{T_s}\ ;\ a_{sc}^* = \frac{a_{sc}}{A_d} \tag{20}$$

$$a_{co}^* = \frac{a_{co}}{A_d}\ ;\ y^* = \frac{y}{Y_p}$$

și respectiv :

$$\beta_1 = \frac{3\chi RKA_d\sqrt{T_s}}{2\,n_s S_e Y_p \Omega_b}\ ;\ \beta_2 = \frac{3V_{to}}{2\,n_s S_e Y_p} \tag{21}$$

În relația (19), β_1, β_2, χ, T_c^* sînt constante, N_{sc} și N_{co} sînt funcții de presiunile adimensionale iar a_{sc}^* și a_{co}^* sînt funcții de timp.

În cazul amplificatorului de presiune cu supape conice, secțiunile de curgere a_{sc}^* și a_{co}^* sînt definite pe diferite intervale de timp conform tabelului 1.

În relațiile din tabelul 1, t_1^* reprezintă timpul adimensional necesar pentru deschiderea — închiderea amplificatorului; t_2^* timpul cît rămîne deschis iar $T^* = 2t_1^* + t_2^*$ este durata impulsului de presiune.

Tabelul 1

Secțiunea de curgere	Valoarea inițială ($\tau = 0$)	Valorile pe diferite intervale de timp			
		$0 \leqslant \tau \leqslant t_1^*$	$t_1^* < \tau \leqslant t_1^* + t_2^*$	$t_1^* + t_2^* < \tau \leqslant T^*$	$T^* < \tau$
a_{sc}^*	0	$\beta_6 - \beta_7 \tau^2$	1	$\beta_6 (T^* - \tau) - \beta_7 (T^* - \tau)^2$	0
a_{co}^*	1	$\beta_6(t_1^* - \tau) - \beta_7(t_1^* - \tau)^2$	0	$\beta_6(\tau - t_1^* - t_2^*) - \beta_7(\tau - t_1^* - t_2^*)^2$	1

Constantele β_6 și β_7 se determină în funcție de geometria amplificatorului.

Ecuația mișcării (16) poate fi scrisă sub forma adimensională :

$$\frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + 2\xi\frac{d\varphi}{d\tau} = p_c^*\gamma - \gamma_r \tag{22}$$

în care s-au notat cu :

$$p_c^* = \frac{p_c}{P_s}\ ;\qquad \xi = \frac{B}{2\Omega_b J}\ ;\qquad \gamma_r = \frac{3M_r}{n_s D_m P_s S_e} \tag{23}$$

presiunea relativă adimensională din camere, respectiv coeficientul de amortizare adimensional și funcția momentului rezistent.

Dacă se notează cu ω^* viteza unghiulară adimensională ecuația (22) se poate scrie sub forma unui sistem de două ecuații diferențiale de ordinul întîi :

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \omega^*; \qquad \frac{d\omega^*}{d\tau} = p_c^* \gamma - \gamma_r - 2\xi\omega^* \tag{24}$$

Legătura dintre ecuațiile diferențiale (19) și (24) se realizează prin ecuația profilului dinților care exprimă raportul dintre y^* și φ și este prezentată pe intervale în tabelul 2.

Tabelul 2

	Relația de calcul			
	$0 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_1$	$\varphi_1 < \varphi \leqslant \varphi_p$	$\varphi_p < \varphi \leqslant \varphi_p + \varphi_2$	$\varphi_p+\varphi_2<\varphi\leqslant 2\varphi_p$
α	α_0	$\arcsin\left[\frac{\varphi_p-\varphi}{\varphi_p(1-c)}\sin\alpha_0\right]$	$\arcsin\left[\frac{\varphi-\varphi_p}{\varphi_p(1-c)}\sin\alpha_0\right]$	α_0
x	$r\sin\alpha_0$	$r\sin\alpha$		$r\sin\alpha_0$
y	$\varphi + \frac{D_m}{2}\operatorname{tg}\alpha_0$	$y_1 + (R-r)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$		$(2\varphi_p-\varphi)\frac{D_m}{2}\operatorname{tg}\alpha_0$
s	$y + y_0 + r\cos\alpha_0$	$y + y_0 + r\cos\alpha$		$y + y_0 + r\cos\alpha_0$

3. Rezolvarea numerică

Pentru studiul funcționării motorului pneumatic în regim dinamic, s-au integrat numeric succesiv ecuațiile diferențiale (19) și sistemul (24).

Această tratare matematică se bazează pe ipoteza „înghețării" alternative a mișcării organului de execuție și a evoluției aerului, ipoteză care este acceptabilă în intervale de timp Δt suficient de mici pentru discretizarea ambelor ecuații. Pentru stabilirea condițiilor inițiale ale variabilelor s-a considerat că la momentul $t=0$, rotorul se găsește fixat într-un punct de echilibru stabil iar momentul rezistent exterior este nul.

Atît pentru integrarea ecuației (19) cît și a sistemului (24) s-a utilizat metoda Runge-Kutta de ordinul 4, prezentată larg în [4]. Schema logică de calcul pentru simularea funcționării dinamice a motorului este arătată în fig. 5. Programul de calcul scris în limbajul Basic, a fost implementat pe calculatorul H P 9830 al Catedrei de mecanică fină din Institutul politehnic București.

Pentru integrarea ecuațiilor diferențiale ale mișcării valoarea $\Delta\tau = 0{,}1$ oferă o precizie suficientă și stabilitate numerică, însă pentru valori mari ale pulsației de bază Ω_b, ecuația diferențială a presiunii (19) a impus utilizarea unor valori $\Delta\tau$ mai mici (mergînd pînă la $\Delta\tau = 0{,}002$).

S-a constatat că un timp adimensional $\tau = 25$ este suficient pentru a studia complet un ciclu dinamic al motorului la efectuarea unui pas.

Curbele de variaţie în timp ale poziţiei şi vitezei unghiulare adimensionale ale rotorului, precum şi traiectoriile de fază, viteză unghiulară — deplasare, au fost trasate pe plotter, direct cu ajutorul calculatorului. În acest scop, valorile calculate pentru 250 de puncte au fost înregistrate şi memorate pe bandă magnetică.

Programul dă posibilitatea modificării rapide a unor parametri constructivi şi de sarcină, în vederea optimizării construcţiei şi determinării caracteristicilor de sarcină limită.

4. Rezultate; concluzii

Valorile unor parametri constructivi şi funcţionali, pentru motorul studiat, sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Pasul unghiular φ_p	Diametrul mediu D_m	Numărul elementelor de execuţie n_s	Numărul de faze f	Suprafaţa efectivă a membranelor S_e	Aria nominală de curgere A_d	Y_p	Volumul total iniţial V_{t0}
grade	mm	—	—	mm^2	mm^2	mm	mm^3
7,5	44	6	3	130	4π	2,6312	2×10^4

Ca mărimi variabile s-au considerat : presiunea de alimentare P_s, momentul de inerţie total J, coeficientul de amortizare adimensional ξ şi coeficientul de frecare dintre tije şi rotor μ_1.

Rezultatele obţinute pentru motorul pneumatic pas cu pas trifazat încărcat numai cu sarcină inerţială ($\gamma_r = 0$) sînt prezentate în figurile 6, 7, 8 şi 9 sub forma graficelor $\varphi(\tau)$ şi $\omega^*(\tau)$.

Din fig. 6 se observă că modificarea presiunii de alimentare nu schimbă caracterul mişcării şi nici limitele între care oscilează rotorul (aproximativ 7,3° şi 8,5° pentru cazul prezentat). La presiuni mai mari, mişcarea este mai rapidă, trecerea rotorului în noua poziţie de echilibru stabil se efectuează într-un timp mai scurt, deci se pot obţine frecvenţe de lucru mai ridicate.

O concluzie asemănătoare se poate trage analizînd influenţa momentului de inerţie total (fig. 7). Curbele obţinute sînt identice (traiectoriile de fază se suprapun) dar translatate în timp. Ţinînd cont de relaţia $t = \tau/\Omega_b$ şi de faptul că valorile pulsaţiei de bază sînt mult mai mari la momente de inerţie mici, rezultă că mişcarea este cu atît mai rapidă cu cît momentul de inerţie este mai mic.

O influenţă importantă asupra caracterului mişcării o au amortizările prin frecare vîscoasă şi uscată.

Din fig. 8 se observă că prin mărirea coeficientului de amortizare adimensional, se micşorează oscilaţiile rotorului în jurul poziţiei de echi-

libru dar în acelaşi timp mişcarea devine mai lentă, deci frecvenţa maximă la care poate lucra motorul scade. Influenţa coeficientului de amortizare este practic neglijabilă pentru valori cuprinse în intervalul 0—0,01 şi devine însemnată pentru valori mai mari decît 0,1 cînd oscilaţiile devin aperiodice.

Coeficientul de frecare μ_1 dintre tije şi cama rotorului influenţează mişcarea într-un mod asemănător (fig. 9) dar aceasta rămîne oscilantă

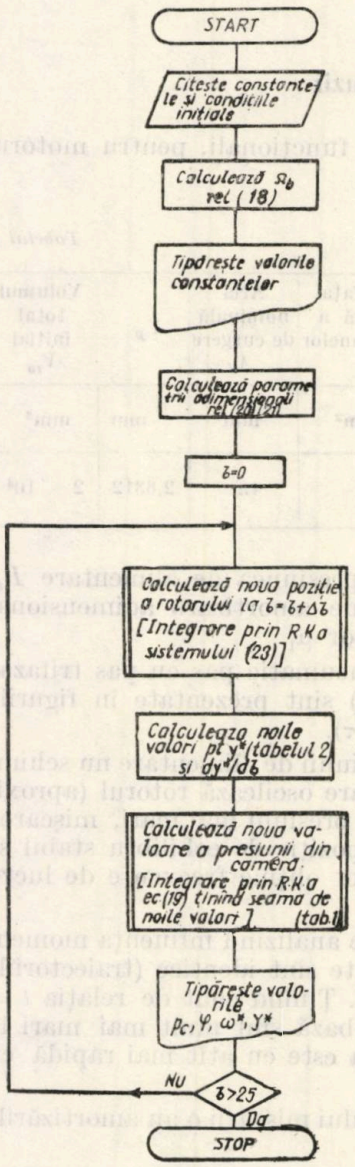


Fig. 5. Schema logică de calcul.

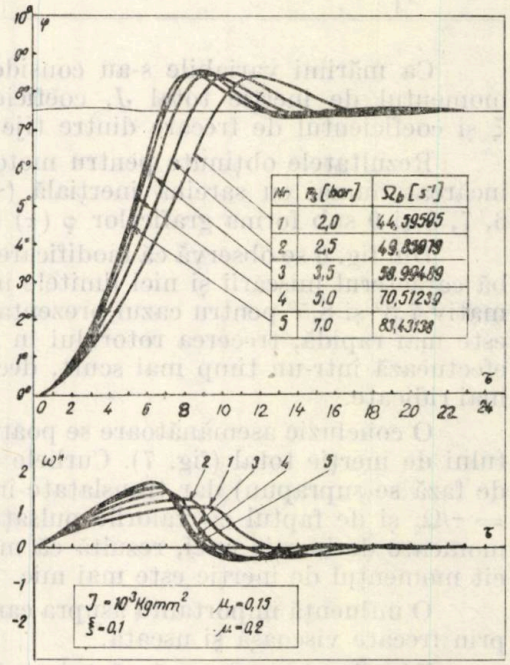


Fig. 6. Caracteristicile $\varphi(\tau)$ şi $\omega^*(\tau)$ pentru diferite presiuni de alimentare.

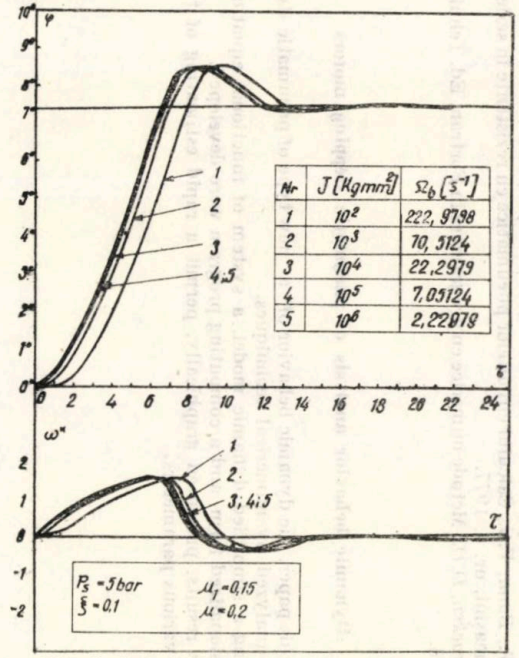


Fig. 7. Caracteristicile $\varphi(\tau)$ și $\omega^*(\tau)$ pentru diferite momente de inerție.

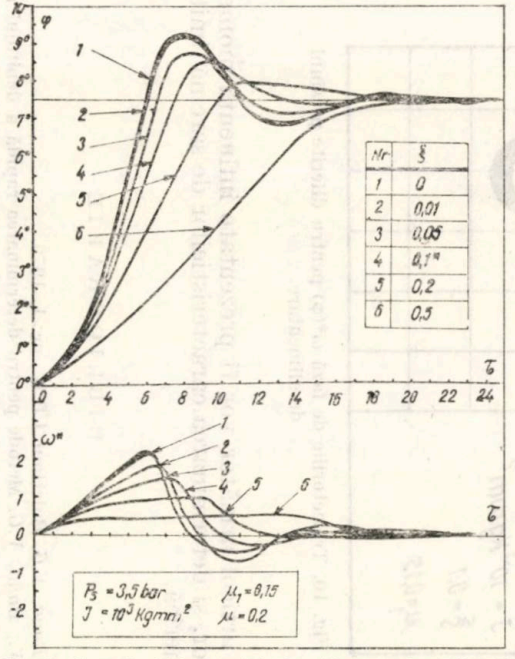


Fig. 8. Caracteristicile $\varphi(\tau)$ și $\omega^*(\tau)$ pentru diferiți coeficienți de amortizare.

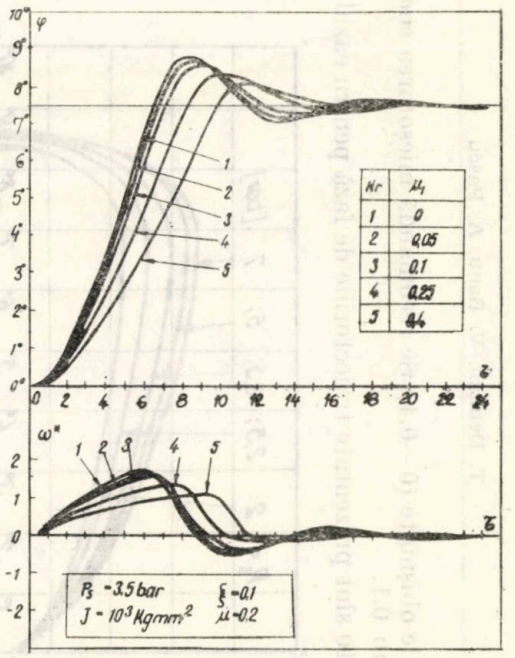


Fig. 9. Caracteristicile $\varphi(\tau)$ și $\omega^*(\tau)$ pentru diferiți coeficienți de frecare.

pentru valorile obișnuite (0—0,4). Se recomandă micșorarea coeficientului de frecare sub 0,1.

În fig. 10 sînt prezentate traiectoriile de fază pentru cazul din fig. 6.

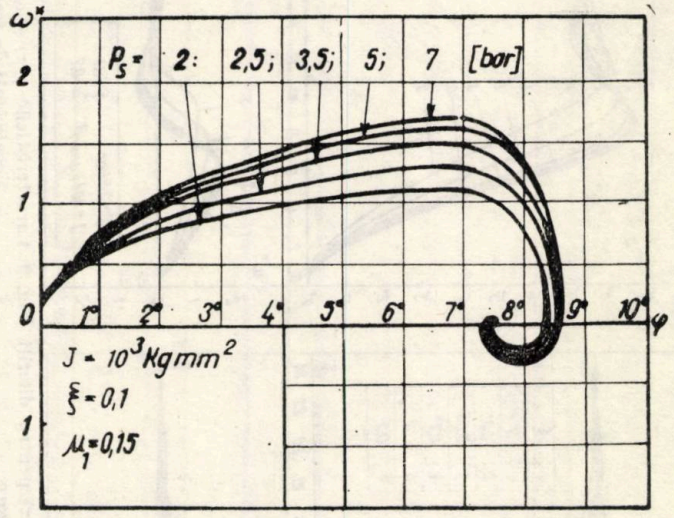


Fig. 10. Traiectoriile de fază $\omega^*(\varphi)$ pentru diferite presiuni de alimentare.

Într-un articol următor vor fi prezentate influența momentului rezistent exterior, și determinarea caracteristicilor de sarcină limită tot prin simulare numerică.

BIBLIOGRAFIE

1. *Demian, Tr., Banu, V.G.* Buletinul I.P.B., nr. 1, 1979.
2. *Andersen, B.W., Banu, V.G.* Metode pentru determinarea rapidă a debitului masic de aer prin rezistența pneumatice, Construcția de mașini, nr. 3, 1976.
3. *Andersen, B.W., Banu, V.G.*, Calculul circuitelor pneumatice cu rezistențe în serie, Construcția de mașini, nr. 4, 1977.
4. *Dorn, W.S., Cracken, D.D.*, Metode numerice cu programare în Fortran, Ed. Tehnică, București 1976.

Dynamic behavior analysis of pneumatic stepping motors

In this paper, the dynamic behavior of a new type of pneumatic stepping motor, is analyzed by numerical techniques.

Using a simplified dynamic model, a system of functional equations, in nondimensionalized form, and a computing program were developed.

The results, presented graphically, permit a rapid estimating of the influence of various parameters.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

C.Z.: 621.43:629.113

CONTRIBUȚII LA STUDIUL SCHIMBULUI DE GAZE DIN MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ PENTRU AUTOVEHICULE RUTIERE

B. GRÜNWALD, V. GHEORGHIU *

În lucrare se discută și se oferă soluții pentru cîteva probleme fundamentale care apar la elaborarea unui program de calcul al schimbului de gaze. Se propune în plus un model fizic original de curgere a gazelor prin conducte și o soluție pentru problema determinării condițiilor inițiale, la limită, cerute de soluționarea sistemului de ecuații diferențiale care tratează curgerea. În final se compară variația gradului de umplere cu durata deschiderii simultane a supapelor, calculată și măsurată pe un motor cu faze de distribuție variabile.

Constituind mai demult un deziderat, calculul schimbului de gaze la motoarele cu ardere internă cu piston a devenit astăzi o realitate datorită calculatoarelor numerice.

La elaborarea unui program de calcul al schimbului de gaze se cer soluționate un număr de probleme care se referă la două realități. Una dintre ele o alcătuiește natura fizică a fenomenelor care se tratează, cealaltă este determinată de particularitățile tehnicii de programare a calculatoarelor. Autorii au pus la punct un program de calcul al schimbului de gaze, care permite o analiză multilaterală nu numai a proceselor de schimbare a gazelor, dar, odată cu ele, și a proceselor termice care au loc în ciclul motor, luat în ansamblul lui, deoarece, așa cum se va arăta, primele nu se pot separa de cele din urmă. În lucrarea de față autorii prezintă pe scurt cîteva dintre soluțiile de bază pe care le-au adoptat.

După cum se știe sistemul de ecuații care determină schimbarea gazelor cuprinde mai multe ecuații diferențiale. Integrarea acestora ridică o primă problemă fundamentală : definirea condițiilor inițiale, la limită.

Considerînd că schimbul de gaze se declanșează în momentul deschiderii supapei de evacuare, aceasta înseamnă că pentru integrarea ecuațiilor diferențiale trebuie să se cunoască, în primul rînd, starea gazelor și cantitatea de gaze în acel moment.

Condițiile de stare a gazelor și cantitatea de gaze în momentul deschiderii supapei de evacuare depind însă de două împrejurări fundamentale. Prima dintre ele este definită de însăși schimbarea gazelor care

Manuscris predat redacției la data de 7 septembrie 1979
* Prof. dr. ing. ; Asistent ing., Catedra Motoare cu ardere internă

determină cantităţile de substanţe, presiunea şi temperatura, în momentul închiderii supapei de admisie, adică în momentul declanşării proceselor de producere a lucrului mecanic. A doua este definită de procesele care au loc între momentele de închidere a supapei de admisie şi de deschidere a supapei de evacuare. Dintre acestea procesul de ardere joacă un rol fundamental. Aceste împrejurări atrag atenţia că condiţiile iniţiale la limită nu pot fi cunoscute decît după parcurgerea integrală a ciclului, însă, operaţia nu se poate efectua decît în primă aproximaţie, deoarece ea se declanşează numai pentru valori iniţiale arbitrare. Pentru obţinerea soluţiilor exacte este necesar să se reia parcurgerea ciclului de atîtea ori, pînă cînd un anumit test de precizie, la temperatură, presiune şi cantităţi de substanţă este satisfăcut.

Fiind obligaţi să programeze parcurgerea integrală a ciclului, autorii au exprimat ecuaţiile fundamentale astfel încît să prezinte o formă unitară pentru oricare dintre procesele caracteristice ciclului termic.

O primă observaţie se face cu privire la alegerea unităţii de măsură pentru cantităţile de substanţă. Deoarece pentru calculul procesului de ardere este convenabil să se folosească cantităţi molare s-a convenit să se apeleze tot la kilomol şi în tratarea ecuaţiilor de curgere. De aici apare necesitatea determinării greutăţii moleculare a amestecului de gaze din cilindru, care devine o mărime variabilă pe ciclu, cu excepţia evoluţiilor de comprimare şi destindere, dar totodată variabilă şi cu dozajul amestecului. Această cerinţă a fost operată în programul de calcul, astfel încît coeficientul excesului de aer constituie un parametru variabil, care se defineşte iniţial.

Unele probleme le ridică determinarea valorilor energiilor interne şi entalpiilor precum şi exprimarea analitică a variaţiilor elementare ale acestora. Dacă υ este cantitatea molară de substanţă şi u energia internă specifică atunci, variaţia elementară a energiei interne este $dU = d(\upsilon \cdot u)$ sau $dU = \upsilon\, du + u d\upsilon$, unde $du = C_v \cdot dT$, C_v fiind căldura specifică molară. Este cunoscută dificultatea exprimării analitice a variaţiei căldurii specifice cu temperatura pe domenii largi de temperatură, de ordinul a 2500°, caracteristice ciclurilor termice ale motoarelor cu ardere internă. Pentru unele substanţe care alcătuiesc amestecul de gaze din cilindru, funcţiile de temperatură care asigură precizii sub 1% se stabilesc pe intervale de temperatură. Această împrejurare i-a obligat pe autori să apeleze la o soluţie care permite exprimarea cu mare precizie a energiei interne pe tot domeniul de temperatură. Ea constă din împărţirea domeniului de temperatură în două intervale distincte şi anume, un interval iniţial cuprins în limitele 273—1273°K (notat cu indicile 0—1) şi un interval final cuprins între limitele 1273—3273°K (notat cu indicele 1—2).

Tratarea problemei de această manieră a pretins să se definească două funcţii de călduri specifice, de forma

$$C_v^* = a^* + b^* \cdot (T - 273) + c^* \cdot (T - 273)^2 +$$

$$+ d^* \cdot (T - 273)^3 + e^* \cdot (T - 273)^4$$

și

$$C_v^{**} = a^{**} + b^{**} \cdot (T - 273) + c^{**} \cdot (T - 273)^2 + \\ + d^{**} \cdot (T - 273)^3 + e^{**} \cdot (T - 273)^4,$$

prima dintre ele pentru intervalul $T = 273 - 1273°K$, a doua pentru intervalul $T = 1273 - 3273°K$.

Folosind un test de recunoaștere se va obține

$$du_{0-1} = C_v^* \, dT \qquad (1) \qquad \text{și} \quad du_{1-2} = C^{**} \cdot dT \qquad (2).$$

Pentru calculul energiilor interne se calculează integrala $u = \int C_v dT$, care, după efectuarea și transcrierea convenabilă dă :

$$u_{0-1} = \bar{C}_v^* \cdot (T - 273) \qquad (3)$$

$$u_{1-2} = u_{1273} + \bar{C}_v^{**} \cdot (T - 1273) \qquad (4)$$

și în mod analog

$$i_{0-1} = (\bar{C}_v^* + 1{,}986)(T - 273) \qquad (5)$$

$$i_{1-2} = i_{1273} + (\bar{C}_v^{**} + 1{,}986)\,(T - 1273) \qquad (6)$$

unde u_{0-1} ; i_{0-1}, u_{1-2}, i_{1-2} sînt energiile interne și entalpiile pe intervalul inițial $T \leqslant 1273$, respectiv pe intervalul final $T > 1273$ iar căldurile specifice barate rezultă prin identificare.

Pentru amestecul de gaze din cilindru coeficienții $a \ldots e$ variază pe ciclu, în procesele de admisie și ardere, cînd se înregistrează modificări continue ale compoziției amestecului ; ei variază totodată cu dozajul amestecului. Această variație a fost de asemenea operată în programul de calcul, determinînd în fiecare moment participațiile substanțelor din amestecul aflat în cilindru.

Ecuațiile diferențiale disponibile pentru calculul schimbului de gaze se definesc după cum urmează :

1. Ecuația diferențială a bilanțului de masă este

$$d\upsilon_{am} = d\upsilon_{gac} - d\upsilon_{cge} - d\upsilon_{cga} + d\upsilon_{gec} \qquad (7)$$

cu următoarea semnificație a indicilor ; *am* se referă la amestecul de gaze din cilindrul la momentul α ; *gac*, *cga*, se referă la gazele care trec din galeria de admisie (*ga*) în cilindru (*c*), respectiv la gazele care trec din cilindru în galeria de admisie ; *gec*, *cge* se referă la gazele care trec din galeria de evacuare (*ge*) în cilindru, respectiv la gazele care trec din cilindru în galeria de evacuare. Ecuația diferențială, a bilanțului de masă (7) este exprimată în forma cea mai generală, întrucît ea ține seama atît de curgerea directă a gazelor (din cilindru în galeria de evacuare în procesul de evacuare ; din galeria de admisie în cilindru în procesul de admisie)

cît și de curgerea inversă (din galeria de evacuare în cilindru și din cilindru în galeria de admisie) aceasta din urmă fiind caracteristică în perioada de baleiaj, la sfîrșitul procesului de admisie, după ce pistonul a trecut prin punctul mort și în unele perioade suplimentare, cînd diferențele normale de presiuni dintre cilindru și galerii se inversează.

Amestecul de gaze din cilindru este alcătuit în fiecare moment din gaze proaspete ($\upsilon_{gp\alpha}$) și gaze arse ($\upsilon_{ga\alpha}$), astfel încît

$$\upsilon_{am} = \upsilon_{gp\alpha} + \upsilon_{ga\alpha}, \tag{8}$$

indicii *gp* și *ga*, se referă la gazele proaspete din cilindru, respectiv la gazele arse din cilindru.

2. Ecuația diferențială a bilanțului energetic este

$$dU_{am} = -dQ_r - AdL - i_{am}(d\upsilon_{cge} + d\upsilon_{cga}) + i_{gec}\, d\upsilon_{gec} + i_{gac}\, d\upsilon_{gac}, \tag{9}$$

unde membrul stîng reprezintă variația energiei interne a amestecului din cilindru iar termenii din membrul drept sînt: căldura elementară schimbată cu pereții de amestecul de gaze din cilindru dQ_r, respectiv lucrul mecanic elementar efectuat de gazele din cilindru dL (A fiind echivalentul caloric al lucrului mecanic) și entalpia (i fiind entalpia specifică, indicii acesteia fiind corespunzători precizărilor anterioare).

3. Ecuațiile diferențiale ale debitului de gaze se definesc în funcție de natura regimului de curgere (regimul critic sau regimul subcritic), de sensul de curgere (curgere directă și curgere inversă) precum și de starea gazului din galerii (galeria de evacuare sau galeria de admisie).

În formă generală, ecuația diferențială a debitului de gaz care trece prin secțiunea oferită de supapă este

$$dG = \mu \cdot F \frac{W}{v}\, d\tau$$

sau, pentru cantități molare, și în funcție de unghiul de rotație al arborelui cotit α rezultă

$$G_M d\upsilon = \mu \cdot F \frac{W}{v} \cdot \frac{d\alpha}{6n} \tag{10}$$

unde G este greutatea gazului; μ — coeficientul de debit al supapei; F — aria secțiunii instantanee oferită de supapă; W — viteza de curgere a gazelor prin poarta supapei; v — volumul specific al gazului la ieșirea din secțiunea controlată de supapă; τ — timpul; G_M — greutatea moleculară a gazului; n — turația motorului.

În ecuația (10) viteza de curgere și volumul specific se explicitează diferit în funcție de natura regimului de curgere critic sau subcritic. Cînd curgerea are loc în regim subcritic ecuația diferențială (10) capătă forma generală

$$d\upsilon = 1{,}965 \cdot 10^{-4}\, \mu \cdot F \cdot W \frac{p_0}{nT_0}, \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/k} \cdot d\alpha, \tag{11}$$

indicele zero referindu-se la condițiile inițiale.

Cînd curgerea are loc în regim critic, ceea ce se întîmplă în două cazuri particulare, în prima perioadă a procesului de evacuare, şi într-o perioadă mediană a procesului de admisie, viteza de curgere devine viteza critică iar ecuaţia diferenţială (10) ia forma generală

$$dv = 1{,}965 \cdot 10^{-4}\, \mu \cdot F \cdot W \frac{p_0}{nT_0} \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot d\alpha \qquad (12)$$

Pentru aplicarea relaţiilor (11) şi (12) trebuie soluţionate mai multe probleme.

Prima se referă la valoarea momentană a coeficientului de debit al supapei, care a fost exprimat sub forma :

$$\mu = 0{,}98 - \left(\frac{h}{d}\right)^2 \cdot \mu_m$$

unde h este înălţimea momentană de ridicare a supapei iar d este diametrul mic al talerului. Coeficientul μ_m variază în limitele 3 ... 8.

O a doua problemă se referă la secţiunea instantanee oferită de supapă. După cum se ştie pentru o supapă cu talerul înclinat cu unghiul γ, avînd diametrul mic d_m şi diametrul mare d_M, se obţin pentru aria instantanee de trecere oferită gazelor relaţiile :

$$F = \pi \cdot h \cdot \cos\gamma \cdot (d_m + 0{,}5 \cdot h \cdot \sin 2\gamma) \qquad (13)$$

dacă

$$h \leqslant h_{cr} = \frac{d_M - d_m}{\sin 2\gamma}$$

şi

$$F = \pi \cdot \frac{d_m + d_M}{2} \sqrt{\left(h - \frac{d_m - d_M}{2} \operatorname{tg}\gamma\right)^2 + \left(\frac{d_m - d_M}{2}\right)^2} \qquad (14)$$

dacă $h > h_{cr}$.

O problemă mai complexă o constituie determinarea exponentului adiabatic $k = C_p/C_v$, C_p, C_v fiind căldurile specifice la presiune, respectiv volum constant. Exponentul adiabatic se diferenţiază în primul rînd în funcţie de compoziţie şi va avea din acest motiv o valoare în procesul de evacuare şi alta în procesul de admisie. Apoi, exponentul k variază cu temperatura gazelor. Întrucît curgerea are loc între două spaţii, cu temperaturi foarte diferite urmează să se determine exponentul k pentru o temperatură medie : $\bar{T} = 0{,}5\ (T_0 + T)$. Temperatura iniţială T_0 în secţiunea de intrare în poarta supapei este o mărime cunoscută, în schimb, temperatura $\bar{T}$ în secţiunea de ieşire este o mărime necunoscută. De aceea temperatura $\bar{T}$ trebuie determinată prin iteraţii succesive, impunîndu-se un anumit test de precizie. Ţinînd seama de ritmul de variaţie a lui k cu temperatura s-a apreciat că o eroare mai mică decît 1% la temperatura $\bar{T}$ este acceptabilă.

În fine o ultimă problemă care trebuie remarcată este cea referitoare la presiunea din galerii. Cercetarea de față s-a efectuat în condițiile unui regim nestaționar de curgere cu fluid incompresibil.

Pentru a determina viteza variabilă de curgere a gazelor în conductele de admisie și evacuare, autorii au adoptat o soluție nouă și anume ei au scris ecuația de continuitate pentru o secțiune medie a conductei și secțiunea momentană oferită de supapă. Au rezultat următoarele relații :

— pentru presiunea din galeria de admisie

$$p_{ga} = p_0 - 9{,}73 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{p_0 G_{Ma}}{T_0}(1 + \zeta_a)\left(\mu_{sa}\frac{F_{sa}}{d_{ga}^2} W_{gac}\right)^2 \left(\frac{p}{p_{ga}}\right)^{2/k} \quad (15)$$

— pentru presiunea din galeria de evacuare

$$p_{ge} = p_0 + 9{,}73 \cdot 10^{-5} G_{Me}\,(1 + \zeta_e)\left(\mu_{se}\frac{F_{se}}{d_{ge}^2} W_{cge}\right)^2 \frac{p^2}{p_{ge} T_\alpha}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \quad (15')$$

unde F_{sa}, F_{se} sînt secțiunile momentane oferite de supapa de admisie respectiv supapa de evacuare ; W_{gac}, W_{cge} — vitezele de curgere prin secțiunile oferite de supape în regim critic și subcritic ; ζ_a, ζ_e — coeficienții de rezistență ai traseului de admisie și evacuare. În relațiile 15, 15′, constantele sînt determinate pentru viteză în m/s, presiunea în kgf/cm², temperatura în °K, greutatea molară în kgf/kmol.

Ecuațiile (11) și (12) se concretizează mai departe pentru cazurile particulare de curgere.

Pentru calculul arderii este disponibilă ecuația diferențială generală de bilanț energetic, care ia forma

$$Q_i^* \cdot \upsilon_{gpd}\, d\xi = dU + A dL + dQ_r \quad (16)$$

unde ξ este caracteristica relativă de degajare a căldurii iar Q_i^* este căldura degajată pe ciclu.

Caracteristica de degajare a căldurii este de tip exponențial, stabilită în lucrarea [6]. Considerînd cazul general al motorului diesel, ea are expresia :

$$\xi = RC \cdot [1 - \exp(-6{,}9\, \chi_p^{m_p+1})] + (1 - RC) \cdot [1 - \exp(-6{,}9\, \chi_d^{m_d+1})]$$

în care χ este unghiul relativ.

$$\chi_p = \frac{\alpha - \alpha_d}{\alpha_p - \alpha_u}; \quad \chi_d = \frac{\alpha - \alpha_d}{\alpha_z - \alpha_d}$$

Se observă că ξ este suma a două componente (corespunzătoare celor două mecanisme distincte de ardere : arderea amestecurilor preformate de durată absolută $\alpha_p - \alpha_d$, α_d — momentul declanșării arderii și arderea difuzivă) care definesc durata totală a arderii $\alpha_z - \alpha_d$, α_z — sfîrșitul arderii ;

$\alpha_p < \alpha_z$. RC este raportul dintre cantitatea de căldură degajată în perioada arderii amestecurilor preformate, către cantitatea totală de căldură degajată în timpul arderii; m_p, m_d — sînt exponenți cinetici. La motorul cu aprindere prin scînteie $RC = 1$.

Spre deosebire de procesele de comprimare și destindere în cursul procesului de ardere cantitatea de gaze crește în limitele variației molare. Pentru a ilustra acest fenomen s-a admis că numărul de kilomoli de gaze arse este proporțional cu ξ astfel încît rezultă relațiile

$$\upsilon_{ga\alpha} = \xi \cdot \mu_c \cdot \upsilon_{gpd} + \upsilon_{gad}$$

$$\upsilon_{gp\alpha} = (1 - \xi) \cdot \upsilon_{gpd}$$

Substituind cele 2 mărimi în relația (8) se obțin variațiile elementare ale cantităților de gaze în timpul arderii:

$$d\upsilon_{am} = (\mu_c - 1)\, \upsilon_{gpd}\, d\xi,$$

$$d\upsilon_{ga\alpha} = \mu_c \cdot \upsilon_{gpd}\, d\xi;$$

ultimele două relații vor permite să se diferențieze amestecul de gaze arse din cilindru, în timpul arderii.

Se introduc următoarele notații: $E_1^* = u_{0-1}$ și echivalentul lui $E_1^{**} = u_{1-2}$; $E_2^* = \upsilon_{am} \cdot C_v^*$ și echivalentul lui $E_2^{**} = \upsilon_{am} \cdot C_v^{**}$; α_{dse} — momentul deschiderii supapei de evacuare; α_{ise} — momentul închiderii supapei de evacuare; α_{dsa} — momentul deschiderii supapei de admisie; α_{isa} — momentul închiderii supapei de admisie.

Se definesc următoarele intervale caracteristice ale ciclului:

$\Delta\alpha_{sg}$ — intervalul de schimbare a gazelor; $(\alpha_{dse} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{isa})$;
$\Delta\alpha_{sge}$ — intervalul de evacuare $(\alpha_{dse} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{ise})$;
$\Delta\alpha_{sga}$ — intervalul de admisie $(\alpha_{dsa} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{isa})$;
$\Delta\alpha_c$ — intervalul de comprimare $(\alpha_{isa} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_d)$;
$\Delta\alpha_a$ — intervalul de ardere $(\alpha_d \leqslant \alpha \leqslant \alpha_z)$;
$\Delta\alpha_d$ — intervalul de destindere $(\alpha_z \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{dse})$;
$\Delta\alpha_x$ — intervalul: $\alpha_{isa} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{dsa}$;
$\Delta\alpha_y$ — intervalul: $\alpha_{ise} \leqslant \alpha \leqslant \alpha_{dse}$.

Dacă se adoptă indicii caracteristici definiți anterior și se aranjează convenabil ecuațiile diferențiale se obține următorul sistem de ecuații diferențiale, particularizat pentru fiecare dintre intervalele caracteristice:

$$\text{(I)} \quad \frac{d\upsilon_{am}}{d\alpha} = \begin{cases} = 0 & (\Delta\alpha_c) \\ = (\mu_c - 1) \cdot \upsilon_{gpd} \cdot \dfrac{d\xi}{d\alpha} & (\Delta\alpha_a) \\ = 0 & (\Delta\alpha_d) \\ = -\dfrac{d\upsilon_{cga}}{d\alpha} - \dfrac{d\upsilon_{cge}}{d\alpha} + \dfrac{d\upsilon_{gac}}{d\alpha} + \dfrac{d\upsilon_{gec}}{d\alpha} & (\Delta\alpha_{sg}) \end{cases}$$

$$(II)\quad \frac{d\upsilon_{ga}}{d\alpha} = \begin{cases} = 0 & (\Delta\alpha_c) \\ = \mu_c \cdot \upsilon_{gpd} \cdot \dfrac{d\xi}{d\alpha} & (\Delta\alpha_a) \\ = 0 & (\Delta\alpha_d) \\ = -\left(\dfrac{d\upsilon_{cga}}{d\alpha} + \dfrac{d\upsilon_{cge}}{d\alpha}\right) \cdot \left(\dfrac{\upsilon_{gac}}{\upsilon_{am}}\right)_{\alpha-H} + \\ \quad + \dfrac{d\upsilon_{gac}}{d\alpha} \cdot \left(\dfrac{\upsilon_{gaga}}{\upsilon_{amga}}\right)_{\alpha-H} + \dfrac{d\upsilon_{gec}}{d\alpha} \cdot \left(\dfrac{\upsilon_{gage}}{\upsilon_{amge}}\right)_{\alpha-H} & (\Delta\alpha_{sg}) \end{cases}$$

$$(III)\quad \frac{d\upsilon_{gac}}{d\alpha} = \begin{cases} = 0 & (\Delta\alpha_x) \\ = 1{,}965 \cdot 10^{-4} \cdot \mu_{sa} \cdot F_{sa} \cdot W_{gac} \cdot \dfrac{p_{ga}}{n \cdot T_{ga}} \cdot \left(\dfrac{p_\alpha}{p_{ga}}\right)^{1/k} & (\Delta\alpha_{sga}) \\ \text{pentru } p_\alpha > p_{cr} & \\ = 1{,}965 \cdot 10^{-4} \cdot \mu_{sa} \cdot F_{sa} \cdot W_{gac} \cdot \dfrac{p_{ga}}{n \cdot T_{ga}} \cdot \left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k+1}} & (\Delta\alpha_{sga}) \\ \text{pentru } p_\alpha \leqslant p_{cr} & \end{cases}$$

$$(IV)\quad \frac{d\upsilon_{cga}}{d\alpha} = \begin{cases} = 0 & (\Delta\alpha_x) \\ = 1{,}965 \cdot 10^{-4} \cdot \mu_{sa} \cdot F_{sa} \cdot W_{cga} \cdot \dfrac{p_\alpha}{n \cdot T_\alpha} \left(\dfrac{p_{ga}}{p_\alpha}\right)^{1/k} & (\Delta\alpha_{sga}) \end{cases}$$

$$(V)\quad \frac{d\upsilon_{cge}}{d\alpha} = \begin{cases} = 1{,}965 - 10^{-4} \cdot \mu_{se} \cdot F_{se} \cdot W_{cge} \cdot \dfrac{p_\alpha}{n \cdot T_\alpha} \left(\dfrac{p_{ge}}{p_\alpha}\right)^{1/k} & (\Delta\alpha_{sge}) \\ \text{pentru } p_{ge} > p_{cr} & \\ = 1{,}965 \cdot 10^{-4} \cdot \mu_{se} \cdot F_{se} \cdot W_{cge} \cdot \dfrac{p_\alpha}{n \cdot T_\alpha} \left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} & (\Delta\alpha_{sge}) \\ \text{pentru } p_{ge} \leqslant p_{cr} & \\ = 0 & (\Delta\alpha_y) \end{cases}$$

$$(VI)\quad \frac{d\upsilon_{gec}}{d\alpha} = \begin{cases} = 1{,}965 \cdot 10^{-4} \cdot \mu_{se} \cdot F_{se} \cdot W_{gec} \cdot \dfrac{p_{ge}}{n \cdot T_{ge}} \cdot \left(\dfrac{p_\alpha}{p_{ge}}\right)^{1/k} & (\Delta\alpha_{sge}) \\ = 0 & (\Delta\alpha_y) \end{cases}$$

$$(\text{VII})\ \frac{dT}{d\alpha} = \begin{cases} = -\frac{1}{E_2}\cdot\left(A\cdot\frac{dL}{d\alpha}+\frac{dQ_r}{d\alpha}\right) & (\Delta\alpha_c) \\ = \frac{1}{E_3}\left[\frac{dQ_i}{d\alpha} - A\frac{dL}{d\alpha} - \frac{dQ_r}{d\alpha}\right] & (\Delta\alpha_a) \\ = -\frac{1}{E_2}\cdot\left(A\cdot\frac{dL}{d\alpha}+\frac{dQ_r}{d\alpha}\right) & (\Delta\alpha_d) \\ = \frac{1}{E_2}\cdot\left[(i_{gac}-E_1)\frac{d\upsilon_{gac}}{d\alpha} + (i_{gec}-E_1)\frac{d\upsilon_{gec}}{d\alpha} - \right. \\ \left. - \frac{d\upsilon_{cge}}{d\alpha} + \frac{d\upsilon_{cga}}{d\alpha}\cdot(i_\alpha - E_1) - A\cdot\frac{dL}{d\alpha} - \frac{dQ_r}{d\alpha}\right] & (\Delta\alpha_{sg}) \end{cases}$$

Vitezele de curgere din ecuațiile III ... VI, pentru regimul subcritic sînt definite de relații de forma (16)

$$W_{cge} = 129\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}\cdot\frac{T_\alpha}{G_{Me}}\cdot\left[1-\left(\frac{p_{ge}}{p_\alpha}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]},$$

$$W_{gac} = 129\cdot\sqrt{\left(\frac{W_{ga}}{129}\right)^2 + \frac{k}{k-1}\frac{T_{ga}}{G_{Ma}}\left[1-\left(\frac{p_\alpha}{p_{ga}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}.$$

iar pentru regimul critic sînt definite de relații de forma :

$$W_{ge} = 129\cdot\sqrt{\frac{k}{k+1}\cdot\frac{T_\alpha}{G_{Me}}}$$

$$W_{gac} = 129\cdot\sqrt{\left(\frac{W_{ga}}{129}\right)^2 + \frac{k}{k+1}\cdot\frac{T_{ga}}{G_{Ma}}}$$

Sistemul de ecuații diferențiale I ... VII, a fost aranjat convenabil pentru a fi soluționat prin una din metodele analizei numerice, pasul de integrare $H = \Delta\alpha$ fiind definit inițial ca o mărime constantă sau variabilă. Programul de calcul elaborat pentru soluționarea sistemului de ecuații I... VII este alcătuit din trei părți distincte. Prima parte, cea mai amplă, o constituie programul principal, a doua parte este constituită din 3 subrutine iar a treia parte o constituie blocul de date.

S-a ales ca metodă de integrare numerică metoda Runge-Kutta de ordinul al IV-lea, care funcționează la alegere, cu pas constant sau variabil.

Alegînd metoda Runge-Kutta de ordinul IV s-a pus problema găsirii unui pas convenabil de integrare. În literatura de specialitate se menționează ca un dezavantaj al acestei metode, faptul că este foarte dificil de determinat o expresie a erorii pe durata unui pas de integrare, ceea ce

înseamnă că este foarte dificil de stabilit un pas optim pentru care eroarea să fie minimă dar valoarea lui să fie cît mai mare, în vederea reducerii duratei de utilizare a calculatorului. Programul de calcul rezolvă problema pasului optim în felul următor : se consideră un interval $\alpha_2 - \alpha_1$ care se integrează cu un pas H, unde $\alpha_2 - \alpha_1 = nH$, n fiind un număr întreg şi se reţin valorile obţinute la sfîrşitul intervalului. Se înjumătăţeşte pasul H şi se integrează din nou pe durata intervalului $\alpha_2 - \alpha_1$ reţinîndu-se valorile finale. Se compară valorile finale obţinute la cele 2 integrări succesive şi dacă ele nu diferă procentual cu mai mult decît o valoare dată ε^*, rezultă că s-a găsit cel mai mare pas optim în raport cu ε^*. Dacă testul nu se verifică se înjumătăţeşte din nou pasul de integrare şi se compară valorile finale de la ultimele două integrări. Micşorarea lui ε^* are ca efect direct mărirea duratei de calcul, ceea ce amplifică cheltuielile de calculator. Pentru a reduce durata de calcul programul a fost astfel alcătuit încît valorile care rezultă din ultima integrare cu pasul înjumătăţit şi satisfac condiţia impusă erorii să fie reţinute automat. Pe această cale se elimină o nouă integrare cu pasul optim determinat pentru intervalul $\alpha_2 - \alpha_1$.

O altă problemă delicată care a fost soluţionată în programul de calcul a fost marcarea tranşelor de gaze din colectoarele de evacuare şi admisie, tranşe care se diferenţiază între ele prin compoziţie. Marcarea a fost necesară pentru acele cazuri în care sensurile de curgere prin porţile supapelor sînt inversate şi în particular pentru calculul cît mai exact al baleiajului cilindrului. Tranşele dintr-un colector se dispun în sensul cilindru-colector în ordinea formării. La declanşarea unei curgeri inverse sînt admise în cilindru cantităţi de substanţă din ultima tranşă. După epuizarea acesteia, trec în cilindru, în continuare, celelalte tranşe în ordinea inversă formării lor.

Problema stabilirii condiţiilor la limită a fost rezolvată prin realizarea închiderii ciclului cu o eroare mai mică decît o valoare prestabilită ε^*. Calculul se declanşează cu date iniţiale, calculate aproximativ, urmînd ca din 2—3 iteraţii procesul fiind convergent, să se obţină închiderea ciclului cu o eroare mai mică decît ε^*.

A doua parte a programului este constituită din următoarele subrutine : INTERP, PARTIC şi ABCDE.

Subrutina INTERP are rolul de a calcula înălţimile de ridicare ale supapelor şi ariile de trecere prin poarta supapelor.

Subrutina PARTIC are rolul de a calcula participaţiile stoichiometrice ale compuşilor rezultaţi din arderea a 1 kg de combustibil, puterea calorifică inferioară şi incompletă a combustibilului precum şi coeficientul de dilataţie molară pentru un anumit dozaj. Subrutina efectuează calculul cu orice combustibil, dat prin compoziţia sa chimică în carbon, hidrogen şi oxigen.

Subrutina ABCDE are rolul de a calcula coeficienţii căldurilor specifice şi greutatea molară în funcţie de compoziţia amestecului.

A treia parte a programului este constituită dintr-un bloc de date în care sînt intrduse următoarele mărimi : legile de ridicare a supapelor, coeficienţii căldurilor specifice şi greutăţilor molare pentru toţi compuşii de bază care rezultă în urma arderii, dimensiunile fundamentale ale motorului şi ale sistemului de distribuţie.

În continuare se prezintă cu titlu de exemplu cîteva dintre rezultatele obținute la calculul schimbului de gaze pentru motorul turismului DACIA—1300, la turația de 5 250 rot/min și sarcină plină.

În figura 1 este arătată diagrama indicată. Presiunea maximă obținută, 43,2 kgf/cm² este apropiată de cea reală. Diagrama de pompaj calculată este arătată în figura 2. În aceeași figură se reprezintă și temperatura gazelor din cilindru. Întrucît presiunea în cilindru continuă să rămînă sub presiunea atmosferică în toată perioada de întîrziere la închidere a supapei, procesul de admisiune continuă, ceea ce este ilustrat în figura 3. Se observă că la turația de 5 250 rot/min, după ce pistonul trece prin punctul mort interior, în cilindru pătrunde o cantitate suplimentară de gaze proaspete, care ajunge pînă la 14% din cantitatea totală reținută în cilindru. În schimb, la turația de 1 500 rot/min, în perioada de întîrziere la închidere a supapei de admisiune, scapă în colector pînă la 10% din cantitatea totală reținută în cilindru.

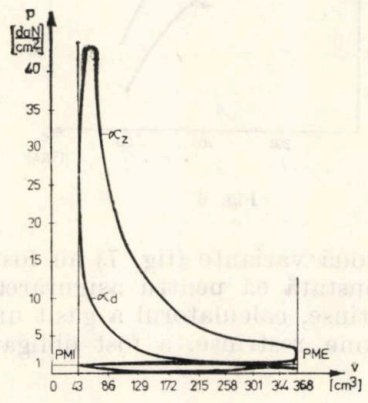


Fig. 1

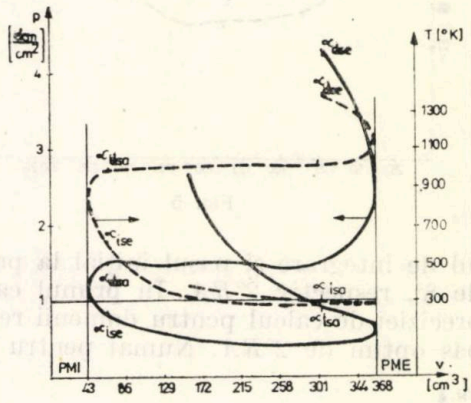


Fig. 2

În figura 4 este arătată viteza momentană de creștere a presiunii în timpul arderii pentru trei durate de ardere. În figura 5 se arată variația presiunii în galeriile de admisie și evacuare potrivit ipotezelor de calcul

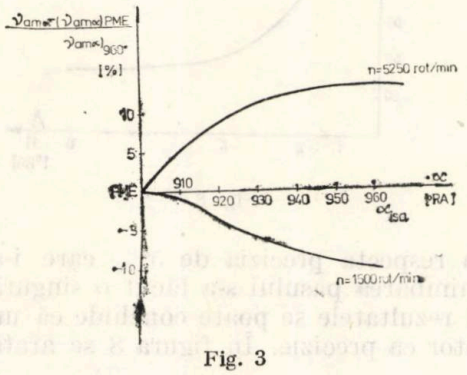


Fig. 3

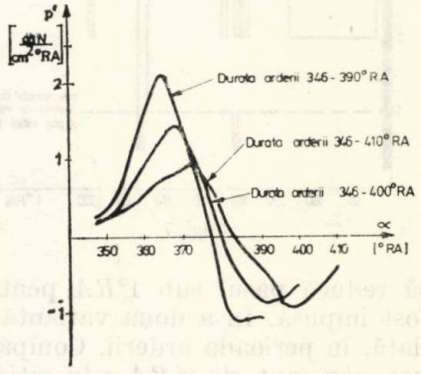


Fig. 4

enunțate. În figura 6 se arată variația lucrului mecanic și a puterii calculate pentru trei durate distincte de ardere. Se observă că pentru o durată de $44°RA(\alpha_z = 390°RA$ și $\alpha_d = 346°RA)$ puterea calculată diferă cu aproximativ 2 CP de cea reală.

Programul de calcul a fost rulat în mai multe variante și anume, două variante cu pas variabil și patru variante cu pas constant. Interva-

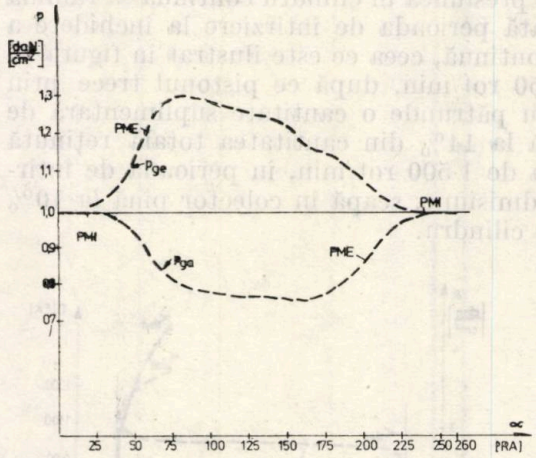


Fig. 5

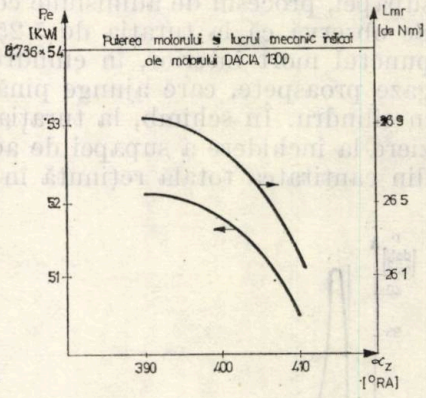


Fig. 6

lul de integrare și pasul inițial la primele două variante (fig. 7) au fost de 8°, respectiv $2°RA$. În primul caz se constată că pentru asigurarea preciziei de calcul pentru domenii relativ întinse, calculatorul a găsit un pas optim de $2°RA$. Numai pentru două zone restrînse, a fost obligat

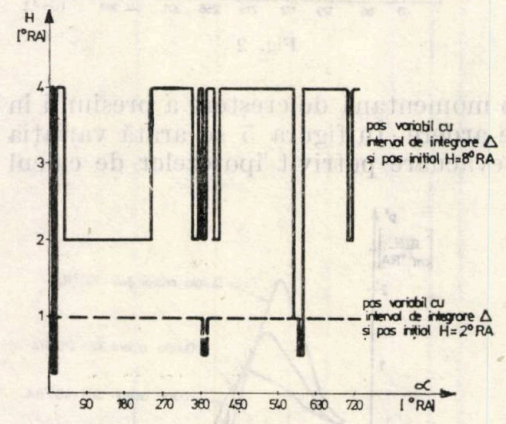


Fig. 7

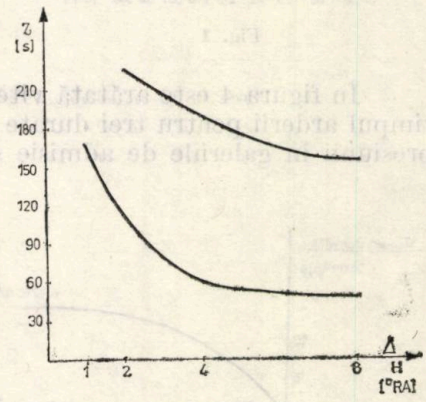


Fig. 8

să reducă pasul sub $1°RA$ pentru a respecta precizia de $5‰$ care i-a fost impusă. În a doua variantă, schimbarea pasului s-a făcut o singură dată, în perioada arderii. Comparînd rezultatele se poate conchide că un pas constant de $2°RA$ este satisfăcător ca precizie. În figura 8 se arată

durata de calcul înregistrată pentru variantele cu pas constant (curba inferioară) și pas variabil (curba superioară). Ținînd seama de precizia atinsă, și de creșterea sensibilă a duratei de calcul la reducerea pasului constant și la utilizarea pasuui variabil, s-a ajuns la concluzia că o soluție satisfăcătoare sub aspectul economic și sub aspectul preciziei este aceea de a lucra cu un pas constant de $2°RA$.

O verificare a metodei de calcul a fost obținută recent, în condiții de experimentare complexe. Motorul de serie ARO L—25 a fost echipat cu un dispozitiv pentru variația continuă a fazelor de distribuție, în funcționare [7], dispozitiv alcătuit din opt mecanisme diferențiale, cîte unul pentru fiecare camă. În două regimuri de funcționare, unul definit de turația de 1700 rot/min și coeficientul de sarcină $\varkappa = 52{,}5\,\%$ (deschiderea obturatorului 9°45′), celălalt definit de turația de 2500 rot/min și coeficientul de sarcină $\varkappa = 48{,}5\,\%$ (deschiderea obturatorului 14°45′) s-a modificat durata deschiderii simultane a supapelor $\Delta\alpha_{ds}$ de la 0° la 50° RA. În programul de calcul, deschiderea parțială a obturatorului s-a evaluat prin mărirea coeficientului de rezistență gazodinamică ζ_a, astfel încît, pentru fazele standard să se regăsească prin calcul gradul de umplere determinat experimental (a rezultat $\zeta_e = 142$ pentru $n = 1700$ rot/min și $\zeta_a = 134$ pentru $n = 2500$ rot/min ; pentru evacuare ζ_e a rămas practic neschimbată ; $\zeta_e = 5$, respectiv $\zeta_a = 7$). Totodată, a coincis puterea efectivă măsurată la stand cu puterea determinată pe baza lucrului mecanic

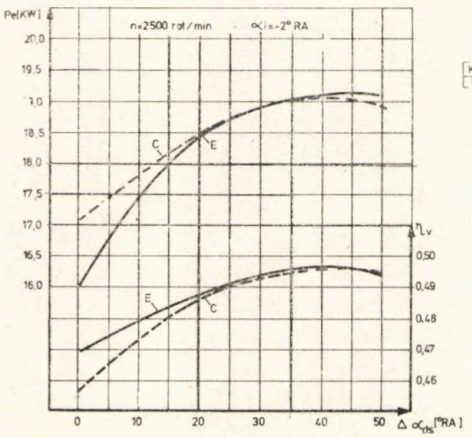


Fig. 9

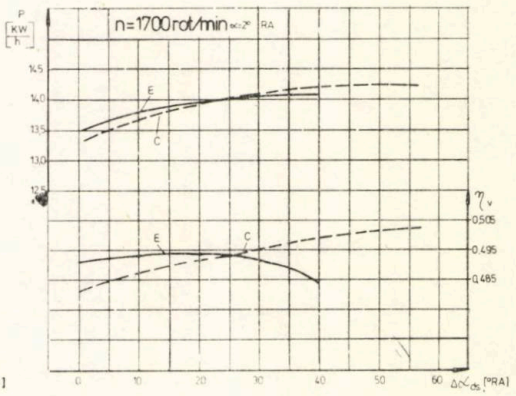


Fig. 10

indicat calculat de program (s-a determinat prin metoda suspendării randamentului mecanic al motorului). Confruntarea rezultatelor (fig. 9, 10) arată că variația lui $\Delta\alpha_{ds}$ în limite largi produce modificări care sînt bine urmărite de metoda de calcul, ceea ce permite folosirea programului de calcul în activitățile de cercetare și proiectare.

BIBLIOGRAFIE

1. *Faltin*, Hand-Technische Wärmelehre. Berlin, 1968.
2. *Kastner, L.J. ș.a.* Poppet inlet valve characteristics and their influence on the induction process. Inst. of Mech. Engin. Proceedings, 1963—64.

3. Manualul inginerului termotehnician, vol. II, cap. 13, Editura tehnică.
4. *Horbunov, K.V., Akimenko, A.A.* Vlianie konstruktivnih parametrov vpusknogo trakta pokazateli dvigatelea GAZ—21, Avtomobilnaia promîşlennosti, 7, 1967.
5. *Grünwald, V., Gheorghiu, V.* Calculul schimburilor de gaze la motoarele cu ardere internă cu piston, Litografia I.P.B. (sub tipar).
6. *Grunwald, B., Apostolescu, N.* Neomogenitatea termică şi chimică a gazelor din motoarele cu ardere internă. Editura Academiei R.S.R., 1975.
7. *Grünwald, B. Saviuc, S. Gheorghin V.*, Buletinul I.P.B., XLI, 2, 1979.

Beiträge zum S udium des Gaswechsels bei Verbrennungsmotoren für Kratfahrzenge

(Zusamenfassung)

Die Arbeit spricht und gibt Lösuragen für einige Grundprableme, die bei der Ausarbeitung eines Rechenprogrammes für Gaswechsel anftreten. Zusätzlich wird ein originelles physisches Modell für die Gasströmung durch die Rohrleitungen vorgeschlagen, sowie eine Losung für die Bestimmung der Grănzansgangsbedingungen die von der Lösung des Differentialgleichungsystems, das die Strömung behandelt, verlangt werden. Zum Schluss wird die Veränderung des Füllungsgrades mit der Daner der gleichzeitigen Öffnung der Ventile verglichen, berechnet und gemessen an einern Motor mit veränderlichen Verteilungsphasen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

C.Z.: 681.3.022

DIE EDITION EINES LITERARISCHEN TEXTES DURCH VERWENDUNG KONVENTIONELLER MITTEL DER RECHENTECHNIK

A. BELEI, D. TARAZA *

Das Edieren eines Textes mit Hilfe des Rechners stellt besondere Vorteile vor, betreffs der Verminderung der Fehlerhäufigkeit und der Erzielung eines akkuraten Textes. Die Programiersprache spielt hier keine wichtige Rolle und in der Regel könnte man die übliche peripherische Anlagen benutzen, eventuell mit kleine Veränderungen fur Sonderzeichnen oder Kleinbuchstaben.

Einleitung

Die Anwendung der Rechnertechnik führt zu eindrucksvolle Ergebnisse auf dem Gebiet der Druckgewerbe betreffs der Steigerung der Arbeitsproduktivität und der Verminderung der benötigten Arbeitsplätze.

Die vorliegende Arbeit lässt sehen, dass für das Edieren eines literarischen Textes relativ einfache Mittel benutzt werden können, ohne an eine überkomplizierte Technik zu appelieren. Andere Vorteile werden auch hervorgehoben, besonders die Akkuratesse des Textes und die beträchtliche Verminderung der Erscheinungsmöglichkeiten der Fehlern.

1. Technische mittel, die zur verfügung standen

Ein in time-shearing arbeitende PDP—10 Rechner wurde benutzt mit etwa 20 Terminals, einem Kartenleser und einem Schnelldrücker. Der verwendete Kode war ASCII und etwa eine Hälfte von den Terminals und der Schnelldrücker könnten auch Kleinbuchstaben drücken. Die Maximallänge der gedrückten Zeile war 132 Zeichnen.

Die Programm- und Dateneigabe, die für das Setzen des Textes nötig waren, wurden durch das Terminal vorgenommen und direkt, auf der Platte aufgenommen, mit Hilfe eines inneren, in time-shearing arbeitenden Edierensprogrammes des Rechners (TECO-Programm des PDP—10-Systems). Es ist offenbar, dass der Programm und die Datei auch auf den Karten gelocht werden könnten, aber in diesem Falle könnte die

Manuskript am 29 August 1979 eingegangen
* Oberassistent. Dr.-Ing.; Doz. Dr.-Ing. Lehrstuhl für Verbrennungsmotoren

Datenreihe die 80 Zeichen-Länge nicht überschreiten, was zur Änderung des Programmes führen könnte. Dazu könnten die zur Verfügung stehenden Kartenlöcher Kleinbuchstaben nicht löchern. Die Datei und das Programm könnten auf die Platte bleiben wenn sie nicht sehr umfangreich waren (jedem Benutzer waren 300 Blocks je 128 Wörter zugeteilt). Ansonsten müssen sie auf Band aufgenommen werden.

Ein besonderes Problem — der gedrückte Text war in deutscher Sprache geschrieben — war das Drücken von Buchstaben *ä*, *ö*, *ü* und scharfes *s*. Es gibt Terminals, die auch diese Buchstaben drücken können, da aber zu der Zeit diese noch nicht zur Verfügung standen, wurde an einer Lösung appeliert, die oft in deutscher Sprache verwendet wird, indem man *ä* durch ae, *ü* durch ue, *ö* durch oe und scharfes *s* durch ss ersetzt wird.

Das Problem ist viel komplizierter für einen Text in rumänischer Sprache. Hier geht es um den Buchstaben *ă*, *â*, *î*, *ş* und *ţ*. Das Ersetzen dieser Buchstaben durch Zeichengruppen (wie etwa *ţ* durch *tz*) scheint unpassend für einen literarischen Textes, unabhängig davon ob es um belletristische oder wissenschaftliche Literatur die Rede ist. Das Terminal muss entweder von vornherein so entworfen oder umgebaut werden, damit es auch diese Buchstanben drücken kann.

Das Drücken des fertiggesteltten Textes konnte sowohl am Schnelldrücker als auch an einem von den Terminals durchgeführt werden. Der Schnelldrücker wurde an sich nur für Kontrolle benutzt. Für das endgültige Drücken des Textes, das für Offset photografiert war, wurden Terminals verwendet, die obwohl langsamer, viel schöner drücken können.

2. Systemprogramieren, Edieren und Dateneingabe

Das Programm wurde in FORTRAN-Sprache geschrieben und es wird zugegeben, dass die Wahl dieser Sprache subjektiv war. Es wird hier nicht beabsichtigt die Opportunität der Anwendung einer oder anderer Programiersprache zu erörtern. Im Bild 1 wird das Flussdiagramm des Programmes vorgestellt.

Nur einige schwierigere Hauptelemente des Programmes werden hier exemplarisch dargestellt. Die einfachere Teile werden nicht erörtet.

Die Dateien werden in Zeilen je 70 Zeichnen geschrieben, wobei die ersten 8 Plätze immer frei bleiben und nicht gedrückt werden. Die Zeilen die Zeichen in den ersten 8 Plätzen enthalten sind Befehlzeilen.

Am Anfang des Programmes werden eine Reihe von beschreibenden Generaldateien gelesen : Welcher Teil von Text gedrückt wird (von Seite... bis Seite...) ; Wieviele Seite das Vorwort hat (Seiten die römisch beziffert werden) ; Wo wird gedrückt (die Springbefehle für die neue Seite sind für Terminal anders als für Schnelldrücker) uzw.

2.1 *Rechtsausrichten des Textes*

Die gedrückte Standardreihe enthält 70 Zeichenplätze, von denen die ersten 8 frei bleiben (bei Absätze die ersten 16). Es ist offenbar, dass wegen der Regel für Teilung in Silben die Reihe nur selten und rein zu-

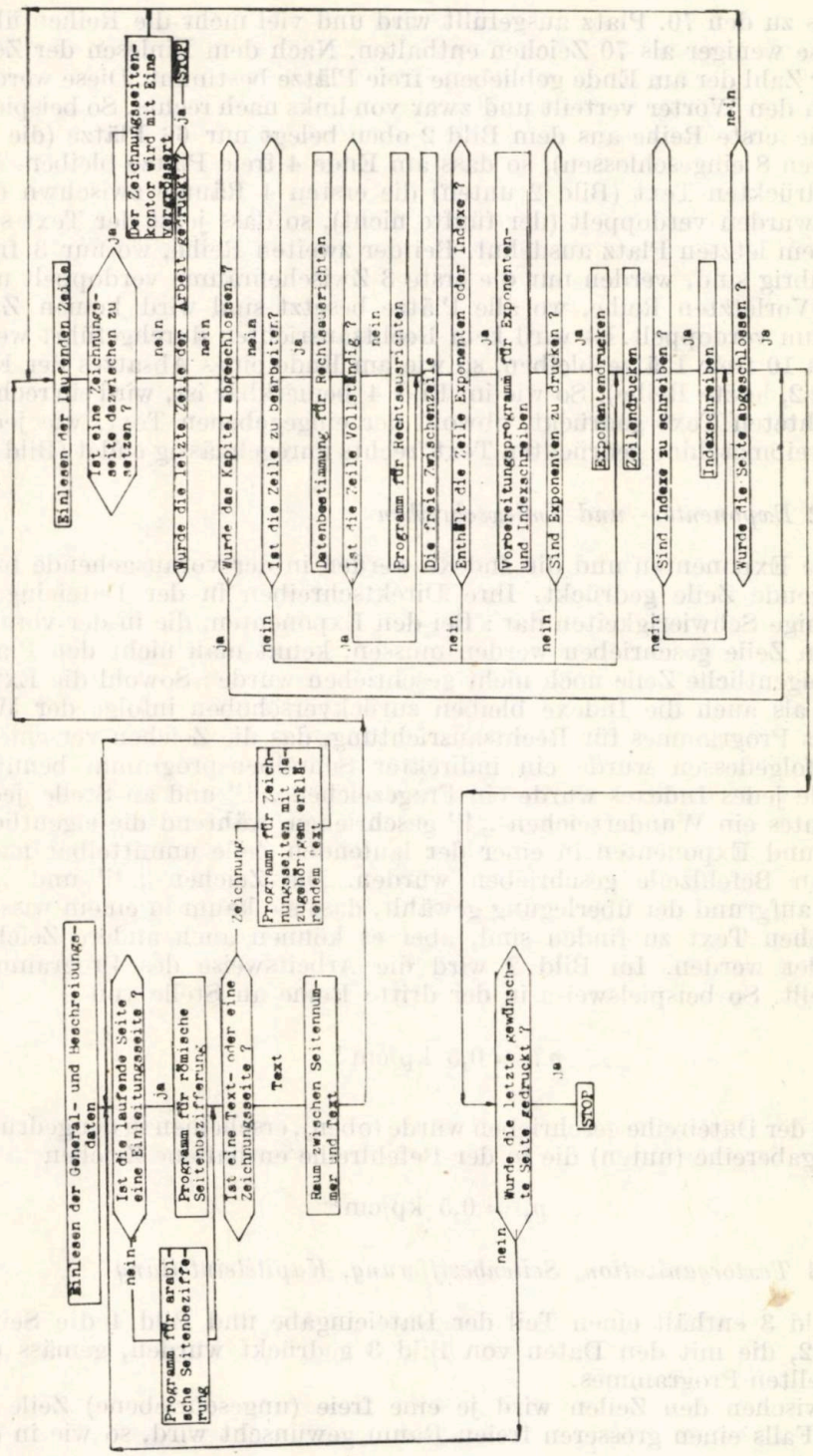


Bild 1 Das Flussdiagramm

fällig bis zu den 70. Platz ausgefüllt wird und viel mehr die Reihen üblicherweise weniger als 70 Zeichen enthalten. Nach dem Einlesen der Zeile wird der Zahl der am Ende gebliebene freie Plätze bestimmt. Diese werden zwischen den Wörter verteilt und zwar von links nach rechts. So beispielsweise die erste Reihe aus dem Bild 2 oben belegt nur 66 Plätze (die ersten freien 8 eingeschlossen), so dass am Ende 4 freie Plätze bleiben. Bei dem gedrückten Text (Bild 2 unten) die ersten 4 Räume zwischwn den Wörter wurden verdoppelt (der fünfte nicht), so dass jetzt der Text sich bis zu dem letzten Platz ausdehnt. Bei der zweiten Reihe, wo nur 3 freie Plätze übrig sind, werden nur die erste 3 Zwischenräume verdoppelt und bei der Vorletzten Reihe, wo alle Plätze besetzt sind wird keinen Zwischenraum verdoppelt. Es wird kein Rechtsausrichten durchgeführt wenn mehr als 10 freie Plätze bleiben, so wie am Ende eines Absatzes der Fall ist (Bild 2, letzte Reihe). So wie im Bild 4 bemerkbar ist, wird ein rechtsausgerichteten Text gedrückt, obwohl der eingegebenen Text, wie jeder mit Schreibmaschine gedrückten Text, rechts unregelmässig endet (Bild 3).

2.2 *Exponenten- und Indexschreiben*

Die Exponenten und die Indexe werden in der vorausgehende bzw. nachfolgende Zeile gedrückt. Ihre Direktschreiben in der Dateieingabe stellt einige Schwierigkeiten dar : Bei den Exponenten, die in der vorausgehenden Zeile geschrieben werden müssen, kennt man nicht den Platz, da der eigentliche Zeile noch nicht geschrieben wurde ; Sowohl die Exponenten, als auch die Indexe bleiben zurückverschoben infolge der Wirkung des Programmes für Rechtsausrichtung, das die Zeichen verschiebt.

Infolgedessen wurde ein indirekter Schreibensprogramm benutzt. An Stelle jedes Indexes wurde ein Fragezeichen „?" und an Stelle jedes Exponentes ein Wunderzeichen „ !" geschrieben, während die eigentliche Indexe und Exponenten in einer der laufenden Zeile unmittelbar nachfolgenden Befehlzeile geschrieben wurden. Die Zeichen „?" und „ !" wurden aufgrund der überlegung gewählt, dass sie kaum in einem wissenschaftlichen Text zu finden sind, aber es können auch andere Zeichen verwendet werden. Im Bild 2 wird die Arbeitsweise des Programmes vorgestellt. So beispielsweise in der dritte Reihe an Stelle von

$$p\,? = 0{,}5 \text{ kp/cm}\,!$$

so wie in der Dateireihe geschrieben wurde (oben), erscheinen in der gedrückten Ausgabereihe (unten) die in der Befehlreihe enthaltene Zeichen

$$p_e = 0{,}5 \text{ kp/cm}^2$$

2.3 *Textorganization, Seitenbezifferung, Kapiteleinteilung*

Bild 3 enthält einen Teil der Dateieingabe und Bild 4 die Seiten 145—152, die mit den Daten von Bild 3 gedrückt wurden, gemäss des vorgestellten Programmes.

Zwischen den Zeilen wird je eine freie (ungeschriebene) Zeile eigefügt. Falls einen grösseren freien Raum gewünscht wird, so wie in der

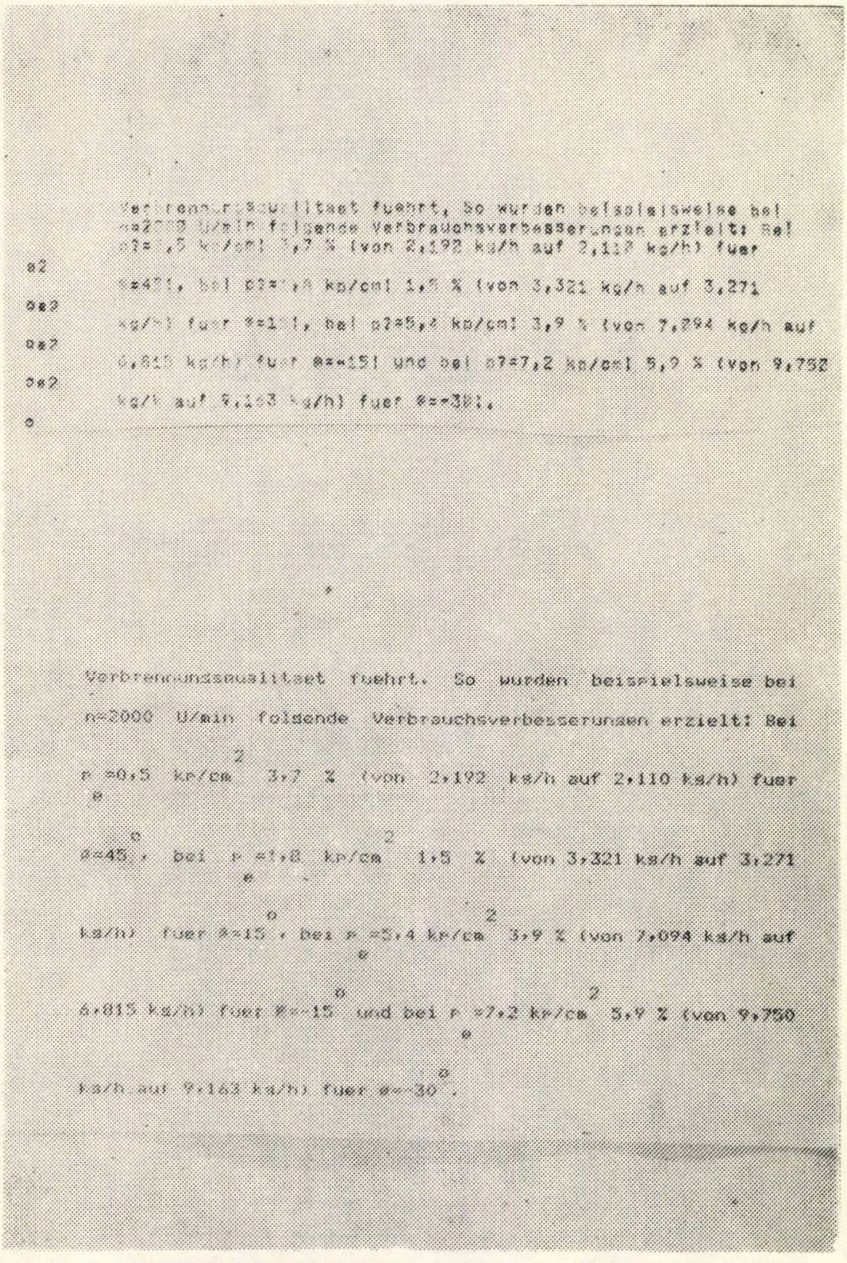


Bild 2 Rechtsausrichten, Exponenten- und Indexschreiben

oben : Dateieingabe
unten : Ausgabe

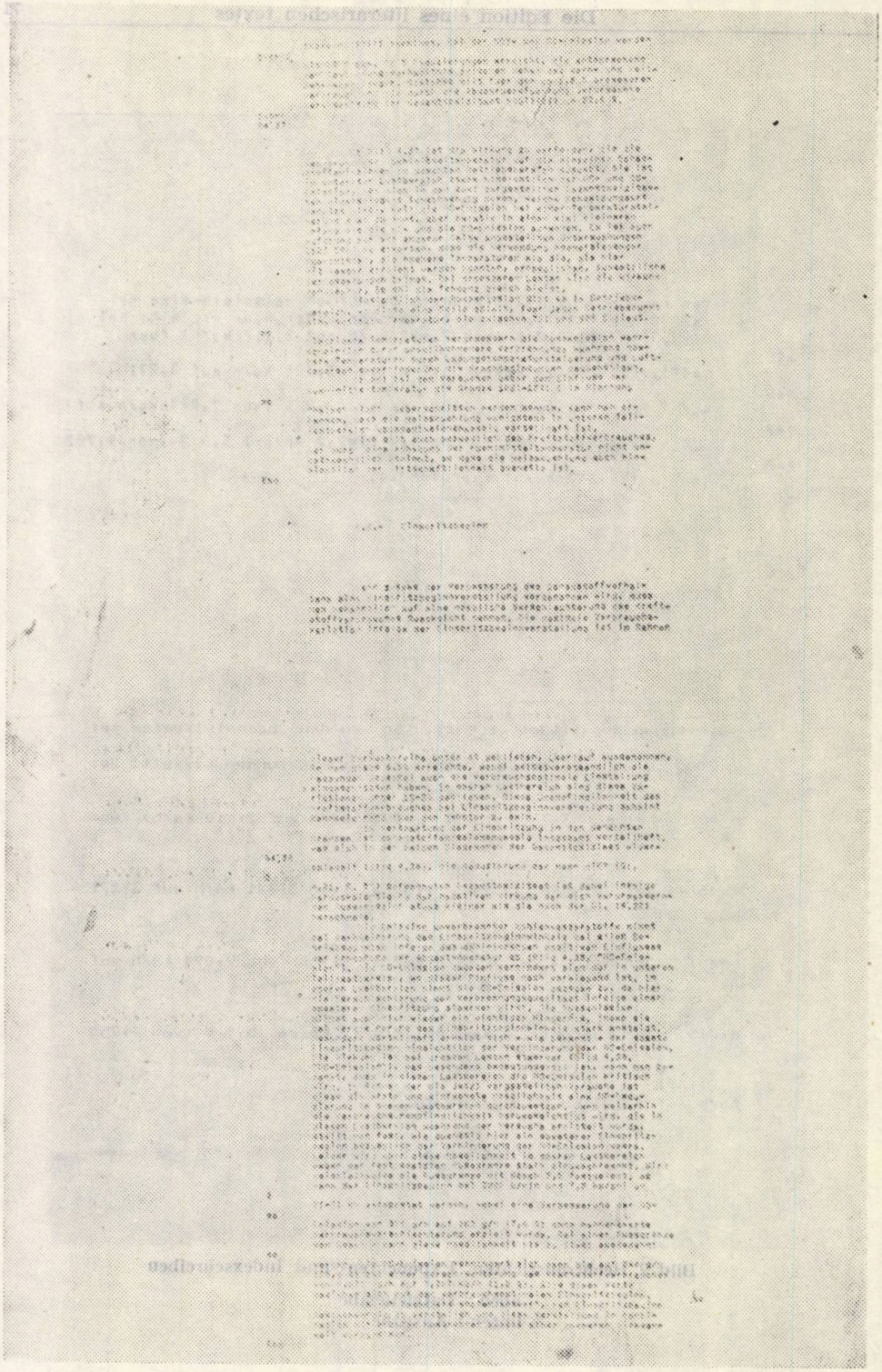


Bild 3 Ein Teil von der Dateieingabe

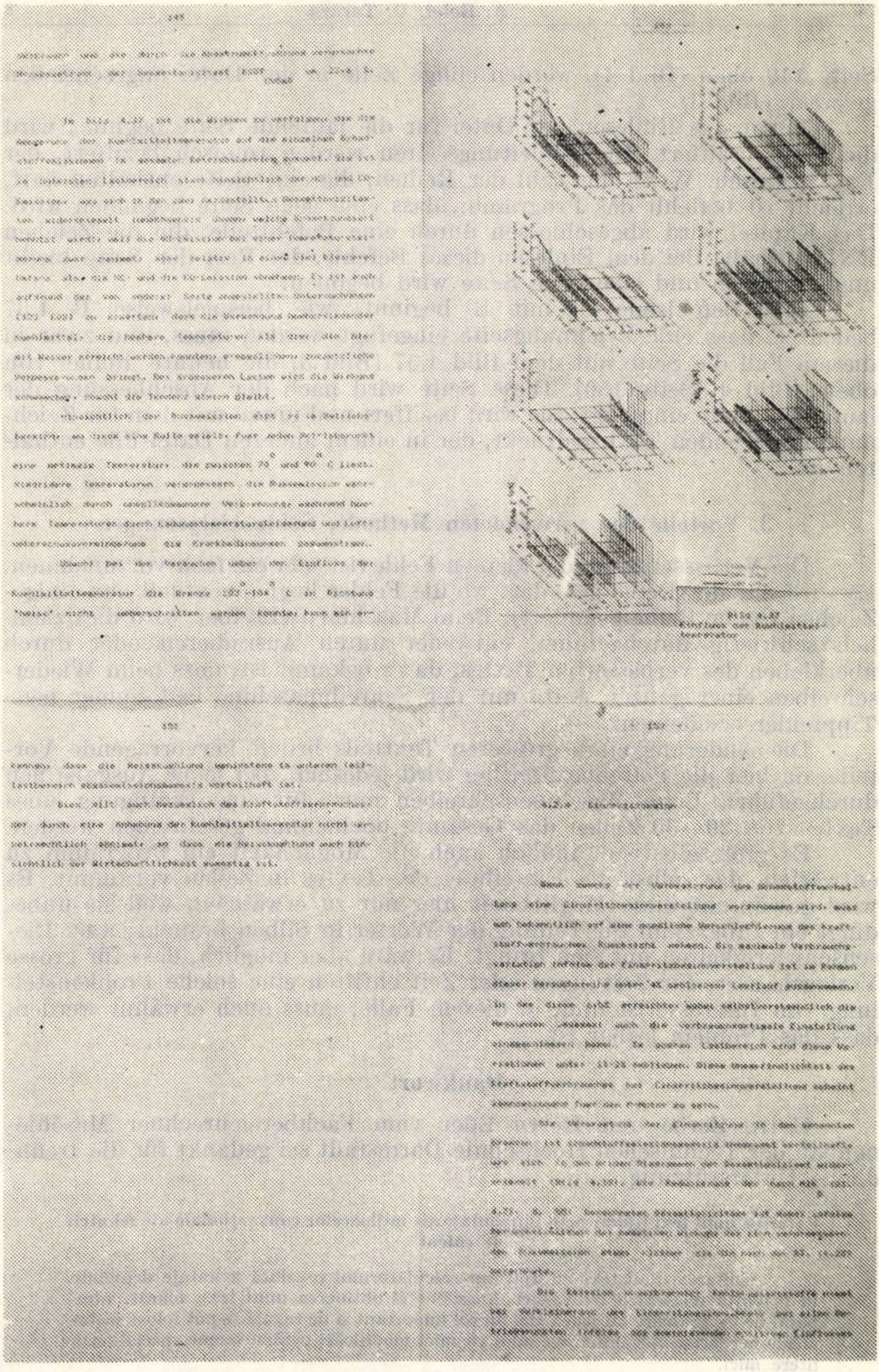


Bild 4 Seiten die mit Daten vom Bild 3 gedruckt wurden

Seite 149 oben (Bild 4), werden einige Zeile in der Datei ungeschrieben gelassen (Bild 3).

Bevor das Einlesen der Datei für die laufende Seite beginnt, wird die Seite beziffert. Die Einleitungsseiten werden romisch beziffert, der Rest arabisch. Wenn die Zahl der Reihen, die eine Seite enthalten darf, erreicht ist befiehlt das Programm, dass eine neue Seite begonnen wird. Das Kapitel wird abgeschlossen durch eine Befehlzeile, die die Zeichen END enthält. Bei dem Einlesen dieses Befehls, der Rest der Seite bleibt ungeschrieben und eine neue Seite wird begonen.

Eine Befehlzeile die mit B beginnt, wie beispielsweise B 4.37 bedeutet, dass eine Zeichnungseite eingefügt werden muss, und zwar in diesem Fall die Seite mit dem Bild 4.37 (Bild 3, die neunte Reihe von oben; Bild 4, Seite 150). Diese Seite wird nach der Abschliessung der laufenden Seite eingefügt. Sie wird beziffert und unten mit dem für Zeichnung erklärenden Text gedrückt, der in einem anderen Datei-File enthalten ist.

3. Vorteile der verwendeten Methode, Schlussfolgerungen

Die Verbesserungen der kleinen Fehle rist sehr ein fach vorzunehmen. Es wird nur der Reihe geändert wo die Fehler liegt (eventuell nur einige Zeichen in der Reihe geändert). Beim Maschinenschreiben wird dies ziemlich schwierig durchgeführt, entweder durch Ausradieren oder durch überkleben des verbesserten Textes, da es bekannt ist, dass beim Wiederschreiben einer ganzen Seite mit der Schreibmaschine fast immer neue Tippfehler erscheinen.

Die Änderung eines grösseren Textteils bringt hervorragende Vorteile, da hier die Seitenbezifferung wird jedesmal, bei jeder Ausgabe neu durchgeführt. Beim Maschinenschreiben muss für eine Einfügung eines Textes von 20—30 Zeilen das Gesamte nocheinmal geschrieben werden.

Es gibt selbstverständlich auch die Möglichkeit ein Programm zu entwerfen, das selbst die Einteilung des Textes in Zeilen vornimmt. Es wird gewünscht diese Möglichkeit hier nur zu erwähnen, weil sie unbedingt ein Programm für Teilung der Wörter in Silben braucht, was Riesenschwierigkeiten mit sich bringt. Es wäre aber möglich, dass für grösse Verlagshäuser, für Zeitungen oder Zeitschriften eine solche Problemstellung von Interesse ist und, in diesem Falle, muss auch erwähnt werden, dass das Problem lösbar ist.

Dankwort

Herrn Zerbe und Herrn Eder vom Fachbereichrechner Maschienenbau der Technischen Hochschule Darmstadt sei gedankt für die freundliche Unterstützung.

Editarea unui text literar prin întrebuinţarea mijloacelor convenţionale ale tehnicii de calcul

Editarea unui text cu ajutorul calculatorului prezintă avantaje deosebite în privinţa micşorării frecvenţei greşelilor şi obţinerea unui text acurat. Limbajul de programare nu joacă aici un rol important şi de regulă se pot folosi instalaţiile periferice obişnuite, eventual cu mici modificări pentru semne speciale sau litere mici.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

C.Z.: 621.313.36

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND OPTIMIZAREA COLECTORULUI DE ADMISIE LA MOTORUL DE 1500 cm³

N. NEGURESCU, C. PANĂ*

În lucrare sînt prezentate rezultatele încercărilor experimentale realizate pentru stabilirea arhitecturii optime a colectorului de admisie al motorului de 1500 cm³.

Introducere

Fabricarea motoarelor cu ardere internă în producție de serie mare, impune din motive economice tipizarea acestora.

Pentru acoperirea unui domeniu larg de puteri cerut de diverse utilizări uzinele producătoare de motoare cu ardere internă au dezvoltat familii de motoare avînd la bază un motor tip, prin modificarea numărului de cilindri, a turației, a presiunii medii efective și eventual o modificare a alezajului sau a cursei pistonului.

Una din problemele importante care influențează hotărîtor performanțele motorului derivat, mai ales la *m.a.s.* o constituie optimizarea colectorului de admisie. Modificările constructive ale colectorului de admisie impuse de realizarea noului motor schimbă regimul de presiuni din colectorul de admisie, influențînd umplerea cilindrului, care poate fi mai puțin eficientă. Este necesar, în acest sens, să se reproiecteze colectorul de admisie astfel încît să se obțină un regim de unde de presiune favorabil care să asigure o umplere eficientă în cazul concret al noului motor.

Motorul de 1500 cm³** a fost obținut din motorul 810—99 prin modificarea dimensiunilor fundamentale și mărirea raportului de comprimare. Din motive impuse de utilizare, la acest motor s-a redus turația de putere maximă.

Manuscris predat redacției la data de 14 iunie 1979

* Șef lucrări ; Șef lucrări, Catedra de motoare cu ardere internă.

** Motorul de 1500 cm³(motor cu aprindere prin scînteie) a fost executat la I.A. Pitești, după proiectul realizat la Catedra de motoare cu ardere internă din IPB.

1. Influența geometriei colectorului de admisie asupra umplerii motoarelor în patru timpi

Majoritatea lucrărilor de specialitate care s-au ocupat de determinarea prin calcul a valorii coeficientului de umplere al motoarelor cu ardere internă, au propus metode de calcul pentru motoare cu cilindri alimentați separat, prin intermediul unor conducte de admisie relativ lungi, în scopul favorizării umplerii prin inerție, dar care prezintă puțin interes practic, mai ales pentru motorul de automobil.

Aplicarea unor metode de calcul în cazul motoarelor policilindrice cu colector de admisie, trebuie să țină seama de condițiile concrete în care are loc curgerea în acest caz : colectorul de admisie comun prezintă ramificații, variații de secțiune, pereți rugoși (colectoarele fiind obținute în general prin turnare în forme cu miezuri de nisip) și curburi de diverse raze. În aceste condiții, regimul de unde care se propagă în colectorul de admisie poate fi controlat numai parțial prin calcul.

O altă sursă de erori o constituie aproximarea coeficientului de curgere pe sub supape cu valori determinate experimental în regim de curgere staționară. Problema devine cu atît mai complexă avînd în vedere marea varietate de forme constructive și dimensiuni ale colectoarelor de admisie.

În majoritatea lucrărilor [1, 2, 3] s-au dezvoltat metode de calcul ale căror rezultate au fost comparate cu determinări experimentale pe motoare particulare, dînd o bună concordanță, dar extinderea aplicării lor la alte motoare trebuie făcută cu rezerva cuvenită. Totuși acestea furnizează informații calitative cu caracter mai general :

a) pentru fiecare turație a motorului, există valori optime ale lungimii colectorului de admisie, întîrzierii la închiderea supapei de admisie și diametrului colectorului, din punct de vedere al umplerii cilindrilor ;

b) pentru a obține un maxim al coeficientului de umplere trebuie să se asigure condițiile unui număr întreg de oscilații complete ale undei de presiune într-o perioadă funcțională a motorului ; cu această ipoteză lucrarea [2] propune o metodă directă pentru determinarea lungimii optime a conductei de admisie ;

c) în cazul colectorului comun cu ramificații, asupra procesului de umplere a unui cilindru au influență de același ordin de mărime atît pulsațiile din ramurile cu cilindrii în fază de încrucișare cu cel considerat cît și cele din ramurile celorlalți cilindri [1]. În aceeași lucrare se apreciază că micșorarea coeficientului de umplere se datorează în special inerției masei de aer conținută în conducta de admisie. (Metoda de calcul propusă se referă la motoare policilindrice cu colector comun de admisie și conducte „scurte") ;

d) prezența curburilor în construcția colectorului de admisie reduce umplerea, cu atît mai mult cu cît unghiul de deviere este mai mare. Date experimentale [3], arată că o deviere de 45° a încărcăturii reduce umplerea cu 4—10%. De asemenea asupra umplerii are influență și poziția cotului pe lungimea colectorului : apropierea acestei poziții de supapa de admisie reduce pierderile cu circa 3%.

Factorii care influențează umplerea sînt multipli, dar dintre aceștia o pondere mai mare o au fazele de distribuție și geometria colectorului de

admisie. În cazul concret al motorului de 1500 cm³ stă la îndemînă pentru îmbunătăţirea umplerii numai modificarea geometriei colectorului de admisie. (Acest motor păstrează arborele cu came al motorului 810—99 din care a fost derivat).

În aceste condiţii, pentru fazele de distribuţie date, se urmăreşte stabilirea valorilor optime ale lungimii şi diametrului colectorului de admisie.

2. Rezultatele experimentale

Experimentările s-au efectuat cu un motor de 1500 cm³ instalat pe un stand de încercări. Sistemele auxiliare ale motorului au fost identice cu ale motorului de bază (810—99), cu excepţia colectorului de admisie şi a carburaţiei.

Standul de încercări a fost echipat cu o frînă hidraulică VEB Diesel motorenwek Schönebech tip B4. Alimentarea motorului cu aer s-a făcut dintr-un rezervor de amortizare a oscilaţiilor de presiune ale coloanei de aer racordat la carburator în locul filtrului de aer. În timpul încercărilor s-au efectuat următoarele măsurători :

— măsurări de sarcină (încărcarea motorului a fost realizată cu frîna hidraulică menţionată, cu puterea maximă de 150 CP la o turaţie maximă de 600 rot/min) ;

— măsurări de turaţie — cu ajutorul unui stroboscop tip N 2601, avînd două scări 0—100 Hz şi 0—300 Hz ;

— măsurări de consum de aer. Debitul de aer s-a determinat cu ajutorul diafragmei. Instalaţia cuprinde un rezervor de amortizare a oscilaţiilor de presiune, dimensionat în raport cu capacitatea cilindrică a motorului, o diafragmă de debit şi un manometru diferenţial cu apă ;

— măsurări de temperatură (s-a măsurat temperatura uleiului de ungere, a apei de răcire şi a mediului ambiant) ;

— măsurări de presiune (s-a măsurat presiunea uleiului şi presiunea mediului ambiant).

Stabilirea formei geometrice a colectorului de admisie (lungimea şi prezenţa coturilor), trebuie să ţină seama de spaţiul disponibil în condiţii de utilizare date. (Acest motor a fost destinat utilizării pe autoutilitara TV 12 F şi pe autoturismul de teren ARO). Din condiţia de gabarit impusă de utilizare se determină *lungimea * maximă a colectorului*, cu care se încep investigaţiile, urmînd reducerea acesteia. Cum este dificilă construirea unui colector cu lungimea variabilă continuu, se vor stabili pe baza informaţiilor întîlnite în literatură, valori discrete ale acesteia.

Diametrul colectorului se stabileşte ţinînd seama de mărimea secţiunii canalului de admisie din chiulasă. (S-au folosit colectoare cu secţiune circulară constantă).

---

* Prin lungime a colectorului s-a considerat lungimea traseului încărcăturii proaspete cuprins între poarta supapei şi axele obturatorului carburatorului

Pentru modificarea lungimii colectoarelor s-au utilizat trei module de lungimi diferite (30, 60 și 110 mm) care au fost intercalate pe porțiunea rectilinie dintre modulul asamblat la chiulasă și modulul pe care sînt montate carburatoarele (fig. 1).

S-au obținut astfel cinci variante de colector cu lungimi diferite : $L_1 = 400$, $L_2 = 430$, $L_3 = 460$, $L_4 = 490$ și $L_5 = 510$ mm, cu care s-au

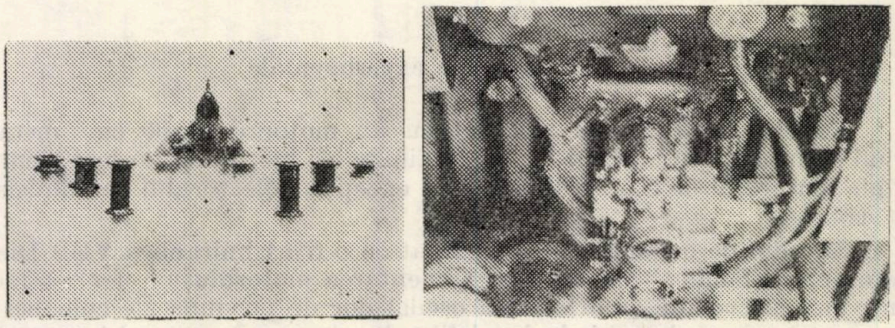


Figura 1 — Colectorul de admisie și modulele utilizate.

făcut încercări experimentale pe motor. În timpul experimentărilor s-a măsurat debitul de aer la admisie, a cărui variație este reprezentată în figura 2.

În figura 3 este reprezentată variația coeficientului de umplere cu turația pentru cele cinci lungimi de colectoare încercate, la sarcină totală a motorului.

Se constată că valoarea maximă a coeficientului de umplere este realizată în domeniul turațiilor joase (2400—3000 rot/min) de colectorul cu lungimea L = 400 mm, în zona turațiilor medii (3200—3600 rot/min) de colectorul cu L = 430 mm, iar în zona turațiilor ridicate (4700—5200 rot/min) de colectorul cu L = 510 mm.

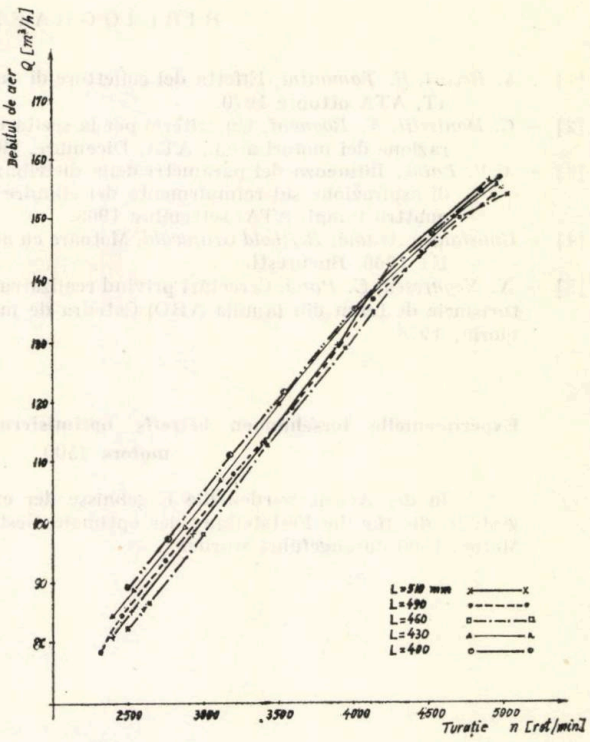
În figura 4 s-a reprezentat variația coeficientului de umplere cu lungimea colectorului, pentru diverse turații.

Alura de variație a coeficientului de umplere este asemănătoare, înregistrînd o scădere a coeficientului de umplere la o lungime a colectorului de L = 460 mm. Mărirea lungimii colectorului peste această valoare nu aduce avantaje însemnate în ceea ce privește umplerea motorului, la care se adaugă și inconvenientul cotei de gabarit limitată de spațiul oferit pentru montaj pe autovehicul.

Realizarea unui colector de admisie cu lungime variabilă, ar permite obținerea unui coeficient de umplere maxim la orice turație (curba înfășurătoare, figura 3), dar realizarea practică ridică probleme dificile.

Pentru motorul cercetat, se alege colectorul de admisie cu lungimea L = 400, care asigură o umplere maximă la turații scăzute (turația de moment motor maxim) și performanțe acceptabile pentru turațiile ridicate.

Figura 2 — Variația debitului de aer la admisie cu turația pentru lungimile de colector încercate.



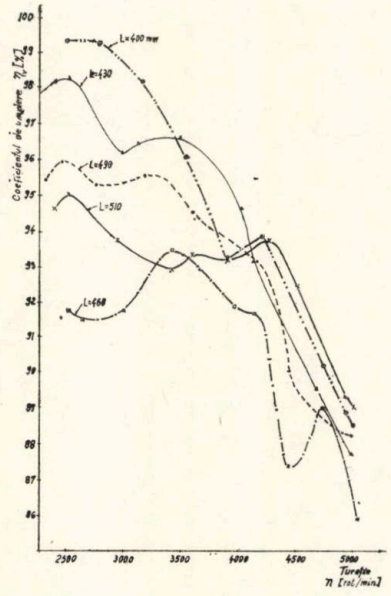


Figura 3 — Variația coeficientului de ungere cu turația, pentru lungimile de colector încercate.

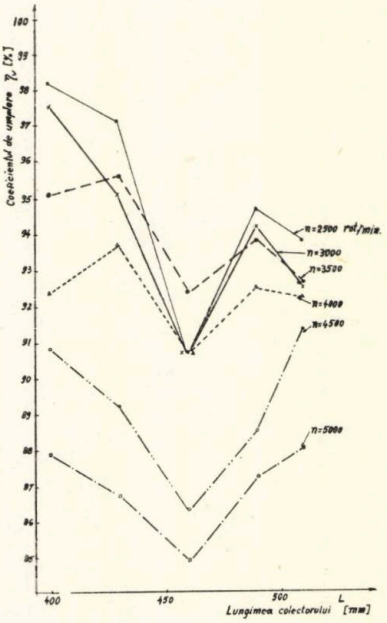


Figura 4 — Variația coeficientului de ungere cu lungimea colectorului, pentru diverse turații.

BIBLIOGRAFIE

[1] — *A. Becari, F. Tamanini*, Effetta del collettore di aspirazione sul rempimento dei motori 4T, ATA ottobre 1970.

[2] — *C. Doniselii, V. Rognoni*, Un criterio per la scelta della lunghezza dei condotti di aspirazione dei motori a c.i., ATA, Dicembre, 1970.

[3] — *V.V. Laiok*, Influenza dei parametri della distribuzione e della geometria del collettore di aspirazione sul reimpirmento dei cilindre dei motori a combustione interna a quattro tempi, ATA, settembre 1968.

[4] — *Constantin Aramă, Berthold Grunwald*, Motoare cu ardere internă procese şi caracteristici, ET 1966, Bucureşti.

[5] — *N. Negurescu, C. Pană*, Cercetări privind realizarea motorului de 1500 cm³ pentru autoturismele de teren din familia ARO, Catedra de motoare cu ardere internă, memoriu, 1978.

Experimentelle forschungen betreffs optimisierung der ansaugleitung des motors 1500

In der Arbeit werden die Ergebnisse der experimentellen Versuche vorgestellt, die für die Feststellung der optimale Gestaltung der Ansaugleitung des Motors 1500 durchgeführt wurden.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

CAZANE

C.Z.: 662.87.

ARDEREA PARTICULEI DE CĂRBUNE PULVERIZAT CU CONSIDERAREA RECȚIILOR SECUNDARE

C. NEAGA*

În lucrare se analizează dinamica arderii particulei de cărbune pulverizat cu considerarea celor mai importante reacții primare și secundare. În acest fel modelul se apropie mai mult de realitate și, deci, rezultatele prezintă un interes sporit. De asemenea se arată influența unor parametri variabili asupra desfășurării în timp a procesului de ardere a particulei cum ar fi gradul de recirculare a gazelor de ardere.

Introducere

Procesul de ardere a particulei de cărbune pulverizat este un ansamblu de reacții paralele și succesive, care se desfășoară fie în fază gazoasă, (reacții omogene), fie pe suprafața particulei, (reacții eterogene). După un alt criteriu, aceste reacții se pot împărți în primare și secundare dintre care se amintesc cele mai importante

— reacții primare :
oxidarea carbonului pînă la oxid de carbon

$$2C + O_2 = 2\,CO + Q_1\,; \tag{1}$$

oxidarea carbonului pînă la bioxid de carbon

$$C + O_2 = CO_2 + Q_2\,; \tag{2}$$

— reacții secundare :
arderea oxidului de carbon

$$2\,CO + O_2 = 2\,CO_2 + Q_{12}\,; \tag{3}$$

reducerea bioxidului de carbon

$$CO_2 + C = 2\,CO - Q_{21}, \tag{4}$$

Manuscris predat redacției la data de 20 ianuarie 1979
* Șef lucrări dr. ing. Catedra Cazane și turbine cu abur și gaze

unde Q, cu diferiți indici, reprezintă efectul termic al reacției respective. Conform legii lui Hess, între efectele termice există relațiile $Q_1 + Q_{12} = 2Q_2$ și $Q_2 - Q_{21} = Q_1$.

În lucrarea de față se face o evidențiere în timp (deci o reprezentare dinamică) a unor mărimi care caracterizează procesul de ardere, cu considerarea tuturor reacțiilor arătate mai sus. Acest lucru este posibil datorită tehnicii electronice de calcul. Pentru analiza procesului de ardere a particulei, se folosesc funcțiile : temperatura particulei, temperatura fazei gazoase, diametrul particulei, concentrația de oxigen, concentrația de bioxid de carbon și concentrația de oxid de carbon.

1. Sistemul de ecuații care modelează arderea particulei

Sistemul se compune din 6 ecuații cu 6 necunoscute.

Prima ecuație este o ecuație de bilanț termic pentru particula de cărbune. Conținutul de căldură fizică a particulei, la un moment dat este $Q_{pc} = \frac{\pi \delta^3}{6} \gamma_c c_c T$. Variația în timp a conținutului de căldură rezultă în urma derivării,

$$\frac{dQ_{pc}}{d\tau} = \frac{\pi\delta^3}{6} \gamma_c c_c \frac{dT}{d\tau} + \frac{3\pi\delta^2}{6} \gamma_c c_c T \frac{d\delta}{d\tau} \tag{5}$$

și se datorește reacțiilor chimice eterogene precum și schimburilor de căldură dintre particulă și corpurile înconjurătoare, adică

$$\frac{\pi\delta^3}{6} \gamma_c c_c \frac{dT}{d\tau} = -\frac{\pi\delta^2}{2} \gamma_c c_c T \frac{d\delta}{d\tau} +$$

$$+ 2\pi\delta^2(0{,}605 + \beta)\, \alpha_1 \beta_1 c_R \frac{T_0}{T_g} Q_i^{i_1} + \pi\delta^2(1 + \beta)\, \alpha_2 \beta_2 c_R \frac{T_0}{T_g} Q_i^{i_2} -$$

$$- \frac{44}{32} \pi\delta^2\, \alpha_{21} c_{2R} \frac{T_0}{T_g} Q_{21} + \frac{44}{32} \pi\delta^2\, \alpha_{21} c_{2R} \frac{T_0}{T_g} c_{CO_2} T_g +$$

$$+ \pi\delta^2\, [2(0{,}605 + \beta)\alpha_1 + (1 + \beta)\, \alpha_2]\, c_R \frac{T_0}{T_g} c_{O_2} T_g -$$

$$- \frac{56}{16} \pi\delta^2\, (0{,}605 + \beta)\, \alpha_1 c_R \frac{T_0}{T_g} c_{CO} T - \frac{44}{32} \pi\delta^2(1 + \beta)\alpha_2 \cdot$$

$$\cdot c_R \frac{T_0}{T_g} H c_{CO_2} T - \frac{56}{32} \pi\delta^2\, \alpha_{21} c_{2R} \frac{T_0}{T_g} c_{CO} T -$$

$$- \pi\delta^2\, Nu_t \frac{\lambda_0 + aT_g}{\delta} (T - T_g) - \pi\delta^2 \varepsilon\varphi\sigma_0 (T^4 - T_f^4), \text{ kcal/s} \tag{6}$$

(Primul termen din dreapta reprezintă scăderea conținutului de căldură datorită scăderii greutății particulei, al doilea reprezintă căldura dezvoltată în unitatea de timp datorită oxidării cărbunelui pînă la oxid de carbon, al treilea — datorită oxidării cărbunelui pînă la bioxid de carbon, al patrulea — scăderea conținutului de căldură datorită reacției de reducere a bioxidului de carbon, al cincilea — căldura fizică a fluxului de bioxid de carbon ce se combină cu carbonul în reacția de reducere, al șaselea — căldura fizică adusă particulei de fluxul de oxigen, al șaptealea — căldura fizică a oxidului de carbon rezultat din reacția primară (1) și care părăsește particula, al optulea — căldura fizică a bioxidului de carbon rezultat din reacția (2), al noulea — căldura oxidului de carbon rezultat din reacția de reducere (4), al zecelea — căldura pierdută de particulă prin conducție al unsprezecelea — schimbul de căldură prin radiație între particulă și corpurile înconjurătoare).

A doua ecuație reprezintă bilanțul termic pentru faza gazoasă corespunzătoare particulei. Volumul de gaze rezultate din arderea unui kgf cărbune [4]

$$V_g = [r(\zeta + \alpha_f - 1) + (\zeta + \alpha - 1) - (\zeta - 1)\,\delta^3/\delta_0^3]V^0_{aum}, \quad \mathrm{Nm^3/kgf} \qquad (7)$$

se consideră invariabil în timp,

$$\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c c_{gg} V_g \frac{dT_g}{d\tau} = \frac{56}{32}\frac{1+\beta}{1+2(0{,}605+\beta)}\frac{\pi\delta^3{}_0}{6}\gamma_c V_g \varkappa c c_1 Q_{12} +$$

$$+ \pi\delta^2 Nu_t \frac{\lambda_0 + aT_g}{\delta}(T - T_g) - \frac{44}{32}\pi\delta^2\alpha_{21}c_{2R}\frac{T_0}{T_g}c_{CO_2}T_g -$$

$$- \pi\delta^2[2(0{,}605+\beta)\alpha_1 + (1+\beta)\alpha_2]c_R\frac{T_0}{T_g}c_{O_2}T_g +$$

$$+ \frac{56}{16}\pi\delta^2(0{,}605+\beta)\alpha_1 c_R\frac{T_0}{T_g}c_{CO}T + \frac{56}{32}\pi\delta^2\alpha_{21}c_{2R}\frac{T_0}{T_g}c_{CO}T +$$

$$+ \frac{44}{32}\pi\delta^2(1+\beta)\alpha_2 c_R\frac{T_0}{T_g}c_{CO_2}T, \ \mathrm{kcal/s}. \qquad (8)$$

(Primul termen din dreapta reprezintă căldura dezvoltată prin arderea oxidului de carbon; următorii termeni au aceleași semnificații ca la formula 6).

A treia ecuație exprimă legea de variație a diametrului particulei de cărbune

$$\frac{\pi\delta^2}{2}\gamma_c\frac{d\delta}{d\tau} = -\pi\delta^2\left[2(0{,}605+\beta)\alpha_1\beta_1 c_R + \right.$$

$$\left. + (1+\beta)\alpha_2\beta_2 c_R + \frac{12}{32}\alpha_{21}c_{2R}\right]\frac{T_0}{T_g}, \ \mathrm{kgf/s}. \qquad (9)$$

(Scăderea greutății particulei se datorește oxidării carbonului în oxid și bioxid de carbon — termenii unu și doi din dreapta —, precum și consumării carbonului în reacția de reducere a bioxidului de carbon — ultimul termen din dreapta).

A patra ecuație arată scăderea concentrației de oxigen ; se datorește reacțiilor eterogene și omogene

$$\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c V_g \frac{dc}{d\tau} = -\pi\delta^2[2(0{,}605+\beta)\alpha_1 + (1+\beta)\alpha_2]c_R\frac{T_0}{T_g} - \frac{1+\beta}{1+2(0{,}605+\beta)}\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c V_g \varkappa c c_1, \text{ kgf } O_2/\text{s}. \quad (10)$$

Legea de variație a concentrației de bioxid de carbon constituie a cincea ecuație a sistemului

$$\frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c V_g \frac{dc_2}{d\tau} = \pi\delta^2[(1+\beta)\alpha_2 c_R - \alpha_{21}c_{2R}]\frac{T_0}{T_g} + \frac{\pi\delta_0^3}{6}\gamma_c V_g \varkappa c c_1, \text{ kgf } O_2/\text{s}. \quad (11)$$

Între concentrațiile de oxigen, de bioxid de carbon și de oxid de carbon există o relație de legătură : ecuația generală a arderii ; aceasta este a șasea ecuație a sistemului [3]

$$(1+\beta)c_2 + 2(0{,}605+\beta)c_1 + c = c_0. \quad (12)$$

În ecuațiile precedente s-au folosit notațiile : T, T_g — temperatura particulei de cărbune, respectiv a gazelor, K ; δ_0, δ — diametrul inițial, respectiv curent al particulei, m ; γ_c — greutatea specifică a cărbunelui kgf/m³ ; c_c — căldura specifică a cărbunelui, kcal/kgf.grd ; β — caracteristica combustibilului,

$$\beta = 2{,}37\frac{H^i - 0^i/8 + 0{,}038\,N^i}{C^i}, \quad (13)$$

unde C^i, H^i, 0^i, N^i sînt componente ale analizei elementare a cărbunelui, % ; α_1, α_2, α_{21} — coeficienți de schimb de gaze, m/s : α_1 se referă la fluxul de oxigen care reacționează cu cărbunele după reacția (1), α_2 — aceeași semnificație, dar conform reacției (2), α_{21} se referă la fluxul de bioxid de carbon, reacția (4) ; β_1, β_2 — coeficienți stoechiometrici, kgf cărbune/kgf oxigen : β_1 se referă la oxidarea cărbunelui conform reacției (1), iar β_2 conform reacției (2) ; $Q_i^{i_1}$, $Q_i^{i_2}$ — puterea calorică a cărbunelui la oxidarea pînă la oxid de carbon, respectiv bioxid de carbon, kcal/kgf ;

$$Q_i^{i_1} = Q_i^{i_2} - (Q_2 - Q_1)C^i/100, \quad (14)$$

unde Q_1, Q_2 sînt efectele termice (reacțiile 1 și 2), dar exprimate în kcal/kgf ; analog Q_{12} și Q_{21} ; c, c_1, c_2 — concentrațiile de oxigen, de oxid de carbon, de bioxid de carbon, exprimate însă în unități de oxigen, kgf $0_2/Nm^3$; $c = C$, $c_1 = \frac{32}{56} C_1$, $c_2 = \frac{32}{44} C_2$, unde C, C_1, C_2 au aceeași semnificație, dar exprimate în unități corespunzătoare [3] ; c_R, c_{2R} — concentrația de oxigen, respectiv de bioxidul de carbon pe suprafața particulei, kgf $0_2/Nm^3$; valorile lor se iau din [1],

$$c_R = \tag{15}$$

$$= \frac{c\left[(\alpha_{21}\delta+2D+\nu_{12}D\delta)\,2D-\frac{1+\beta}{2(0{,}605+\beta)}\alpha_{21}\nu_{12}D\delta^2\right]-c_2\frac{1+\beta}{2(0{,}605+\beta)}\alpha_{21}\nu_{12}D\delta^2}{(\alpha\delta+2D)(\alpha_{21}\delta+2D)+\upsilon_{12}D\delta\left\{[(1+2(0{,}605+\beta))\alpha_1+(1+\beta)\alpha_2]\delta-\frac{1+\beta}{2(0{,}605+\beta)}\alpha_{21}\delta+2D\right\}},$$

$$c_{2R} = \tag{16}$$

$$= \frac{c(2\alpha_2\delta D+\alpha\nu_{12}D\delta^2)+\alpha c_2[\alpha\delta+2D)(\nu_{12}D\delta+2D)+\nu_{12}D\alpha_1\delta^2]}{(\alpha\delta+2D)(\alpha_{21}\delta+2D)+\upsilon_{12}D\delta\left\{[(1+2(0{,}605+\beta))\alpha_1+(1+\beta)\alpha_2]\delta-\frac{1+\beta}{2(0{,}605+\beta)}\alpha_{21}\delta+2D\right\}},$$

unde coeficientul global de schimb de gaz $\alpha = 2(0{,}605+\beta)\,\alpha_1+(1+\beta)\cdot\alpha_2$; D — coeficientul de difuzie, m^2/s ; ν_{12} — constanta vitezei de reacție, l/m ; c_{O_2}, c_{CO}, c_{CO_2} — căldurile specifice ale oxigenului, oxidului de carbon, bioxidului de carbon, kcal/kgf.grd ; Nu_t — criteriul Nusselt termic, $Nu_t = 2$; $\lambda_0 + aT_g$ — coeficient de conductivitate termică, variabil cu temperatura, kcal/m.h.grd ; ε — coeficient de negreală a cărbunelui ; φ — coeficient de atenuare a radiației datorită mediului dintre corpurile radiante ; σ_0 — constanta absolută de radiație a corpului negru, kcal/m^2 h.K^4 ; T_f — temperatura flăcării, K ; α, α_f (formula 7) — coeficientul de exces de aer la intrare, respectiv ieșire din focar ; r — gradul de recirculare a gazelor de ardere ; $\zeta = V_g^\circ/V_{aum}^\circ$, unde V_g°, V_{aum}° sînt volumul de gaze, respectiv volumul de aer, Nm^3/kgf ; c_{pg} — căldura specifică a gazelor de ardere, kcal/Nm^3.grd ; χ — constanta vitezei de ardere a oxidului de carbon, 1/s ; $c_0 = C_0$ — concentrația oxigenului în mediul ambiant = 0,294 kgf/Nm^3.

2. Date de calcul și rezolvarea sistemului de ecuații

Coeficienții de schimb de gaze s-au luat din [1, 2],

$\alpha_1 = 810^6 \exp(-37800/RT)$, m/s ;

$\alpha_2 = 2{,}6\ 10^3 \exp(-21000/RT)$, m/s ;

$\alpha_{21} = 316 \exp(-34500/RT)$, m/s ; expresia reprezintă ecuația curbei din graficul prezentat în [1] ;

$$\nu_{12} = \sqrt{\frac{\varkappa}{[1 + 2(0{,}605 + \beta)]\, D}} = 2{,}4\ 10^4 \exp(-13800/RT_g),\ \mathrm{m}^{-1};$$

$$D = D_{oam}\left(\frac{T_g}{T_0}\right)^2,\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s};$$

Concentraţiile iniţiale de oxigen şi bioxid de carbon s-au calculat cu formulele

$$c_0 = 0{,}294\,\frac{\alpha + r(\alpha_f - 1)}{\alpha + r(\zeta + \alpha_f - 1)},\ \mathrm{kgf}\ O_2/\mathrm{Nm}^3;$$

$$c_{20} = \frac{32}{1200}\,\frac{C^i}{[\alpha + r(\zeta + \alpha_f - 1)]V^\circ_{aum}},\ \mathrm{kgf}\ O_2/\mathrm{Nm}^3.$$

Pentru exemplele numerice s-a folosit huilă, marca HL — Preparaţie Petrila. Sistemul s-a rezolvat cu ajutorul calculatorului numeric FELIX C—256, prin metoda Runge-Kutta. (Ca parametri variabili s-au considerat diametrul iniţial al particulei, δ_0, coeficientul de exces de aer, α şi gradul de recirculare, r).

3. Grafice şi interpretarea lor

Rezultatele calculelor, pentru cîteva variante s-au prezentat şi grafic. Astfel în figura 1 s-a prezentat dinamica funcţiilor : temperatura particulei de cărbune T, temperatura gazelor T_g, diametrul particulei δ, concentraţia de oxigen C şi de oxid de carbon C_1; variaţia concentraţiei de bioxid de carbon se poate găsi folosind formula 12. La început temperatura particulei creşte rapid (ea primeşte căldură atît prin radiaţie, cît şi prin conductivitate de la gaze), iar temperatura fazei gazoase scade, astfel că după 0,25 10^{-2} s ele devin egale. Mai departe sensul schimbului de căldură prin conducţie se schimbă, de la particulă spre gaze, fapt ce face menţinerea aproape constantă a temperaturilor. Dat fiind diametrul mic al particulei, schimbul de căldură prin conducţie este intens, fapt ce explică diferenţa mică între ordonatele curbelor T şi T_g. După 2,7 10^{-2} s, pentru condiţiile date, particula de cărbune se aprinde. Din acest moment se constată o variaţie bruscă a tuturor mărimilor care descriu procesul de ardere. Concentraţia de oxid de carbon creşte datorită fluxurilor de oxid de carbon care provin din reacţia directă (formula 1) şi din reacţia de reducere a bioxidului de carbon (formula 4) şi scade datorită arderii lui (formula 3). Pentru domeniul de variaţie a timpului prezentat în figura 1 se constată că suma fluxurilor pozitive este mult mai mare decît fluxul negativ considerat în valoare absolută.

În figurile 2 şi 3 se reprezintă variaţia aceloraşi mărimi, dar cu alte date iniţiale. De asemenea se arată influenţa gazelor de ardere recirculate asupra procesului de ardere.

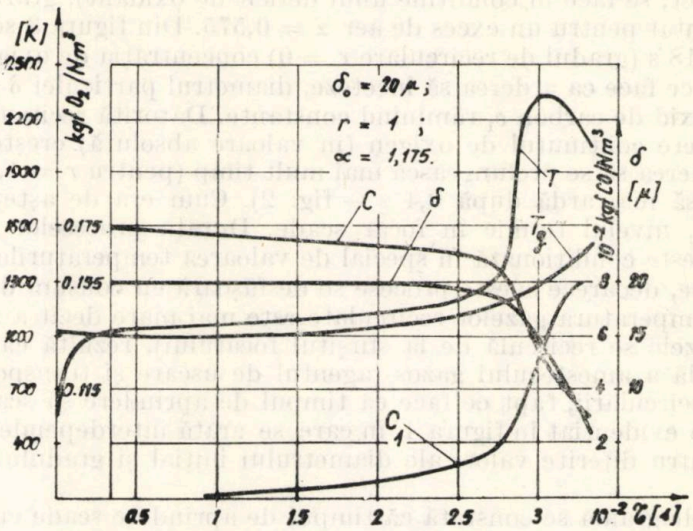


Fig. 1. — Variația în timp a temperaturii particulei T, a temperaturii gazelor T_g, a diametrului particulei δ, a concentrației de oxigen C și a concentrației de oxid de carbon C_1; datele inițiale $\delta_0 = 20\mu$; $r = 1$; $\alpha = 1{,}175$.

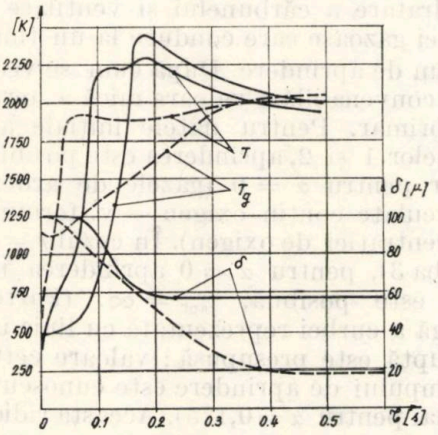


Fig. 2. — Variația în timp a temperaturii particulei T, a gazelor T_g și a diametrului δ; coeficientul de exces de aer $\alpha = 0{,}575$; gradul de recirculare: — $r = 0$; — — — $r = 1$.

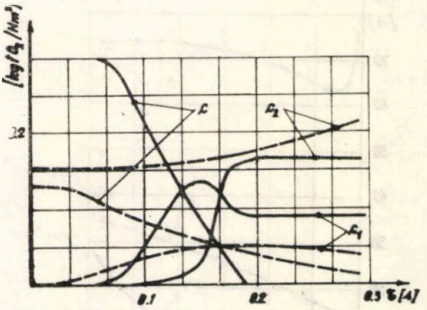


Fig. 3. — Dinamica concentrației de oxigen c, de oxid de carbon c_1 și de bioxid de carbon c_2 (aceleași date inițiale ca în fig. 2).

În general sensul de variație a funcțiilor este cel descris mai sus. Între 0,1 și 0,2 s temperatura particulei T (fig. 2) prezintă două maxime; al doilea maxim se explică prin aceea că, datorită aprinderii oxidului de carbon (fig. 3), temperatura gazelor care înconjoară particula devine mai mare decît temperatura particulei fapt ce face ca sensul schimbului conductiv de căldură să fie îndreptat de la gaze spre particulă. Ținînd seama de modelul fizic real (aprinderea prafului de cărbune insuflat în focar sub

formă de jet, se face în condițiile unui deficit de oxidant), graficele 2 și 3 s-au prezentat pentru un exces de aer $\alpha = 0{,}575$. Din figura 3 se constată că după 0,18 s (gradul de recirculare $r = 0$) concentrația de oxigen devine nulă, ceea ce face ca arderea să înceteze, diametrul particulei δ și concentrația de oxid de carbon c_1 rămînînd constante. Datorită recirculării gazelor de ardere conținutul de oxigen (în valoare absolută) crește, ceea ce face ca arderea să se prelungească mai mult timp (pentru $r = 1$, particula încetează să mai ardă după 0,4 s — fig. 2). Cum era de așteptat, prin recirculare, nivelul termic în focar scade. Durata proceselor prealabile aprinderii este condiționată în special de valoarea temperaturilor corpurilor radiante, deoarece aceste procese se desfășoară cu consum de căldură. Întrucît temperatura gazelor recirculate este mai mare decît a aerului de ardere (gazele se recirculă de la sfîrșitul focarului), rezultă că temperatura inițială a amestecului gazos (agentul de uscare și transport) crește datorită recirculării, fapt ce face ca timpul de aprindere să scadă. Acest aspect este evidențiat în figura 4. în care se arată interdependența $\tau_{apr} = f(\alpha)$ pentru diferite valori ale diametrului inițial și gradului de recirculare.

Din diagramă se constată că timpul de aprindere scade cu scăderea valorii aerului primar. Aceasta face ca distanța de aprindere să scadă și deci lungimea flăcării, în ansamblu, să se micșoreze. Se desprinde astfel o concluzie: calculul debitului agentului de uscare și transport în vederea dimensionării instalației de pregătire a prafului de cărbune, calcul care ține seama de posibilitatea de deshidratare a cărbunelui și ventilare a morii să fie comparat și cu debitul fazei gazoase care conduce la un timp minim de aprindere. După cum se vede este convenabilă o valoare mică a aerului primar. Pentru datele inițiale ale curbelor 1 și 2, aprinderea este posibilă chiar pentru $\alpha = 0$ (gazele de ardere recirculate conțin oxigen — v. formula concentrației de oxigen). În cazul $r = 0$ (curba 3), pentru $\alpha = 0$ aprinderea nu mai este posibilă, $\tau_{apr} = \infty$. (Partea stîngă a curbei reprezentată cu linie întreruptă este presupusă; valoare certă a timpului de aprindere este cunoscută numai pentru $\alpha = 0{,}175$). Aceasta ridică însă probleme dificile la realizarea arzătorului; el trebuie să asigure un amestec rapid între cele două jeturi (primar și secundar) astfel ca la momentul $\tau = \tau_{apr}$ particula să primească brusc sau treptat (după o lege încă necunoscută) restul aerului de ardere. Din confruntarea acestor aspecte rezultă o valoare optimă pentru coeficientul aerului primar.

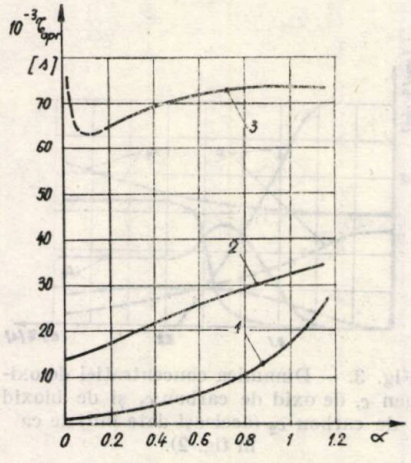


Fig. 4. — Interdependența $\tau_{apr} = f(\alpha)$: 1 — $\delta_0 = 20\mu$, $r = 1$; 2 — $\delta_0 = 100\mu$, $r = 1$; 3 — $\delta_0 = 100\mu$, $r = 0$.

În figura 5 se arată variația timpului de aprindere cu diametrul inițial al particulei (legea de variație este mai complexă decît un polinom de gradul doi). Aliura curbei se explică prin influența diferită pe care o

au asupra procesului de aprindere, atunci cînd diametrul inițial al particulei crește, mărimi ca schimbul de căldură prin radiație și conducție, difuzia oxidantului spre suprafața de reacție etc.

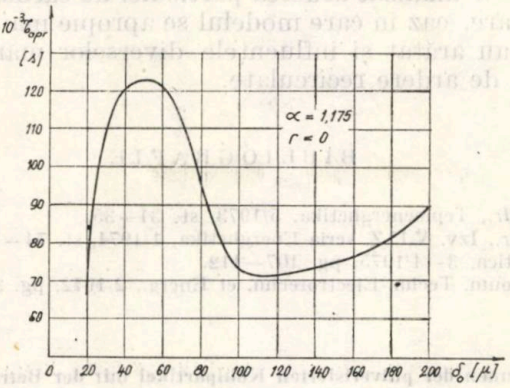


Fig. 5. — Interdependența $\tau_{apr} = f(\delta_0)$ pentru $\alpha = 1{,}175$ și $r = 0$.

Viteza de ardere a particulei de cărbune rezultă din formula

$$K_s = -\frac{1}{\pi\delta^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left(\frac{\pi\delta^2}{6}\gamma_c\right) = -\frac{\gamma_c}{2}\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\tau},\ \mathrm{kgf/m^2s} \qquad (17)$$

și este reprezentată în figura 6.

La început viteza de ardere crește, apoi urmează o zonă cu variație lentă ca apoi să crească iar. Forma acestor curbe, așa cum arată literatura de specialitate este tipică pentru arderea particulei de cărbune cu considerarea reacțiilor secundare.

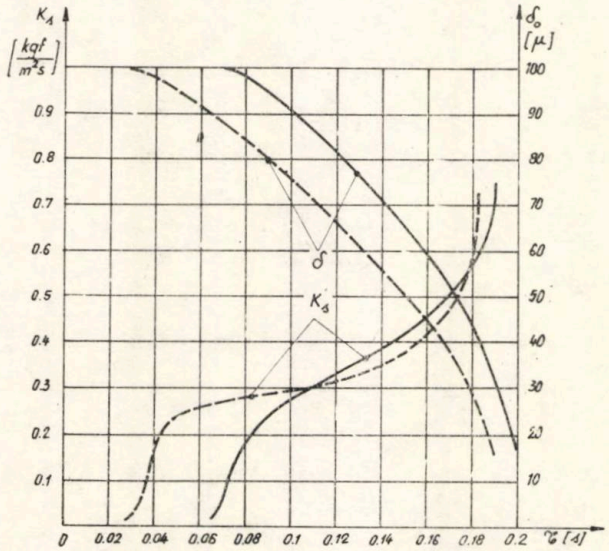


Fig. 6. — Dinamica vitezei de ardere a particulei de cărbune : — $r = 0$; — — — $r = 1$.

Concluzii

În lucrare s-a analizat arderea particulei de cărbune cu considerarea reacţiilor secundare, caz în care modelul se apropie mai mult de realitate. De asemenea, s-au arătat şi influenţele diverselor mărimi perturbatoare cum ar fi gazele de ardere recirculate.

BIBLIOGRAFIE

1. *Vilenskii T.V. i dr.*, Teploenerghetika, 5/1973, st. 31—35.
2. *Vilenskii T.V. i dr.*, Izv. V.U.Z. seria Energhetika, 1/1974, st. 74—79.
3. *C. Neaga*, Energetica, 3—4/1975, pg. 107—112.
4. *C. Neaga*, Rev. Roum. Techn.-Electrotechn. et Energ., 2/1972, pg. 391—405.

Das Brennen der pulverisierten Kohlpartikel mit der Betractung der Sekundärreaktion

In der Arbeit analysiert man die Dynamik des Brennens der pulverisierten Kohlpartikel mit der Betrachtung der Primär-und Sekundärreaktion.

In dieser Art und Weise nähert sich mehr das Muster der Realität, so dass die Ergebnisse ein hohes Interesse darbieten.

Es wird auch der Einfluss einiger veränderlichen Parameter auf den Verlauf des Brennenprozesses der Partikel in Zeit gezeigt, wie zum Beispiel der Grad der Rezirkulation der Brennengase.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 621.79669.71

SIMULAREA COMPORTĂRII LA DEFORMARE PLASTICĂ A ALIAJELOR DE ALUMINIU PRIN METODA TORSIUNII

N. ATANASIU *

În lucrare se descrie ecuația constitutivă elasto-plastică aplicată la analiza comportării aliajelor de aluminiu cu rezistență ridicată : AlZn6Mg2,5Cu1,5 și AlCu4SiMg în timpul deformării prin încercarea de torsiune.

Rezultatele experimentale obținute pe o mașină tip SETARAM au permis determinarea parametrilor modelului cu ajutorul unui program de calculator în vederea aplicării lor la procesele de deformare plastică a aliajelor de aluminiu.

Studiul comportării aliajelor de aluminiu, cu rezistență mecanică ridicată, în timpul prelucrării prin deformare plastică (tragere, trefilare, extruziune) s-a făcut cu ajutorul metodei torsiunii.

Folosind datele experimentale obținute prin această metodă, s-a descris ecuația constitutivă elastoplastică pentru aliajele studiate. De asemenea, datele experimentale s-au utilizat la determinarea parametrilor modelului cu ajutorul unui program de calculator.

Materialele folosite la cercetări experimentale au fost constituite din două aliaje cu rezistență mecanică ridicată și anume : AlZn6Mg2, 5Cul,5 și AlCu4SiMg având următoarea compoziție chimică :

AlZn6Mg2,5Cul,5:	Zn	Mg	Cu	Cr	Mu	Si	Fe	Impurități	Al
	6,1	2,6	1,8	0,21	0,3	0,4	0,3	0,15	rest

AlCu4SiMg :	Cu	Si	Mg	Mn	Cr	Fe	Zn	Impurități	Al
	4,2	0,8	0,6	0,9	0,1	0,55	0,1	0,15	rest

Epruvetele pentru încercarea de torsiune prelucrate prin așchiere din bare trase și recoapte, aveau lungimea activă de 50 mm, iar diametrul secțiunii transversale de 6 mm.

Încercările de torsiune s-au făcut pe o mașină tip SETARAM într-un domeniu larg de viteze de răsucire (N = 5 ; 10 ; 50 ; 100 ; 300 ; 500 ; 700 ; 900 ; 1100 ; 1300 și 1500 rot/min. Toate încercările s-au executat la

Manuscris predat redacției la data de 23 iulie 1979

* Conf. dr. ing., Catedra Tehnologia metalelor

temperatura camerei pînă la ruperea epruvetei. Pentru fiecare din cele 11 viteze de răsucire folosite au fost încercate cîte trei epruvete.

Epruvetele folosite la experimentări avînd o formă de cilindru circular rezultă că este vorba de o problemă axial simetrică, de aceea s-au folosit coordonatele cilindrice r, θ și Z.

Datorită absenței deplasării secțiunii, distribuția deformațiilor și a tensiunilor în zona elastică va fi liniară. În zona plastică distribuția tensiunilor rezultă din condiția de plasticitate.

Notînd cu γ și γ_s deformația unghiulară și respectiv valorile sale superficiale se obține :

$$\gamma = \int_9^t \dot{\gamma}\, dt \text{ și } \gamma_s = \int_9^t \dot{\gamma}_s\, dt \tag{1}$$

iar cu $\dot{\gamma}$ și $\dot{\gamma}_s$ viteza de deformație unghiulară și respectiv valorile sale superficiale rezultă :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_s \frac{r}{\rho}\,;\ \dot{\gamma}_s = \frac{\pi \rho N}{30L},\ [s^{-1}] \tag{2}$$

în care : r este distanța pînă la axa longitudinală a epruvetei ; ρ — raza epruvetei ; N — viteza de torsiune ; l — lungimea epruvetei.

Ținînd seama de dimensiunile epruvetelor folosite la experimentări : $l = 50$ mm și $\rho = 3$ mm rezultă că $\dot{\gamma}_s = 0{,}00628\ N[s^{-1}]$.

Notînd cu ε_s intensitatea deformației și cu $\dot{\varepsilon}_s$ valorile superficiale ale intensității vitezei de deformație se obține :

$$\varepsilon_s = \int_0^t \dot{\varepsilon}\, dt = \frac{\gamma_s}{\sqrt{3}}\,;\ \dot{\varepsilon}_s = \frac{\dot{\gamma}_s}{\sqrt{3}} \approx 0{,}00363N\ [s^{-1}] \tag{3}$$

Lucrul mecanic pe unitate de lungime a epruvetei în cazul torsiunii este dată de expresia :

$$W = \int_9^{t_r} dt \int_0 \tau \dot{\gamma}\, dS \tag{4}$$

în care : τ este efortul unitar tangențial și S-secțiunea transversală a epruvetei ; t_r — timpul pînă la ruperea epruvetei.

Introducînd (2) în (4) se obține :

$$W = \frac{1}{\rho} \int_0^{t_r} \dot{\gamma}_s\, dt \int^s \tau r\, dS = \frac{1}{\rho} \int_0^{\gamma_s} M d\gamma_s \tag{5}$$

Relația (5) relevă că lucrul mecanic pe unitate de lungime, pînă la valoarea superficială γ_s a deformației unghiulare, este proporțională cu suprafața de sub curba funcției $M = M(\gamma_s, \dot{\gamma}_s)$.

La aliajele de aluminiu, momentul de torsiune variază lent cu viteza de deformaţie în cazul deformării la rece, de aceea se poate folosi dependenţa :

$$M = M(\tau_s) \tag{6}$$

Cunoscînd că efortul unitar tangenţial superficial este proporţional cu momentul de torsiune :

$$\tau = \lambda M, \text{ (} \lambda \text{ fiind o constantă)} \tag{7}$$

rezultă că se poate scrie :

$$M(\gamma_s) = C\gamma_L^s \tag{8}$$

unde : C este o constantă arbitrară.

Sau :

$$\tau = C_1\gamma^L \tag{9}$$

în care : $C_1 = \lambda C$

În relaţia (9) γ reprezintă deformaţia plastică, întrucît s-au neglijat deformaţiile elastice care pentru cazul analizat au valori neînsemnate.

Prin urmare, ecuaţia constitutivă plastică va fi :

$$\gamma = \left(\frac{\tau}{C_1}\right)^{1/L} \tag{10}$$

Pentru calculul momentelor de răsucire şi eforturilor unitare tangenţiale în funcţie de vitezele de deformaţie s-a întocmit un program de calculator principal pe baza organigramei din fig. 1 cu subrutina Tor (fig. 2).

Dependenţa momentului de răsucire M de deformaţia periferică γ_s pentru patru viteze de răsucire N este reprezentată în fig. 3 pentru aliajul AlZn6Mg2,5Cul,5. Se observă o scădere neînsemnată a momentului de torsiune la creşterea vitezei de răsucire datorită încălzirii materialului în timpul deformării. Pentru $\gamma > 0{,}5$ momentul de răsucire este practic independent de viteza de răsucire, de aceea în calcule s-au utilizat valori ale dependenţei $M = M(\gamma_s)$ mediate pentru toate vitezele de răsucire. Aceeaşi comportare s-a constatat şi la aliajul AlCu4SiMg.

Variaţia momentului de răsucire M în funcţie de viteza de răsucire N în cazul deformaţiei periferice γ_s constante, este reprezentată în fig. 4 pentru aliajul AlCu4SiMg. Se observă că momentul de răsucire este funcţie monoton descrescătoare de viteza de răsucire pentru valori relativ mici de deformaţie.

Concluzii

Folosind încercarea de torsiune la aliajele de aluminiu cu rezistenţă mecanică ridicată, s-au putut determina valorile deformaţiilor în funcţie de tensiunea aplicată şi de viteza de deformaţie.

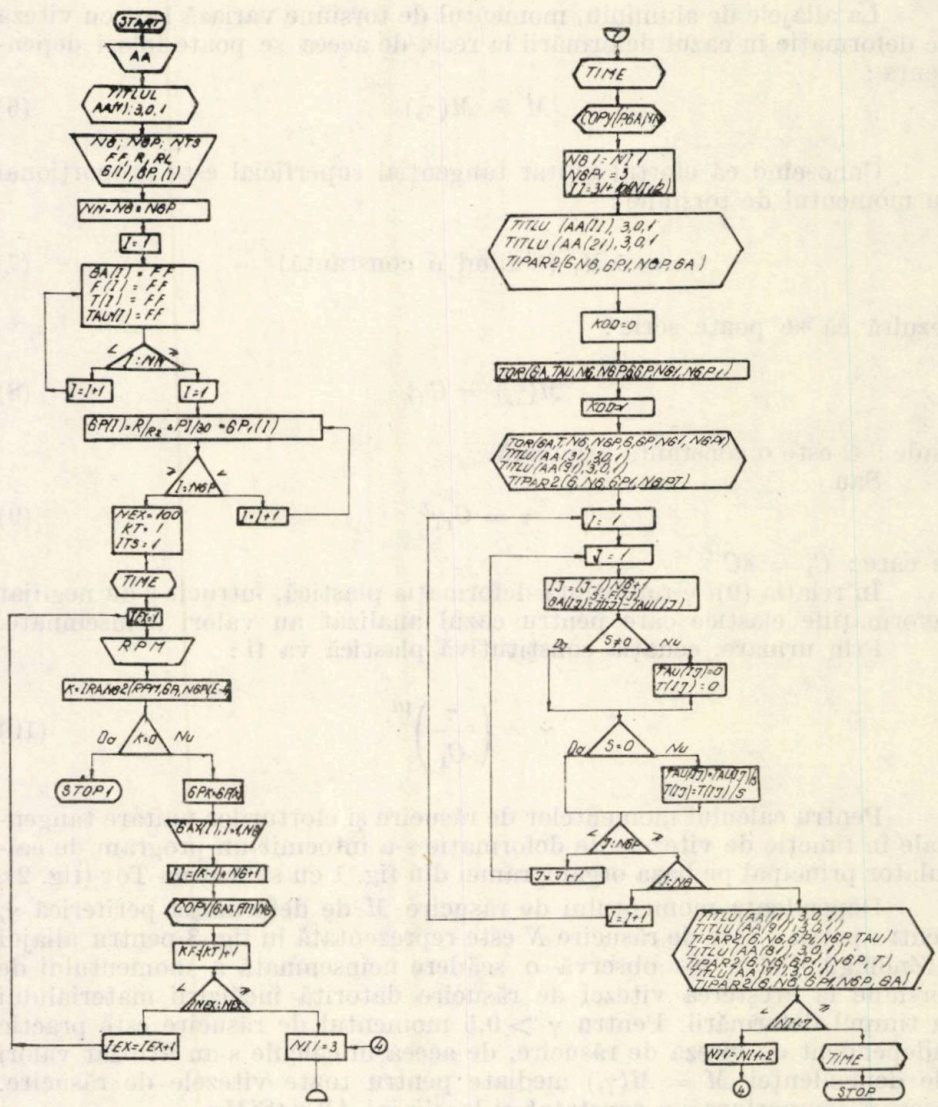


Fig. 1. Program principal pentru calculul momentului de răsucire și eforturilor unitare tangențiale în funcție de viteza de deformație.

Datele experimentale obținute prin torsionarea epruvetelor au permis descrierea ecuației constitutive elasto-plastice cum și determinarea parametrilor modelului cu ajutorul unui program de calculator.

Rezultatele obținute la încercarea de torsiune permit stabilirea „apriori" a comportării materialelor studiate în timpul prelucrării prin deformare plastică.

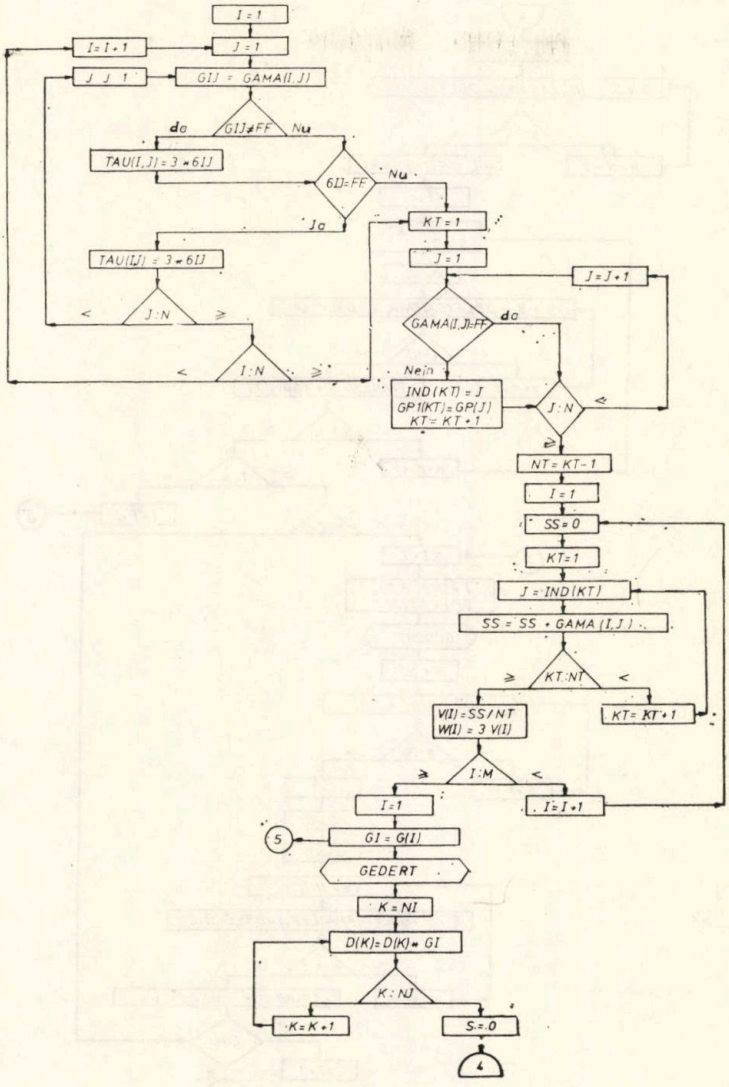


Fig. 2a

Subrutina Tor

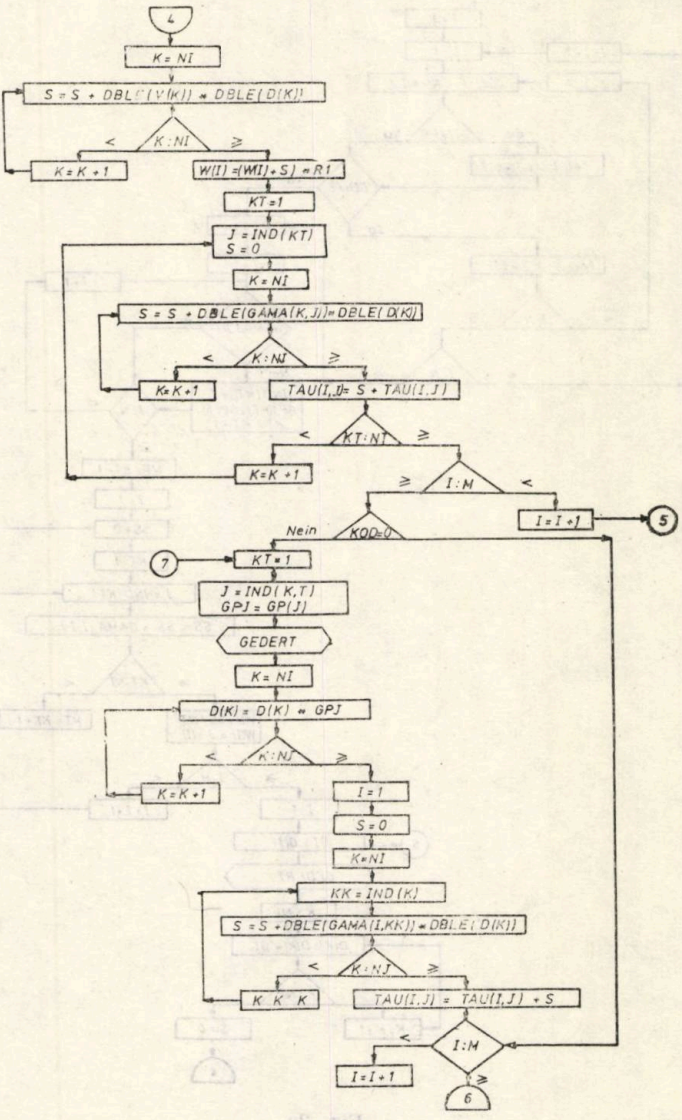

4
K=NI
S=S+DBLE(V(K))*DBLE(D(K))
K:NI
K=K+1
W(I)=(WI)+S)*R1
KT=1
J=IND(KT)
S=0
K=NI
S=S+DBLE(GAMA(K,J))*DBLE(D(K))
K:NI
K=K+1
TAU(I,J)=S+TAU(I,J)
KT:NT
K=K+1
I:M
I=I+1
5
Nein
KOD=0
7
KT=1
J=IND(K,T)
GPJ=GP(J)
GEDERT
K=NI
D(K)=D(K)*GPJ
K:NJ
K=K+1
I=1
S=0
K=NI
KK=IND(K)
S=S+DBLE(GAMA(I,KK))*DBLE(D(K))
K:NJ
K K K
TAU(I,J)=TAU(I,J)+S
I:M
I=I+1
6

Fig. 2b

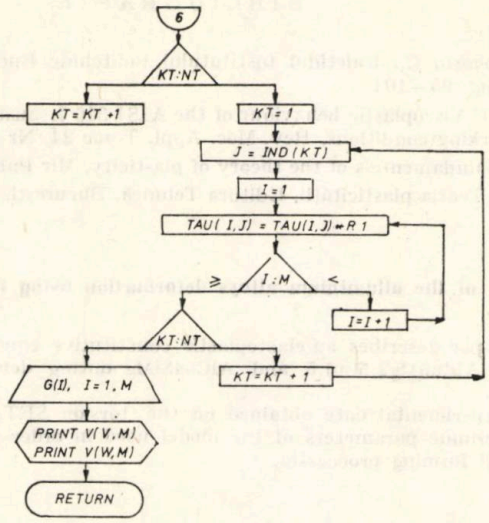


Fig. 2c

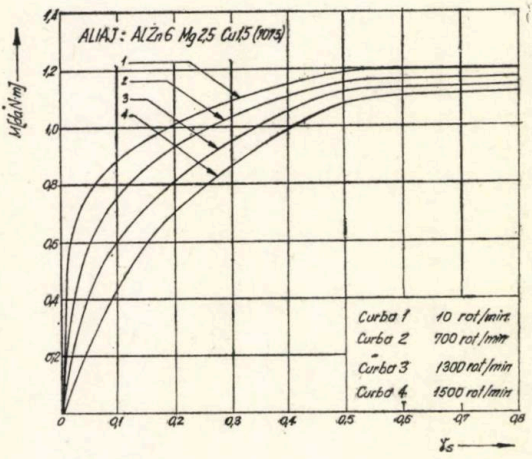


Fig. 3. Dependența momentului de răsucire M de deformația periferică γ_s (aliajul AlZn6Mg2,5Cul,5)

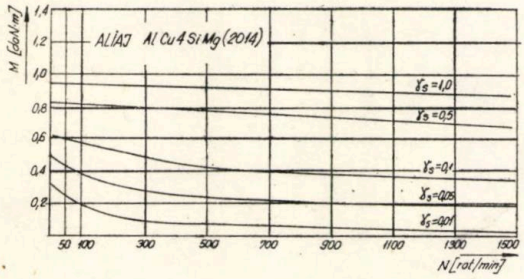


Fig. 4. Variația momentului de răsucire M (n funcție de viteza de răsucire N (aliajul AlCu4SiMg)

BIBLIOGRAFIE

1. *Atanasiu N., Teodosiu C.*, Buletinul Institutului Politehnic București, Tomul XL, Nr. 2, 1978 pag. 95—104
2. *Teodosiu C. și alții* Viscoplastic behaviour of the AISI 316 L austenitic stainless steel under hot working conditions, Rev. Mec. Appl. Tome 24, Nr. 1, 1979, pag. 13—45
3. *Kachanov L.M.*, Fundamentals of the theory of plasticity, Mir Publishers, Moscow, 1974
4. *Olszak W. și alții* Teoria plasticității, Editura Tehnică, București, 1970

Simulation of the alluminium alloys deformation using the torsional test

The paper describes an elastoplastic constitutive equation of the alluminium alloy: AlZn6Mg2,5Cul,5 and AlCu4SiMg during deformation using the torsional test.

The experimental date obtained on the torsion SETARAM machine allowed to determine parameters of the model used in order to put these results into the metal forming proccesses.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

HIDRAULICĂ

C.Z.: 628.54:57

ASPECTE DE PROIECTARE ALE UTILAJELOR MECANICE DE AERARE

JULIETA FLOREA, D. ROBESCU, T. PETROVICI
L. SZABOLCS, I. CONSTANTINESCU *

Procedeul epurării biologice, se bazează pe activitatea unor microorganisme, acesta putîndu-se desfășura numai în prezența oxigenului.

Oxigenul necesar procesului aerob este preluat din aerul atmosferic și introdus în apa bazinului pe diferite căi.

Se impune adaptarea unor criterii tehnico-economice capabile să permită proiectantului alegerea utilajului de aerare cel mai adecvat. Totodată se impune adoptarea unei metodologii care să se bazeze pe corelația existentă între debitul de apă și cel de oxigen dizolvat în masa de apă.

Procedeul de epurare biologic, utilizat din ce în ce mai larg datorită unor multiple avantaje tehnico-economice, se bazează pe activitatea unor microorganisme care în prezența oxigenului, mineralizează substanțele organice prezente în apele reziduale urbane și industriale.

Oxigenul necesar procesului aerob este preluat din aerul atmosferic și introdus în apa bazinului pe diferite căi cu ajutorul dispozitivelor de aerare pneumatice, mecanice sau mixte.

Alegerea unei metode și a utilajului de aerare, din multitudinea de soluții tehnice existente pentru realizarea procesului de transfer de masă, este determinată în principal de următorii factori :

— debitul de apă uzată necesar a fi prelucrat și timpul de retenție, elemente care determină volumul de apă supus procesului de aerare;

— indicatori tehnico-economici ai fiecărui utilaj de aerare, în domeniul lui optim de funcționare;

— compoziția și concentrația în substanțe poluante a apelor reziduale.

Din consumul total de energie al unei stații de epurare mecano-biologice, sistemelor de aerare le revine cea mai mare parte cca. 60—80%. Din acest motiv, în special în condițiile actualei crize a energeticii mondiale, atenția specialiștilor s-a îndreptat către perfecționarea utilajelor de aerare,

Manuscris predat redacției la data de 10 martie 1979

* Conf. dr. ing.; Asist. dr. ing.; Cercet. șt. ing., Catedra de Hiraulică; Șef lucrări, Prof. dr. ing. Catedra Tehnologie anorganică.

la proiectarea şi utilizarea lor raţională din punct de vedere tehnico-economic.

În stadiul actual pentru crearea unui nou utilaj de aerare, sau a unei noi tipodimensiuni, se proiectează aceasta pe baza experienţei autorului, se execută prototipul, se testează, se fac modificările cerute pentru îmbunătăţirea performanţelor şi se reia ciclul pînă la obţinerea rezultatelor dorite.

Este evident că acest ciclu are o durată mare de introducere a tehnicii noi în instalaţiile industriale şi orice reducere a perioadei de punere în funcţiune este bine venită atît pentru proiectant cît şi pentru fondurile de investiţii.

Scopul prezentei lucrări este de a da indicaţii proiectanţilor asupra modului de alegere a utilajelor de aerare, pe baza unor criterii tehnico-economice.

Fenomenul de transfer al oxigenului din aer în apă este guvernat în principal de parametrii hidrodinamici, realizaţi în aerotanc, de utilajele mecanice de aerare, care influenţează direct coeficienţii de difuzie turbulentă şi de dispersie a gazului în masa de apă.

Totodată, parametrii hidrodinamici ai utilajelor de aerare condiţionează desfăşurarea procesului biochimic de epurare prin asigurarea în special în zona adiacentă a radierului „a", unor viteze superioare pragului de depunere a flocoanelor de nămol activ.

Pentru dimensionarea utilajelor mecanice de aerare este necesară precizarea parametrilor de calcul hidrodinamici : debit de apă vehiculat şi puterea mecanică aplicată la ax.

Din cercetările teoretice şi experimentale, efectuate asupra diferitelor tipuri de agregate de aerare, s-a constatat că există un raport între debitul de oxigen transferat din aer în apă şi debitul de apă de recirculare :

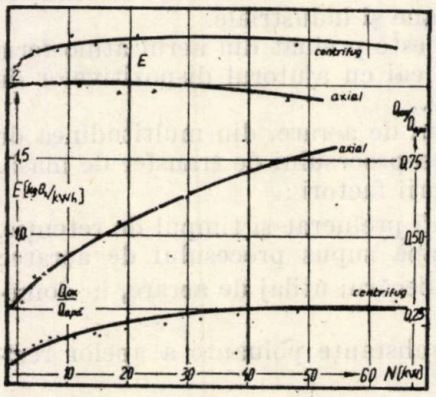


Fig. 1

$$Q_{ox} = [m^3O_2N/s] = kQ_{apă}\,[m^3/s] \quad (1)$$

unde k este o constantă dependentă de tipul constructiv al agregatului;

— pentru aeratoare mecanice centrifuge şi diagonale $k = 0{,}002 - 0{,}005$; — pentru aeratoare mecanice axiale $k = 0{,}00 - 0{,}009$).

Puterea agregatului de aerare se stabileşte pe baza indicelui de energie specifică δ [W/m³] care reflectă global, prin agitaţia creată, intensitatea mişcărilor hidrodinamice induse în volumul de apă din bazin [1].

Datele principale de proiectare : diametru, turaţie corelate cu puterea mecanică rezultă din monograma prezentată în figura 1. Definitivarea datelor de proiectare şi a soluţiei constructive pentru agregatul de

aerare se face pe baza analizei tehnico-economice a mai multor variante posibile, după cum urmează :

a) — economia realizată la fondul de investiţii :

$$E_b = (\delta_2 - \delta_1)\, VT \cdot c \qquad (2)$$

unde : δ_1, δ_2 reprezintă indicele energetic specific [W/m³] pentru un agregat luat ca bază şi noul agregat ales :

V = volumul de apă din bazinul de aerare corespunzător agregatului luat ca bază ;

T = timpul de funcţionare al agregatului de aerare (în general 24 de ore) ;

c = preţul energiei electrice.

În cazul în care atît indicele δ cît şi volumul de apă şi timpul T diferă pentru cele două tipuri de agregate formula (1) se aplică sub forma :

$$E_b = (\delta_2 V_2 T_2 - \delta_1 V_1 T_1)\, c \qquad (3)$$

b) — economia realizată la puterea instalată a agregatului de aerare :

$$E_p = (\zeta_2 T_2 V_2 \delta_2 - \zeta_1 T_1 V_1 \delta_1) c \qquad (4)$$

unde : ζ_1, ζ_2 reprezintă raportul $Q_{ox}/Q_{apă}$ pentru cele două agregate care se compară (celelalte mărimi au semnificaţia prezentată).

c) — economia realizată în exploatare :

$$E_{ex} = (E_2 - E_1) \frac{N^2}{CO}\, T^2 c$$

unde : E_2, E_1 — reprezintă coeficientul economic al agregatului nou şi cel luat ca bază.

N, CO — reprezintă puterea şi capacitatea de oxigenare a agregatului luat ca bază.

Pentru alegerea soluţiei optime este necesar ca indicatorii Eb, Ep şi Eex să afecteze valori cît mai mari.

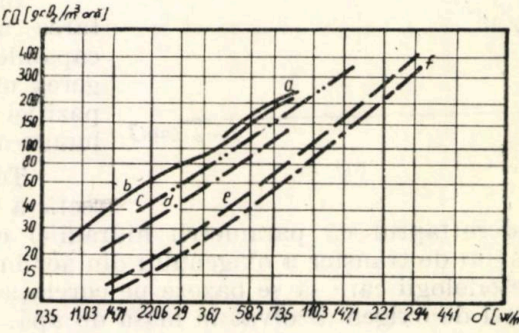


Fig. 2

Cercetările efectuate atît în ţară cît şi pe plan mondial asupra caracteristicilor funcţionale ale agregatelor cu rotor arată că acestea sînt superioare celorlalte sisteme de aerare [2], [3], Din analiza variaţiei capacităţii de oxigenare (în gr. O_2/m^3h) în funcţie de indicele δ [W/m^3h],

precum și datorită unor multiple avantaje constructive și funcționale, rezultă că sistemul de aerare care utilizează aeratoare mecanice cu rotor și ax vertical este unul dintre cele mai eficiente.

O comparație tehnico-economică între : aeratoarele centrifuge și diagonale care sînt turbomașini la care mișcarea unei particule lichide se face sub acțiunea forțelor centrifuge și turbionare și aeratoare axiale care sînt mașini la care transformarea energiei mecanice aplicate la ax, în energie hidraulică se face pe baza unei mărimi cu caracter turbionar, permite definitivarea soluției tehnice.

Modul diferit de transformare a energiei mecanice în energie hidraulică, ca și rapiditățile diferite ale celor două tipuri de rotoare conduc la obținerea unor performanțe tehnico-economice deosebite. Din prelucrarea statistică a unei serii de date cuprinse în literatura mondială de specialitate [2], [4], ca și din experimentările efectuate în țară asupra echipamentelor mecanice de aerare se pot prezenta curbele de variație a coeficientului economic E [kgO_2/kWh] și a raportului :

$$\zeta = Q_{ox}/Q_{\cdot apă}$$

Pentru alegerea unuia sau altuia din cele două sisteme se recomandă aplicarea formulelor (2), (3), (4) care permit definitivarea soluției constructive pe criterii tehnico-economice adecvate.

Dacă se analizează cheltuielile de investiție și exploatare pentru un aerator axial (motorul cuplat direct pe rotor) și un aerator centrifug (transmiterea cuplului motor la rotor se face prin intermediul unui reductor de turație), se constată că la o durată mai mică de timp este avantajoasă echiparea stației de epurare cu aeratoare axiale.

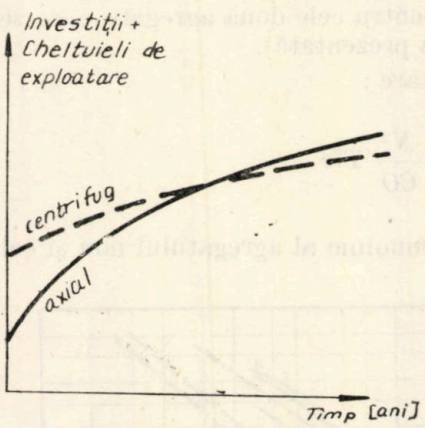


Fig. 3

Concluzii generale

În actuala etapă se impune adoptarea unor criterii tehnico-economice capabile să permită proiectantului alegerea utilajului de aerare adecvat compoziției și concentrației în substanțe poluante a apelor reziduale.

Totodată pentru dimensionarea corectă a utilajelor de aerare, avînd în vedere faptul că parametrii hidraulici condiționează intensitatea procesului de transfer a oxigenului din aer în apă, se impune adoptarea unei metodologii care să se bazeze pe corelația existentă între debitul de apă și cel de oxigen dizolvat în masa de apă.

Pentru a fi utile atît pentru proiectarea utilajului cît și pentru alegerea lui corectă în vederea echipării stației de epurare, proiectantul trebuie să dispună de date complete asupra tuturor sistemelor de aerare. Se impune așadar continuarea cercetărilor teoretice și experimentale

asupra utilajelor de aerare atît în direcția cunoașterii în profunzime a tuturor parametrilor funcționali (mecanici, hidraulici și de transfer) cît și pentru îmbunătățirea performanțelor tehnico-economice.

BIBLIOGRAFIE

1. *Stafmann V.*, Das Gas und Wasserfach nr. 22, 4 iunie 1965, pag. 613—617.
2. * * * Bloxy-Turbine di aereazione Antica Olindo e Cesare, Milano, 5, 1977.
3. *Robescu D.*, Contribuții teoretice și experimentale la studiul epurării apei, Teză de doctorat, I.P. București, 1965.
4. *Kalinske A.A.*, Journal of Water Pollution Control Federation 37, 1221, 1965.

Aspects concernant le design d'équipements mécaniques sur l'aération

Le procédé d'épuration biologique, est basé sur l'activité de microorganismes qui peut se développer seulement en présence d'oxygen.

L'oxygen necéssaire pour le proces aérobe est prit de l'air athmosphérique et introduit dans l'eau du basin par plusieurs méthodes.

Il est important d'adapter les critères techno-économiques capables à permettre au spécialiste le choix d'équipement d'aération le plus adéquat. En même temps il est important d'adapter une méthodologie qui doit être basée sur la concordance existante entre le débit d'eau et celui d'oxygen dissout dans l'eau.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

PROFESOR DOCTOR DOCENT GHEORGHE TH. GHEORGHIU

Pedagog înnăscut și neobosit iscoditor în infinitele taine ale matematicilor, Gh. Th. Gheorghiu și-a început activitatea în învățământul superior ca asistent al marelui matematician român Gh. Țițeica. L-am cunoscut în urmă cu peste trei decenii la Politehnica din Timișoara, unde a predat mulți ani geometria descriptivă și analiza matematică. Prin optimismul său robust, prin puterea sa de muncă puțin obișnuită profesorul Gheorghiu a desfășurat o activitate de o mare diversitate rămînînd permanent credincios matematicilor și învățămîntului superior.

Fiu de învățător și nepot al cunoscutului militant comunist Mihai Gh. Bujor, profesorul Gh. Th. Gheorghiu a urmat cursurile primare și liceale la Galați și Ploiești. În 1931 a absolvit Facultatea de științe de la București ca eminent student al reputatului profesor Gh. Țițeica cu care și-a început ucenicia universitară, ca asistent al acestuia la Politehnica din București, între anii 1936—1939.

Matematician de prestigiu, a fost conferențiar și profesor la cele două mari școli tehnice superioare din țara noastră, politehnicile dinTimișoara și București, a condus în calitate de șef de catedră colectivul de matematici I al politehnicii bucureștene, funcție pe care a deținut-o pînă în momentul pensionării la 1 iulie 1977.

În perioada 1956—1963 a fost rectorul Institutului Pedagogic din Timișoara, nucleul actualei universități timișorene. În 1971 a fost decan al facultății de transporturi a Politehnicii din București.

Dotat cu inteligență vie, receptiv permanent la nou, profesorul Gheorghiu a știut să îmbine matematica modernă cu ceea ce este necesar să-și însușească viitorii ingineri, a militat neobosit ca să lege cercetarea științifică cu probleme practice, fiind printre primii profesori din domeniul matematicii, care au realizat contracte cu producția.

Numeroasele cursuri, manuale universitare și culegeri de probleme, mult apreciate de studenți atestă remarcabilele sale calități de pedagog.

Abordînd probleme din domeniile matematicii moderne : analiză matematică, funcţii speciale, cercetări operaţionale, etc. a elaborat peste 120 de lucrări ştiinţifice publicate atît în ţară cît şi în străinătate, care l-au făcut cunoscut în rîndul cadrelor didactice şi al oamenilor de ştiinţă din România şi din alte ţări. Activitatea ştiinţifică şi-a început-o încă de pe băncile facultăţii susţinîndu-şi teza de doctorat în 1936 sub conducerea lui Gh. Ţiţeica.

Pentru merite deosebite în activitatea de cercetare ştiinţifică i s-a conferit titlul de doctor docent, iar în 1967 a fost numit colaborator extern al Academiei R.S.R. Lucrările sale ştiinţifice din domeniul geometriei au fost cunoscute şi peste graniţele ţării. Ca urmare în 1969 a fost ales membru al Academiei Palaritane din Messina. A făcut parte din rîndul membrilor de partid din 1963. Profesorul Gh. Th. Gheorghiu a fost un participant activ şi la viaţa socială a ţării. Pentru merite deosebite în activitatea sa i s-au conferit o serie de ordine şi medalii ale R.S.R.

A fost preocupat în mod deosebit de pregătirea temeinică şi multilaterală a studenţilor şi doctoranzilor săi. Exigent pînă la duritate uneori, a fost un luptător neobosit împotriva superficialităţii şi a improvizaţiei în cercetare şi învăţămînt.

Dornic să transmită experienţa şi cunoştinţele sale tineretului, s-a ocupat intens de creşterea unui mare număr de doctoranzi la Bucureşti, Cluj, Timişoara.

Plecarea atît de neaşteptată a profesorului Gheorghe Th. Gheorghiu dintre noi, a lăsat un gol imens, pe care, cei ce l-au stimat şi preţuit, îl vor resimţi mereu.

Profesorul Gh. Th. Gheorghiu se odihneşte în eternitate alături de savantul şi îndrumătorul său Gh. Ţiţeica ale cărui îndemnuri şi fapte i-au fost călăuza de muncă şi viaţă.

Prof. dr. ing.
MARIN RĂDOI

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
SERIA MECANICĂ
Tomul XLI — 1979, Numărul 4

CUPRINSUL SERIEI MECANICĂ PE ANUL 1979

MATEMATICĂ

M.N. Roșculeț. Algèbres avec radical, associées aux systèmes d'équations aux dérivées partielles, itérés. Nr. 1, pag. 3—12.
P. Balea. Un sistem de așteptare pentru sisteme de calcul cu multiprogramare cu mai multe clase de utilizatori. Nr. 1, pag. 13—17.
V. Prepeliță. Algoritm de realizare minimală și diagrame comutative pentru sisteme dinamice multiindiciale. Nr. 2, pag. 3—13.
D. Filipescu. Quelques applications d'une formule intégrale de E_3. Nr. 2, pag. 15—17.
C. Berbente, M. Blumenfeld. A Numerical Method for Ordinary Differential Equations Using the Derivative of the Slope-Function. Nr. 3, pag. 3—12.
Elena Tănăsescu, Al. Dănescu, St. Petrescu. Factorul geometric privind radiația solară în țara noastră. Nr. 3, pag. 13—26.
Ana Burghelea. Modelul matematic al teoriei catastrofelor elementare I. Nr. 3, pag. 27—42.
Tatiana Stănășilă. Polinoame aleatoare stabile. Nr. 4, pag. 3—7.
Nicoleta Mihu. O generalizare a multiplicatorului lui Iacobi. Nr. 4, pag. 9—13.

MECANICA

E. Deciu. Utilizarea funcției de curent în analogia hidrodinamică a laminării. Nr. 1, pag. 19—28.
Eliza Hașeganu-Zamfirescu. Algoritm și program pentru calculul deformațiilor barelor solicitate la încovoiere. Nr. 1, pag. 29—45
M. Rădoi, M. Munteanu. Dinamica mașinilor vibratoare necentrate antrenate cu generatori de vibrații cu o masă neechilibrată. Nr. 4, pag. 15—26.
I. Roșca. Considerații critice asupra determinării deplasărilor și tensiunilor termice într-un cilindru. Nr. 4, pag. 27—32.
Ștefan Staicu. Mouvement supersonique autour de l'aile delta en rotation avec séparation du courant aux bords. Nr. 4, pag. 33—40.

MECANICĂ FINĂ

Tr. Demian, V. Banu. Aspecte noi privind calculul și construcția motoarelor pneumatice pas cu pas trifazate. Nr. 1, pag. 47—54
Tr. Demian, D. Tudor. Asupra utilizării moderatoarelor la antrenările cu elemente elastice din mecanica fină. Nr. 2, pag. 19—24.
W. Krause, Phan Ba. Montage von Plastgleitlagern durch Einpressen und Kleben. Nr. 2, pag. 25—33.
T. Demian, V. Banu, A. Pascu. Studiul comportării motoarelor pneumatice pas cu pas în regim dinamic. Nr. 4, pag. 41—52.

MOTOARE CU ARDERE INTERNĂ

Gh. Borilă. Un model de distribuire a combustibilului în spațiul de ardere al motorului Diesel cu injecție directă și un impact controlat al jeturilor cu pereții. Nr. 1, pag. 69—81.
Al. Manea. Model fizico-matematic pentru cercetarea procesului de injecție a combustibilului lichid. Nr. 1, pag. 83—89.

B. Grünwald, S. Saviuc, V. Gheorghiu. Controlul performanţelor în regimuri de sarcină şi turaţie reduse la motorul ARO L—25 prin modificarea fazelor de distribuţie. Nr. 2, pag. 44—49.

D. Taraza, A. Manole, A. Belei. Some Aspects Concerning the Rocker-tappet Valve Mechanism Design. Nr. 2, pag. 52—60.

Al. Manea, Gh. Tiu. Măsurarea deplasării supapei de refulare a pompei de injecţie. Nr. 2, pag. 61—65.

M. Popa, N. Negurescu. Instalaţie pentru alimentarea simultană cu doi combustibili a unui motor cu aprindere prin comprimare. Nr. 3, pag. 43—47.

B. Grünwald, V. Gheorghiu. Contribuţii la studiul schimbului de gaze din motoarele cu ardere internă pentru autovehicule. Nr. 4, pag. 53—66.

N. Negurescu, C. Pană. Cercetări experimentale privind optimizarea colectorului de admisie la motorul IPB 1500. Nr. 4, pag. 75—80.

A. Belei, D. Taraza. Die Edition eines literarischen Textes durch verwendung konventioneller mittel der Rechentechnik. Nr. 4, pag. 6774.

TERMOTEHNICA

S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ştefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu. Studiul şi realizarea unui concentrator cilindro-parabolic pentru instalaţii termoenergetice solare. Nr. 1, pag. 55—60.

Carmen Papadopol. Aplicaţiile metodei hodografului la curgerea prin ajutaje şi palete. Nr. 1 pag. 61—68.

S. Petrescu, Al. Dănescu, D. Ştefănescu, T. Duicu, S. Dimitriu, Stanca Trifan, Marieta Grigoriu, O. Mălăncioiu, N. Băran, T. Brusalis. Realizarea şi testarea unor captatoare solare cu concentratori cilindro-parabolici cu deschiderea de 1 m, 2 m, şi 4 m. Nr. 2, pag. 35—42.

CAZANE

C. Neaga. Variaţia concentraţiei de oxigen în procesele de aprindere şi ardere ale particulei de cărbune. Nr. 2, pag. 67—74.

C. Neaga. Dynamic Aspects of Formation and Combustion of the Volatile Matter. Nr. 3, pag. 49—60.

C. Neaga. Arderea particulei de cărbune pulverizat cu considerarea reacţiilor secundare. Nr. 4, pag. 81—90.

AERONAVE

P. Marinescu. Determinarea circulaţiei în jurul aripei de anvergură finite cu ajutorul potcoavelor de vîrtej. Nr. 2, pag. 75—82.

D. Rugescu. O completare în problema Goddard. Nr. 3, pag. 61—66.

V. Stanciu. Studiul experimental asupra distribuţiei spaţiale de viteze într-un jet de aer turbulent care pătrunde într-un mediu infinit. Nr. 3, pag. 67—75.

REZISTENŢA MATERIALELOR

C. Atanasiu. Metodă pentru sporirea sensibilităţii Moiré-urilor. Nr. 2, pag. 83—90.

TEHNOLOGIA CONSTRUCŢIEI DE MAŞINI

V. Tache, A. Vlase. Contribuţii la stabilirea unui indicator global de apreciere a prelucrabilităţii oţelurilor inoxidabile. Nr. 1, pag. 91—96.

A. Vlase, C. Dumitraş, P. Dumitrescu. Determinarea durabilităţii sculei aşchietoare cu plăcuţe din carburi metalice P 10, folosite la strunjirea oţelului înalt aliat 28 VMoC 12. Nr. 2, pag. 91—95.

C. Dumitraş, A. Vlase, P. Dumitrescu. Determinarea durabilităţii sculei aşchietoare la strunjirea oţelului înalt aliat 28 VMoC 12 cu cuţit din oţel rapid. Nr. 3, pag. 77—81.

MAȘINI UNELTE ȘI SCULE

A. Ghionea. Metodica determinării suprafețelor flancurilor danturii polihipocicloidale generate pe roata cilindrică. Nr. 2, pag. 98—105.
Fl. Ionescu, F. Pietrăreanu. Performanțe dinamice în regim tranzitoriu ale motoarelor hidraulice rotative de fabricație R.S.R. din seria EX. Nr. 3, pag. 83—93.
Al. Dorin, E. Străjescu, I. Marinescu. Etablissement du régime optimal de coupe à la rectification plane avec des meules en diamant. Nr. 3, pag. 95—102.

TEHNOLOGIA METALELOR

N. Atanasiu, C. Radu, Zoe Atanasiu. Asupra comportării la rupere ductilă a aliajelor de aluminiu. Nr. 1, pag. 97—106.
N. Atanasiu. Simularea comportării la deformare plastică a aliajelor de aluminiu prin metoda torsiunii. Nr. 4, pag. 91—98.

HIDRAULICĂ

Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici. Asupra spectrului hidrodinamic indus de aeratorul mecanic de suprafață cu aplicație la determinarea debitului vehiculat. Nr. 1, pag. 107—111.
D. Robescu. Metodă de proiectare a aeratoarelor axiale rapide. Nr. 2, pag. 107—111.
Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici, L. Szabolcs, I. Constantinescu. Sisteme pentru realizarea procesului de transfer al oxigenului în medii apoase. Nr. 3, pag. 103—111.
Julieta Florea, D. Robescu, T. Petrovici, L. Szabolcs, I. Constantinescu. Aspecte de proiectare ale utilajelor mecanice de aerare. Nr. 4, pag. 99—103.

INDEX ALFABETIC PE AUTORI

Atanasiu C. *2*, pag. 83—90.
Atanasiu N. *1*, pag. 97—106; *4*, pag. 91—98
Phan Ba *2*, pag. 25—33.
Balea P. *1*, pag. 13—17.
Banu V. *1*, pag. 47—54; *4*, pag. 41—52
Băran N. *2*, pag. 35—42.
Belei A. *2*, pag. 52—60, *4*, pag. 67—74.
Berbente C. *3*, pag. 3—12.
Blumenfeld M. *3*, pag. 3—12.
Borilă Gh. *1*, pag. 69—81.
Brusalis N. *2*, pag. 35—42.
Burghelea A. *3*, pag. 27—42.
Constantinescu I. *3*, pag. 103—111; *4*, pag. 99—103.
Dănescu Al. *1*, pag. 55—60; *2*, pag. 35—42; *3*, pag. 13—26.
Deciu E. *1*, pag. 19—28.
Demian T. *1*, pag. 47—54; *2*, pag. 19—24; *4*, pag. 41—52.
Dimitriu S. *1*, pag. 55—60; *2*, pag. 35—42.
Dorin Al. *3*, pag. 95—102.
Duicu T. *1*, pag. 55—60; *2*, pag. 35—42.
Dumitraș C. *2*, pag. 91—95; *3*, pag. 77—81.
Dumitrescu P. *2*, pag. 91—95; *3*, pag. 77—81.
Julieta Florea *1*, pag. 107—111; *3*, pag. 103—111; *4*, pag. 99—103.
Filipescu D. *2*, pag. 15—17.
Gheorghiu V. *2*, pag. 44—49; *4*, pag. 53—66.
Ghionea A. *2*, pag. 98—105.
Grigoriu Marieta *2*, pag. 35—42.
Grünwald B. *2*, pag. 44—49; *4*, pag. 53—66.
Ionescu Fl. *3*, pag. 83—93.
Krause W. *2*, pag. 25—33.

Manea Al. *1*, pag. 83—89 ; *2*, pag. 61—65.
Manole A. *2*, pag. 56—60.
Marinescu I. *3*, pag. 95—102.
Marinescu P. *2*, pag. 75—82.
Mălăncioiu O. *2*, pag. 35—42.
Mihu Nicoleta *4*, pag. 9—13.
Munteanu M. *4*, pag. 15—26.
Neaga C. *2*, pag. 67—74 ; *3*, pag. 49—60 ; *4*, pag. 81—90.
Negurescu N. *3*, pag. 43—47 ; *4*, pag. 75—80.
Pană C. *4*, pag. 75—80.
Papadopol C. *1*, pag. 61—68.
Pascu A. *4*, pag. 41—52.
Petrescu S. *1*, pag. 55—60 ; *2*, pag. 35—42 ; *3*, pag. 13—26.
Petrovici T. *1*, pag. 107—111 ; *3*, pag. 103—111 ; *4*, pag. 99—103.
Pietrăreanu F. *3*, pag. 83—93.
Popa M. *3*, pag. 43—47.
Prepeliță V. *2*, pag. 3—13.
Radu C. *1*, pag. 97—106.
Rădoi M. *4*, pag. 15—26.
Robescu D. *1*, pag. 107—111 ; *2*, pag. 107—111 ; *3*, pag. 103—111 ; *4*, pag. 99—103.
Roșca I. *4*, pag. 27—32.
Roșculeț M. *1*, pag. 3—12.
Rugescu D. *3*, pag. 61—66.
Saviuc S. *2*, pag. 44—49.
Staicu S. *4*, pag. 33—40.
Stanciu V. *3*, pag. 67—75.
Stănășilă T. *4*, pag. 3—7.
Străjescu E. *3*, pag. 95—102.
Szabolcs L. *3*, pag. 103—111 ; *4*, pag. 99—103.
Ștefănescu D. *1*, pag. 55—60 ; *2*, pag. 35—42.
Tache V. *1*, pag. 91—96.
Taraza D. *2*, pag. 56—60 ; *4*, pag. 67—74.
Tănăsescu E. *3*, pag. 13—26.
Tiu Gh. *2*, pag. 61—65.
Trifan Stanca *2*, pag. 35—42.
Tudor D. *2*, pag. 19—24.
Vlase A. *1*, pag. 91—96 ; *2*, pag. 91—95 ; *3*, pag. 77—81.
Zamfirescu-Hașeganu Eliza *1*, pag. 29—45.

TEZELE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN ANUL 1979

Gheorghe Iordache — Contribuții la teoria extruderelor fără melc (22.12.1978)

Bogdan Ionescu — Contribuții la studiul economicității ciclice la motorul cu aprindere prin scînteie. (27.12.1978)

Alexandru Codoban — Cercetări asupra dinamicii rachetei în perioada de ardere a combustibilului. (6.2.1979)

Gheorghe Amza — Contribuții la studiul fenomenelor de deformare plastică în cîmpul ultrasonor. (2.3.1979)

Paul Simion Florian — Contribuții la studiul vibrațiilor mașinilor-unelte în timpul prelucrărilor mecanice. (30.3.1979)

Constantin Stănescu — Contribuții la analiza și sinteza cinematică și dinamică a mecanismelor cu came utilizate în construcția de mașini. (30.3.1979)

Zamfir Manolache — Solicitări și deformații la execuția, transportul și montajul utilajelor chimice de gabarit mare. (11.5.1979)

Constantin Codreanu — Contribuții la dinamica sistemelor de acționare hidrostatice cu acumulator. (18.5.1979)

Peneș Virgil Marin — Contribuții la studiul dinamic al sistemelor de acționare hidrostatică prin modelare matematică. (25.5.1979)

Ștefan Dogăreseu — Influența erorilor lanțului cinematic principal asupra rotirii. (1.6.1979)

Ion Moise — Contribuții la determinarea teoretică și experimentală a pierderilor locale de presiune în sistemele hidrostatice ale mașinilor-unelte. (1.6.1979)
Petre N. Ion — Corelarea dintre combustibil și molar în vederea reducerii particulelor nearse din motoarele cu aprindere prin comprimare și injecție directă. (8.6.1979)
Tudor Andrei — Contribuții privind influența regimului termic al danturii asupra apariției gripajului la angrenaje metalice cilindrice cu dinți drepți. (9.6.1979)
Sergiu Turcu — Contribuții privind efectul de amortizare al cuplajelor elastice cu elemente nemetalice. (18.6.1979)
Lucia Fetcu — Vibrații la bare prismatice, din materiale cu proprietăți neelastice. (18.6.1979)
Andrei Bănescu — Contribuții la calculul utilajelor de dispersie în industria de lacuri și vopsele. (19.6.1979)
Gheorghe Moldovanu — Contribuții la studiul proceselor din antecamera motorului cu aprindere prin comprimare. (28.6.1979)
Eugeniu G.D. Deciu — Contribuții la studiul privind mecanica fenomenelor de deformare a corpurilor cu proprietăți viscoplastice. (29.6.1979)
Pham Van Tuy — Contribuții la studiul metodelor de intensificare a transferului de căldură prin convecție. (30.6.1979)
Ștefan Stanciu — Studiul efectului sistemului de alimentare-reglaj asupra lagărelor radiale hidrostatice. (30.6.1979)
Florin Alexe — Contribuții la optimizarea parametrilor funcționali și constructivi ai turbinelor cu abur umed cu aplicații la turbinele centralelor nuclearo-electrice. (30.6.1979)
Nicolae Băran — Influența parametrilor funcționali asupra transformărilor energetice din mașinile rotative (9.7.1979)
Samoil Saviuc — Optimizarea duratei de deschidere simultană a supapelor la motoarele cu aprindere prin scînteie. (10.7.1979)
Armand Cornel Vladu — Studiul teoretico-experimental al tangajului la autobuzele articulate, cu aplicare la autobuzele urbane. (11.7.1979)
Erol Murad — Contribuții la studiul modelării proceselor de lucru ale agregatelor agricole mobile. (13.7.1979)
Dan M.E. Nica — Contribuții la analiza și sinteza mecanismelor cu acționare hidraulică variatoare de turație utilizate de industria celulozei și hîrtiei. (27.7.1979)
Titi Turcoiu — Cercetări privind îmbunătățirea funcționării pompelor de injecție cu piston-sertar. (12.10.1979)
Gheorghe C.C. Paxino — Contribuții asupra studiului cinematic și dinamic al mecanismelor lanțurilor cinematice de avans pentru mașini-unelte cu comandă numerică. (19.10.1979)
Carmen Liliana Papadopol — Contribuții la studiul proceselor termo și gazodinamice la trecerea aburului prin rețele de palete de turbine. (19.10.1979)
Nicolae Enescu — Contribuții la studiul fenomenelor dinamice tranzistorii ținînd seama de frecări. (.XI.979)
Magdalena Trandafir — Contribuții privind prelucrabilitatea prin strunjire a aliajelor din aluminiu. (9.XI.1979)
Ioan Voica — Efectul particularităților materialelor plastice, îndeosebi a modulului de elasticitate redus asupra comportării lagărelor radiale funcționînd în regim hidrodinamic. (16.XI.1979)
Aurel Sandu — Contribuții la studiul influenței deformațiilor termice asupra preciziei mașinilor orizontale de frezat cu comandă program numerică. (16.XI.1979)
Dumitru Serban — Determinarea abaterii de la grafic în punctele de acționare a căii. (14.XII. 1979)
Mohamed Ali Dardari — Contribuții la creșterea economicității funcționării motoarelor de aprindere prin comprimare de tracțiune. (15. XII.1979)
Ion Nicolae Marinescu — Contribuții la prelucrarea electrochimică de precizie a găurilor profilate. (18.XII.1979)
Radu Iatan — Cercetări teoretice și experimentale privind construcțiile de îmbinări cu flanșe cu nervuri. (22.XII.1979)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIA MECANICĂ

apare trimestrial, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
РАЗДЕЛ МЕХАНИКИ

Выходит четыре раза в год, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", Buletinul Politehnicei din Bucureşti", и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"Bucureşti.

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределаво возможностей будут опубликоваться и научноисследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка неоизводятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SERIES OF MECHANICS

The Bulletin is issued quarterly, continuing the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
SÉRIE MÉCANIQUE

parait tous les trois mois, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Pysique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti.

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collaborateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

Adresa: **INSTITUTUL POLITEHNIC**
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
ROMÂNIA
Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356
(pentru Buletinul Institutului)
Seria Mecanică

1980 JUN 24

Lei 20